

# 해석해를 이용한 레이저 표면처리 공정변수의 영향

## The Effects of Processing Variables by use of an Analytical Solution for Laser Surface Treatment

한국전력기술(주) 연구소 이세환, 김종성, 진태은

### I. 서론

레이저 및 전기 아크를 이용한 열가공 공정은 많은 변수를 포함하고 있어서 원하는 결과를 얻기 위해서 공정변수의 정량적인 영향은 필수적이다. 기존 자동제어 분야에 많이 사용되는 민감도해석(sensitivity analysis) 방법<sup>1</sup>은 이러한 각 공정변수의 변화에 따른 목적변수의 결과를 추정하는데 유용한 방법이다. 민감도해석의 주요 방법은 직접미분법(direct differentiation), 수반변수법(adjoint variable) 그리고 변분법(variational method)을 이용한 해석적 방법과 유한차분법(finite different method)을 이용한 수치적인 방법<sup>2</sup>이 있다. 위에 언급한 해석적인 방법은 그 해를 구하는 방법이 매우 복잡하고 적용의 어려움을 가지며, 유한차분법을 이용한 수치적인 방법은 계산상의 오차로 인한 정확성에 문제점을 가진다. 레이저 표면처리의 경우 재료의 물리적, 금속학적 변화를 모두 고려하여야 하므로 정확한 계산에 의한 예측은 불가능하다. 그러므로 Lee<sup>3</sup> 등은 유한요소법을 이용하여 온도분포 정식화에 민감도해석을 적용하여 공정변수의 영향을 구하였다.

본 연구에서는 레이저 표면 경화처리시의 온도분포 이론해를 이용한 민감도해석 방법을 이용하여 공정변수의 정량적인 영향을 알아보고자 하였다. 레이저 표면경화처리는 상변태를 통한 경화과정을 포함하기 때문에 정확한 온도분포 해석이 중요한 문제이다. 레이저 및 용접열원을 이용한 열가공시의 온도분포 해석은 Rosenthal<sup>4</sup> 등의 연구를 필두로 하여 많은 해석적인 연구가 이루어져 왔다. Kim<sup>5</sup> 은 이중 빔을 사용한 레이저 용접의 경우 이론해를 이용한 온도분포 해석 식을 개발하였다. 가우시안(Gaussian) 분포를 가지는 이동 열원에 의한 열전도 방정식을 삼차원 유한두께를 가지는 모재에 대해 구하였다. 본 연구는 위 결과식을 이용하여 온도분포 해석과 직접미분법을 이용한 민감도 해석을 수행하였다. 민감도해석은 주요 공정변수인 빔 이송속도와 빔 반경분포매개변수에 대해 온도분포 결과식을 미분함으로써 얻을 수 있으며 유한차분법에 의한 방법과 비교한 결과 잘 일치하였다.

### II. 온도분포 해석

레이저 빔으로부터 모재 표면에 조사된 빔은 모재 내에서 열평형 방정식을 만족하여야 한다. 온도분포의 계산은 이동 좌표계를 사용하고 열생성(heat generation)이 없고 대류(convection)에 의한 열손실은 무시하였다. Fig. 1은 사용한 좌표계와 해석 영역을 도식화하여 나타내고 있다. (X,Y,Z)는 해석영역에 고정된 고정좌표계를 나타내며, (x,y,z)는 레이저 빔의 중심을 원점으로 한 이동좌표계를 나타낸다. 빔은 일정속도를 가지며 x 방향으로 이송된다. 온도분포 해석 및 민감도 해석에 사용된 레이저 빔의 유입 형태는 식(1)과 같으며, 열입력은 Q의 플럭스 형태로 모재에 입력되는 것으로 하였다.

$$q_G(X',Y') = \frac{AQ}{2\pi a^2} \exp\left\{-\frac{X'^2 + Y'^2}{2a^2}\right\} \quad (1)$$

여기서, A는 흡수율, Q는 레이저 빔의 Power이며 a는 가우시안 분포매개변수이다. 결과적으로, 위 분포식 Q가 순간열원으로 한 점 (X',Y')에 가해지면 온도분포 식은 다음 (2)식과 같은 식으로 표현된다.

$$dT_p = \frac{q_G(X',Y')dt'dX'dY'}{2\pi kd(t-t')} \exp\left\{-\frac{(X-X')^2 + (Y-Y')^2}{4\alpha(t-t')}\right\} \times \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \exp\left\{\frac{-\alpha(n\pi)^2(t-t')}{d^2}\right\} \cos\frac{n\pi}{d}Z \right] \quad (2)$$

식 (2)에 속도를 가지는 이동 열원과 시간  $t$  에서의 열원의 중심으로부터 이동한 거리 전체에 대해 순간열원 성분결과를 적분하면, 임의 시간  $t$  일 때 이동좌표계  $(x,y,z)$ 에서의 온도분포 식을 다음 (3)과 같이 얻게 된다.

$$T = T_a + \int_0^t \frac{AQ}{\pi \rho c_p d} \cdot \frac{1}{a^2 + 2a(t-t')} \exp\left[-\frac{\{x + v(t-t')\}^2 + y^2}{2a^2 + 4a(t-t')}\right] \times \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \exp\left\{\frac{-a(n\pi)^2(t-t')}{d^2}\right\} \cos \frac{n\pi}{d} z \right] dt' \quad (3)$$

또한, 위 (3)식에 레이저 열입력 성분(AQ)을 레이저 이송속도 성분(v)으로 나눈 값을 일정 상수 값 C라고 정의하면  $C(AQ/v)$ 는 단위 길이 당 일정한 열입력을 갖는 값으로 나타나며 다음식과 같이 나타낼 수 있다. 여기서,  $\rho$ 는 밀도,  $k_a$ 는 대기온도,  $\beta_p$ 는 비열,  $d$ 는 모재 두께를 나타내며  $a$ 는 열확산 계수(Thermal diffusivity)를 각각 나타낸다.

$$T = T_a + \int_0^t \frac{C \cdot v}{\pi \rho c_p d} \cdot \frac{1}{a^2 + 2a(t-t')} \exp\left[-\frac{\{x + v(t-t')\}^2 + y^2}{2a^2 + 4a(t-t')}\right] \times \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \exp\left\{\frac{-a(n\pi)^2(t-t')}{d^2}\right\} \cos \frac{n\pi}{d} z \right] dt' \quad (4)$$

온도분포 해석에 사용된 재료는 AISI 1045를 사용하였고, 해석의 용이성을 위해 재료의 물성치는 온도변화에 일정한 상수 값으로 가정하였으며 Table 1에 나타내었다. 표면경화처리 온도는 AISI 1045의 경우  $A_s$  온도인  $723^\circ\text{C}$ 로 정의하였다<sup>6</sup>.

### III. 이론해에 의한 민감도 해석

레이저 표면경화처리 주요 변수인 빔 이송속도와 빔 반경 변화에 따른 경화처리 폭의 영향을 구하기 위해 위 결과식(4)를 빔 이송속도(v)와 가우시안 분포 매개변수(a)에 대해 각각 미분하여 민감도 식을 구하였다. 빔 이송속도 민감도 식과 빔 반경에 관한 민감도 식은 각각 식 (5)와 (6)에 보여주고 있다.

$$\frac{dT}{dv} = \int_0^t \frac{C}{\pi \rho c_p d} \cdot \frac{1}{a^2 + 2a(t-t')} \left[ 1 - v \frac{(t-t')(t-t')v+x}{a^2 + 2a(t-t')} \right] \times \exp\left[-v \frac{\{x + v(t-t')\}^2 + y^2}{2a^2 + 4a(t-t')}\right] \times \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \exp\left\{\frac{-a(n\pi)^2(t-t')}{d^2}\right\} \cos \frac{n\pi}{d} z \right] dt' \quad (5)$$

$$\frac{dT}{da} = \int_0^t \frac{C \cdot v}{\pi \rho c_p d} \cdot \frac{-a}{(a^2 + 2\alpha(t-t'))^2} \left[ 2 - \frac{\{(t-t')v+x\}^2 + y^2}{a^2 + 2\alpha(t-t')} \right] \times \exp\left[-\frac{\{x + v(t-t')\}^2 + y^2}{2a^2 + 4\alpha(t-t')}\right] \times \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \exp\left\{\frac{-\alpha(n\pi)^2(t-t')}{d^2}\right\} \cos \frac{n\pi}{d} z \right] dt' \quad (6)$$

### IV. 결과 및 고찰

레이저 표면처리 시 주요 공정변수인 빔 이송속도와 빔 반경이 경화폭(hardened width)의 크기에 미치는 정량적인 영향을 온도분포 이론해를 통한 민감도 해석 방법에 의하여 구하였다. Table 2.에 계산에 적용한 빔 이송속도와 빔 분포매개변수 값에 대한 경화폭의 크기를 보여주고 있다. 일반적으로, 단위길이 당 열입력(C) 값이 증가하면 경화폭의 크기도 선형적으로 증가하는 경향을 나타냈으며 이런 결과는 실험결과와 같은 경향을 보였다. 빔 반경이 크고 열입력이 적은  $C=10$  조건에서는 경화폭이 발생하지 않는 조건을 나타내고 있다. Fig. 2에는

C=30 인 경우 각각의 입열량/속도 조건에서의 경화폭의 크기를 나타내고 있다.

Fig. 3은 a=1, 2 조건에서 각 속도변화에 대한 온도분포의 변화 즉 경화폭의 크기 변화를 나타내는 민감도 해석 결과를 보여주고 있다. 빔 이송속도에 대한 민감도 결과는 모두 양의 값을 나타내고 있다. 이러한 결과는 전 계산 구간에서 빔 속도의 변화에 대해 경화폭의 크기도 양의 방향으로 변화함을 의미한다. 동일한 입열 조건에서 빔의 속도가 증가하면 민감도는 감소하는데 이는 속도가 증가하면 경화폭의 크기 증가는 줄어들음을 의미한다.

빔 반경에 대한 민감도 결과는 Fig. 4에 나타내고 있다. 전반적으로, 빔 속도에 대한 민감도 결과보다 큰 값을 나타내고 있는데 이러한 의미는 빔 속도변화보다 빔 반경의 변화에 대해 경화폭의 변화가 더 크게 나타남을 의미한다. 빔 반경이 큰 a=2인 조건에서는, 민감도 값이 영으로 경화폭이 발생하지 않는 경우를 나타내는데 이는 저밀도 입열 조건으로 열분포가 집속되지 못하고 확산되어 경화되지 못한 조건임을 알 수 있다. Fig. 4 (a)의 C=20 인 속도변화 조건에서는 민감도 결과가 음에서 양으로 천이하는 것을 나타내고 있다. Fig.2의 경화폭 크기 변화에서도 이러한 결과를 예측 가능하다. 즉, 이러한 의미는 경화폭의 크기에 영향을 미치는 변수가 단순한 열입력 조건만이 아님을 나타내고 각 공정변수의 적절한 조합에 의한 최적 조건을 가짐을 의미하고 있다.

## V. 결론

레이저 표면경화처리 시 온도분포 이론해로부터 경화폭의 크기를 예측하고 직접미분방법을 사용한 민감도해석 방법을 이용하여 경화폭에 대한 공정변수의 정량적인 영향을 구한결과 다음과 결론을 얻었다.

(1) 상대적으로 높은 입열량인 경우, 레이저 빔 반경이 작을수록 빔 분포파라미터에 대한 경화폭의 민감도 값은 증가하였다. 결과적으로, 이러한 구간의 변수 조건은 정밀가공의 경우 쉽게 경화폭의 치수 변화를 초래할 수 있으므로 피하는 것이 좋을 것으로 판단된다.

(2) 일반적으로, 빔 반경에 대한 민감도 값이 빔 이송속도에 대한 민감도 값보다 크게 나타났으며 빔 속도 변화에 대한 민감도는 양의 값을 나타냈다.

(3) 특히, 단위 길이 당 높은 열입력 조건인 경우 두 공정변수(빔 이송속도와 빔 반경) 사이에 적절한 조합에 의한 최적 조건이 존재함을 확인하였다.

## VI. 참고문헌

1. J. W. Brewer : Control Systems Analysis, Design and Simulation, Prantice-Hall, (1974)
2. R. T. Haftaka : Sensitivity Calculations for Iteratively Solved Problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 21, pp.1811-1821,(1985 )
3. S. H. Lee and Y. S. Yang : Sensitivity Analysis of the Processing Parameters by Direct Differentiation Method for Laser Surface Hardening Treatment", Materials and Manufacturing Processing, 16(3), pp. 353-374, (2001)
4. D. Rosenthal : The Theory of Moving Sources of Heats and Its Application to Metal Treatment, Trans. ASME 43(11), pp. 849-866, (1946)
5. J. W. Kim : A Study on Thermal Analysis of Dual Beam Laser Welding of Thin Metal Sheet, Journal of Korean Welding Society, 15(4), (1997)
6. R. C. Reed, Z. Shen, J. M. Robinson and T. Akbay : Laser Transformation Hardening of Steel: effects of beam mode, beam size and composition, Materials Science and Technology, 15:109-118, (1999)

Table 1. Physical properties for the analysis

Property	AISI 1045 (Unit)
Density	$7.86 \times 10^{-6} (\text{kg}/\text{mm}^3)$
Thermal conductivity	$0.02358 (\text{W}/\text{mm}^2 \text{K})$
Specific heat	$750 (\text{J}/\text{kg K})$
Initial temperature	$20 (^\circ\text{C})$
Gaussian distribution parameter(a)	1.0, 1.5, 2.0 (mm)

Table 2. Selected processing parameters and maximum hardened half width dimensions.

a (mm)	C=10(J/mm)		C=20(J/mm)		C=30(J/mm)	
	AQ(W), v (mm/s)	Max. half width (mm)	AQ(W), v (mm/s)	Max. half width (mm)	AQ(W), v (mm/s)	Max. half width (mm)
1.0	180, 18	0.68	200, 10	1.30	300, 10	1.78
	250, 25	0.94	260, 13	1.42	390, 13	1.82
	300, 30	1.02	400, 20	1.60	600, 20	1.90
	400, 40	1.18	500, 25	1.62	750, 25	1.95
2.0	180, 18	non treated	200, 10	non treated	300, 10	1.14
	250, 25	non treated	260, 13	non treated	390, 13	1.56
	300, 30	non treated	400, 20	1.60	600, 20	2.04
	400, 40	non treated	500, 25	1.12	750, 25	2.23

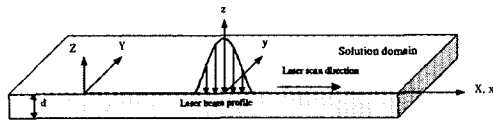


Figure 1. Coordinates systems of the solution domain

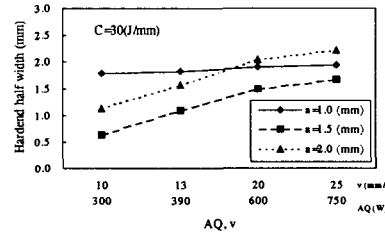
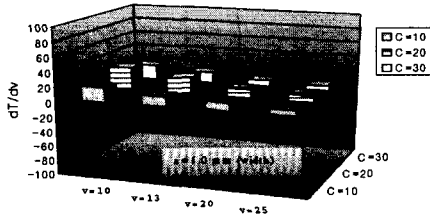
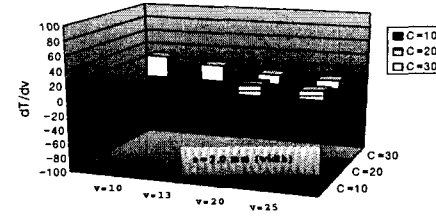


Figure 2. Hardened width(half) for various uniform net heat input (C).

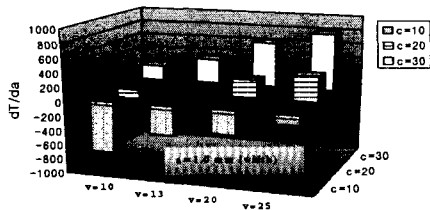


(a)

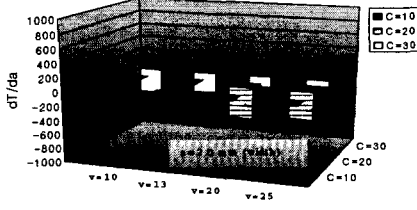


(b)

Figure 3. Sensitivity analysis results of laser scan velocity ((a) a=1mm, (b) a=2.0mm).



(a)



(b)

Figure 4. Sensitivity analysis results of Gaussian distribution parameter ((a) a=1mm, (b) a=2.0mm)