

조립토의 거칠기 및 모양 분석

Roughness and Shape Analysis on Granular Materials

민덕기¹⁾, Tuk-Ki Min, 이완진²⁾, Wan-Jin Lee, 이종익³⁾, Jong-Ik Lee

- ¹⁾ 울산대학교 지구환경시스템공학부 교수, Professor, Dept. of GeoEnvironmental Engineering, Univ. of Ulsan.
²⁾ 울산대학교 지구환경시스템공학부 박사과정, Graduate Student, Dept. of GeoEnvironmental Engineering, Univ. of Ulsan.
³⁾ 울산대학교 지구환경시스템공학부 석사과정, Graduate Student, Dept. of GeoEnvironmental Engineering, Univ. of Ulsan.

SYNOPSIS : The roughness of Joomoonjin sand and the Dongchun river sand was analysed by the fractal theory. It was found that the fractal dimension(D_F) of Joomoonjin sand is a little smaller than the Dongchun river sand. That means Joomoonjin sand is smoother than the Dongchun river sand. The measurements of D_F of different fraction of the Dongchun river sand showed that large particles were rougher than fine particles.

The shapes of both sands were analysed by the Discrete Fourier Transform(DFT) and the Grid-based(GB) method. Normalization of coefficients with respect to size, starting point and its orientation made the coefficients invaried to these characteristics. The mean of the normalized coefficients was used to reconstruct the average shape for both sands, respectively.

The measurements of the ellipticity ratio of different fraction of both sands showed that Joomoonjin sand is slightly flatter than the Dongchun river sand.

Key Words : Joomoonjin Sand, Fractal Dimension, Discrete Fourier Transform, Ellipticity.

1. 서론

조립토(granular materials)에 있어서 입자의 형상은 전단강도, 밀도, 투수성, 압축성, 유동성(transportation) 등 조립재료의 공학적 거동(engineering behavior)에 영향을 미치며(L.E. Vallejo, 1995), 입자의 형상은 거칠기와 모양에 영향을 받는다. 따라서, 입자의 형상을 정량화시키기 위한 많은 연구가 진행되어 왔는데, 대표적인 방법이 Fractal theory와 DFT(Discrete Fourier Transform)이라 할 수 있다.

Fractal theory는 해안선, 나무, 산, 폭포, 구름 등 자연현상을 해석할 수 있는 기하학의 한 분야로써, Fractal Dimension(D_F)으로 표현되는데, D_F 값이 커질수록 물체의 경계면의 거칠기정도가 높다는 것을 의미한다. 재료공학분야, 농업, 교통, 사회, 경제 등 거의 모든 분야에서 Fractal theory에 대한 연구가 진행중이며, 실제 적용된 사례도 많은 것으로 알려져 있다.

물체의 모양을 표현하는 방법에는 여러 가지가 있으나, 많이 쓰이는 방법이 DFT와 GB(Grid-Based) method로써, 주로 재료공학이나 전자분야에서 많이 사용되고 있다. 지반공학과 관련해서는 Soil Science 분야에서 사용되고 있으며, 본 논문에서도 상기 방법으로 입자의 모양을 표현하였다.

2. Fractal Dimension

Fractal에 대한 개념은 오래 전부터 여러 수학자들에 의해 연구되었으나, B. Mandelbrot가 'The Fractal Geometry of Nature'(1982)라는 책에서 기하학으로써의 Fractal에 대해 정립하였는데, Fractal 기하학에서는 불규칙적인 자연현상에 대해서 표현이 가능하며, Fractal Dimension을 이용하여 주식값 변동, 식물뿌리의 성장, 교통발생 등 일반적인 사회현상까지도 해석할 수 있는 단계에까지 이르고 있다.

지반공학분야에서는 Fractal Dimension과 압밀·투수·전단특성 등과의 연관성에 대한 연구가 진행되었으며(L.E. Vallejo, 1996), 암반공학분야에서는 절리면거칠기(JRC)와 관련된 연구가 주를 이루며 상당한 발전이 있었다.

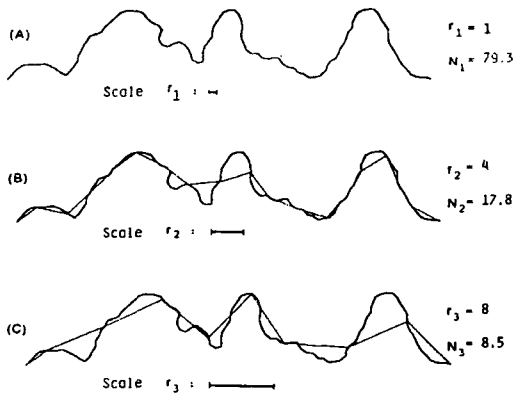
Fractal Dimension 산출에는 여러 가지 방법이 있으나, 본 논문에서는 Divider method를 이용하였다. Divider method는 디바이더를 이용하여 측정폭(stride length)을 여러 개의 길이로 변화시키면서 경계면(boundary)의 길이를 측정한 후, 이 측정길이와 그 때 구하여진 경계면의 길이를 대수그래프에 plot하여 산출된 직선의 기울기를 측정하게 된다. 이때, 측정길이를 r_n , 측정 횟수(step : number of segments, divider의 움직인 횟수)를 N, 경계면 길이를 L_n 이라 하면, 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$L_n = C_1 \cdot (r_n)^{-D}, \quad N = C_2 \cdot (r_n)^{-D_F} \quad \text{식 (2-1)}$$

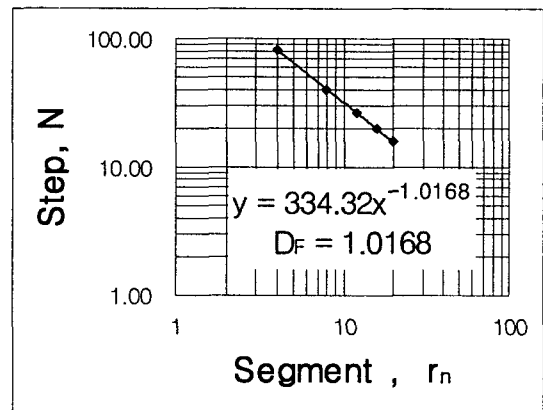
여기서, C_1, C_2 : 상수, D : 기울기, D_F : Fractal Dimension(= 1-D)

상기 식에서 D 와 D_F 는 '-'의 값을 가지며, D_F 는 경계면의 거칠기(roughness)를 나타낸다(Lewis F. Richardson, 1961; L.E. Vallejo, 1995).

D_F 값이 측정길이(stride length)에 영향을 받지 않기 위해서는 측정회수(step, N_n)가 30~200정도 되어야 한다(P.C. McWilliams, 1993). 또한, 입자의 형상(경계면의 거칠기)을 정확히 표현하기 위해서는 D_F 값을 소숫점 4자리까지 측정하여야 한다(L.E. Vallejo, 1995).



< 그림 2.1 > Stride length r_n , and step N, needed to cover the length L_n , of the unrolled profile of rough particle



< 그림 2.2 > Step(Number of segments) N, versus stride length r_n , for unrolled profile

3. 입자의 모양 표현

입자의 모양(form)은 표현방법에는 DFT, GB(Grid Based) Method, TPVAS, Moment method 등 많은 방법이 있으나, 본 논문에서는 DFT와 GB method 방법을 이용하였다.

3.1 DFT(Discrete Fourier Transform)

3.1.1 Fourier method를 이용한 입자의 모양 표현

DFT란 Fourier method를 이용하여 입자의 모양을 재현시키는 방법으로, FD(Fourier Descriptor)를 사용하여 입자의 모양을 주기 또는 위상각으로 나타내는데, 본 논문에서는 입자의 외곽선의 위치를 주기(t)를 이용하여 x(t), y(t) 좌표로 나타내었다.

$$\begin{aligned} x(t) &= A_0 + \sum_{n=0}^N \left[a_n \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) \right] \\ y(t) &= C_0 + \sum_{n=0}^N \left[c_n \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) + d_n \sin\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) \right] \end{aligned} \quad \text{식 (3-1)}$$

여기서, n : 차수(oder approximation), $A_0 \cdot C_0$: 입자 모양의 중심점(x=A₀, y=C₀),
 $a_n \cdot b_n \cdot c_n \cdot d_n$: FD(Fourier Descriptor)

3.1.2 Normalization

Normalization이란, 여러 모양의 입자들을 하나의 방향(주축과 평행)으로 전환시키는 것으로, 먼저, 입자의 형상을 식(3-1)에 의해 표현한다. 이때, 출발점에 따라 FD(a, b, c, d)의 값이 변하게 되는데, FD가 출발점에 의해 영향을 받지 않기 위해서는 첫 번째 FD(a₁, b₁, c₁, d₁)가 'semi major axis'에 놓이도록 해야 한다. 입자의 원래 모양에서의 중심점을 기준으로 아래 식(3-2)와 같은 방향에 있는 점이 새로운 출발점이 되며, 이때 'θ'만큼 이동시킨 축을 'semi major axis'이라 한다.

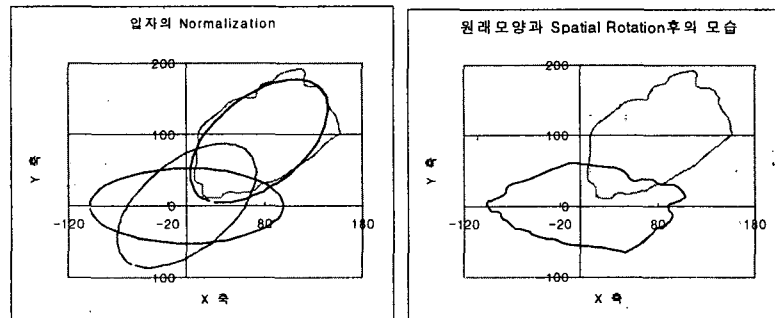
$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2(a_1 b_1 + c_1 d_1)}{(a_1^2 - b_1^2 + c_1^2 - d_1^2)} \quad \text{식 (3-2)}$$

$$\begin{pmatrix} a_n^* & b_n^* \\ c_n^* & d_n^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(n\theta_1) & \sin(n\theta_1) \\ -\sin(n\theta_1) & \cos(n\theta_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \quad \text{식 (3-3)}$$

다음 순서로, 입자들을 하나의 방향(X축과 평행)으로 나타내기 위해 입자를 표현하는 좌표들을 공간 이동(spatial rotation)을 해야 하는데, 이때 이동한 각도는 'ψ'이고 다음과 같이 표현된다.

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{c_1^*}{a_1^*} \right) \quad \text{식 (3-4)}$$

$$\begin{pmatrix} a_n^{**} & b_n^{**} \\ c_n^{**} & d_n^{**} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(n\theta_1) & -\sin(n\theta_1) \\ \sin(n\theta_1) & \cos(n\theta_1) \end{pmatrix} \quad \text{식 (3-5)}$$



< 그림 3.1 > 입자 모양의 Normalization(Spatial Rotation)

입자의 모양을 나타내는 계수인 'ellipticity ratio($E_r \geq 1$)'는 다음의 식(3-6)처럼 나타낼 수 있는데, 이 값은 '장축(major axis)의 길이/단축(minor axis)의 길이'를 나타낸다. 여기서, ' $E_r = 1$ ' 이면, 원래의 입자의 모양이 원형에 가깝다(입자가 둥글다)는 것을 의미하고, 입자의 모양이 긴 형상일수록 ' E_r '은 커진다.

$$E_r = \frac{\sqrt{(a_1^*)^2 + (c_1^*)^2}}{\sqrt{(b_1^*)^2 + (d_1^*)^2}} \quad \text{식 (3-6)}$$

3.1.3 Shape averaging

조립재료를 구성하는 입자의 평균적인 모양을 나타내는 방법이 'shape averaging'이다. FD는 'normalization'된 값을 사용하고, 각 FD(a, b, c, d)별로 평균과 표준편차를 구하여 다음의 식에 의해 입자의 평균모양을 나타낸다.

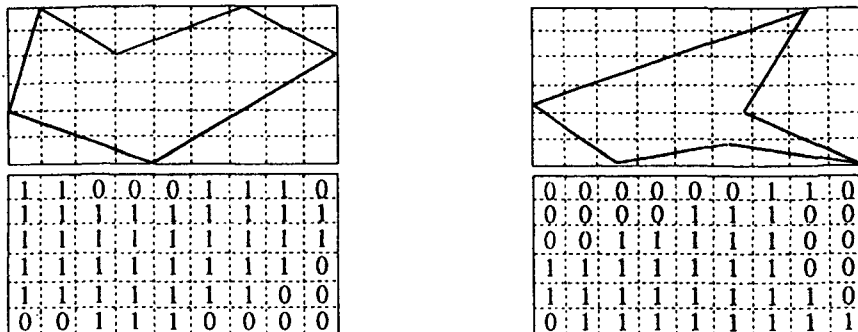
$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{n=1}^{n=N} \left[(Avg_{a,n} \pm \sigma_{a,n}) \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) + (Avg_{b,n} \pm \sigma_{b,n}) \sin\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) \right] \\ y(t) &= \sum_{n=1}^{n=N} \left[(Avg_{c,n} \pm \sigma_{c,n}) \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) + (Avg_{d,n} \pm \sigma_{d,n}) \sin\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) \right] \end{aligned} \quad \text{식 (3-7)}$$

3.2 GB(Grid Based) method

GB(Grid-based) method란 입자를 일정 크기의 grid로 분할(분할된 개수는 모든 입자에 대하여 동일)하고, 분할된 cell에 대하여 '0'과 '1'의 값을 부여하는데, 이때 입자의 경계면이 지나가는 cell과 경계면 내부에는 '1'의 값을 부여하고, 경계면이 지나가지 않는 cell에는 '0'의 값을 부여한다.

Grid-based method를 수행할 때는 사용되는 몇가지 용어가 있는데 다음과 같다.

- major axis : 입자의 경계면중 거리가 가장 긴 두 점을 연결한 축
- minor axis : major axis에 직각인 축
- rotation normalization : major axis와 교차되는 minor axis상에서 모양이 긴 쪽과 짧은 쪽을 지정하는 것(본 논문에서는 major axis의 중앙을 중심으로 입자의 모양이 긴 쪽이 우상(右上)위치에 오도록 설정).
- scale normalization : grid로 분할된 cell에 부여되는 binary number(0과 1)가 입자와 grid의 크기에 영향을 받지 않도록 major axis의 길이를 일정하게 결정하는 것(grid standardized major axis : 모든 입자에 대하여 동일한 길이를 부여한 major axis).



< 그림 3.2 > GB method - Object mapping and representation

4. 입자의 거칠기 및 모양 분석

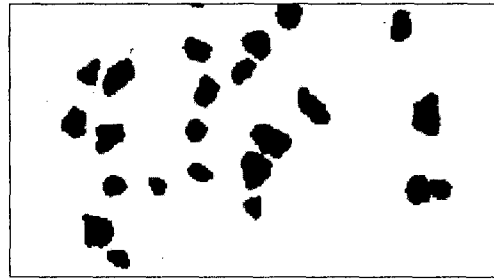
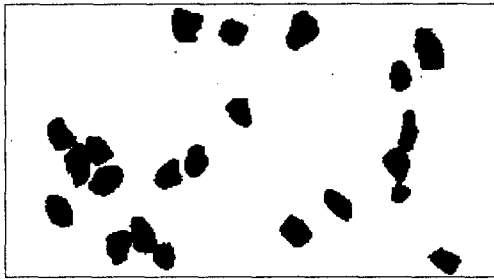
압축용 주문진 표준사와 울산에 위치한 동천강 모래를 대상으로 하여 입자의 거칠기(D_F)와 입자의 모양(DFT 및 GB method)에 대하여 분석하였다.

광학현미경을 사용하여 모래 입자를 촬영(40배 확대)하였으며, 입자의 영상처리는 Image-Pro라는 프로그램을 이용하였다. 또한, Auto Cad를 이용하여 각 입자의 경계면좌표를 구하였다.

거칠기 및 모양 분석사 사용된 입자는 크기별로 무작위로 각 30개씩 사용하였으며, 시료 개수 30에 대한 평균값은 신뢰도 99%에 오차 $\pm 1\%$ 내외로 신뢰성이 높은 것으로 확인되었다.

4.1 모래의 형상

압축용 주문진 표준사는 0.6mm(#30)~0.42mm(#40)사이 약 92%가 존재하여 표준사를 대표할 수 있는 #40체에 남는 시료에 대해 분석하였으며, 동천강 모래의 경우에는 각 입자 크기별로 분석하였다.

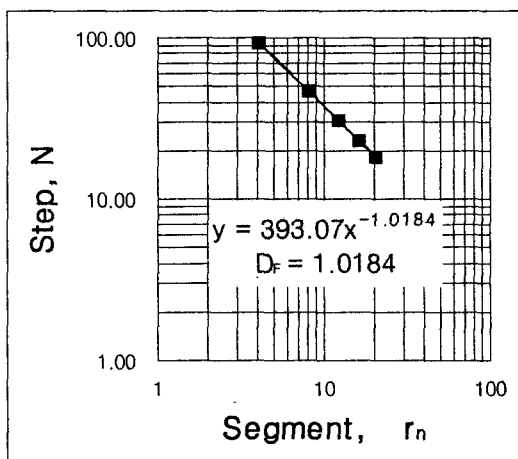


< 그림 4.1 > 입자의 모양 - 표준사 #40

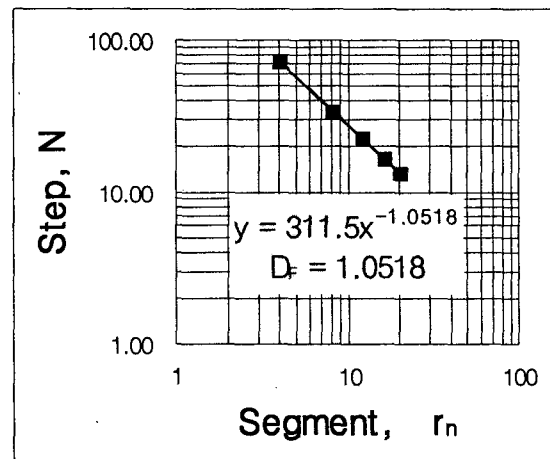
< 그림 4.2 > 입자의 모양 - 동천강 #40

4.2 입자의 거칠기(Fractal dimension, D_F) 분석

입자의 거칠기를 나타내기 위하여 'Divider method'를 이용하여 D_F 를 산정하였다.



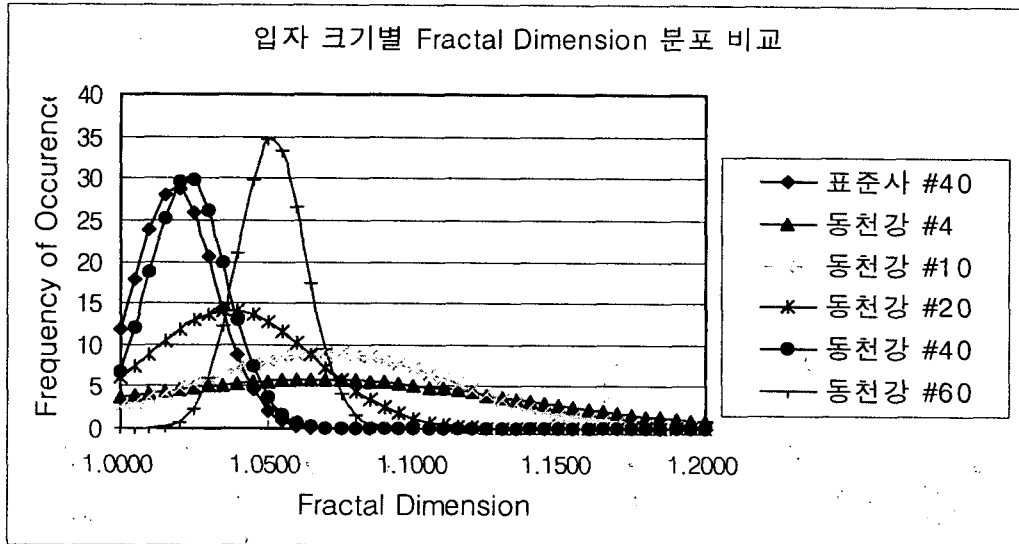
< 그림 4.3 > 표준사 #40 - D_F 산정



< 그림 4.4 > 동천강 #60 - D_F 산정

< 표 4.1 > 입자 크기별 D_F 산정 결과

구 분	표준사 #40	동천강 모래				
		#4	#10	#20	#40	#60
D_F	1.0186	1.0666	1.0698	1.0372	1.0229	1.0515



< 그림 4.5 > 입자 크기별 D_F 의 분포도

상기 <표 4.1>에 나타낸 바와 같이 동천강 모래보다 표준사의 D_F 가 작게 나왔는데, 이것은 표준사가 동천강 모래보다 표면이 매끄럽다는 것을 의미하지만, 그 차이는 그다지 크지 않았다. <그림 4.5>는 D_F 의 분포도를 보여주고 있는데, 입자의 크기가 작을수록 D_F 값이 밀집되고, 입자의 크기가 커질수록 D_F 값이 분산되는 것으로 나타났다. 이것은 입자의 크기가 커질수록 그 거칠기 정도가 다양하지만, 입자의 크기가 작아질수록 입자의 거칠기 정도가 비슷해진다는 것을 의미한다.

동천강 모래의 경우, 입자의 크기가 작아질수록 D_F 가 작아지다가 #60에서는 오히려 증가하였다. 이러한 현상은 후술할 입자의 모양과 관계가 있는 것으로 판단된다.

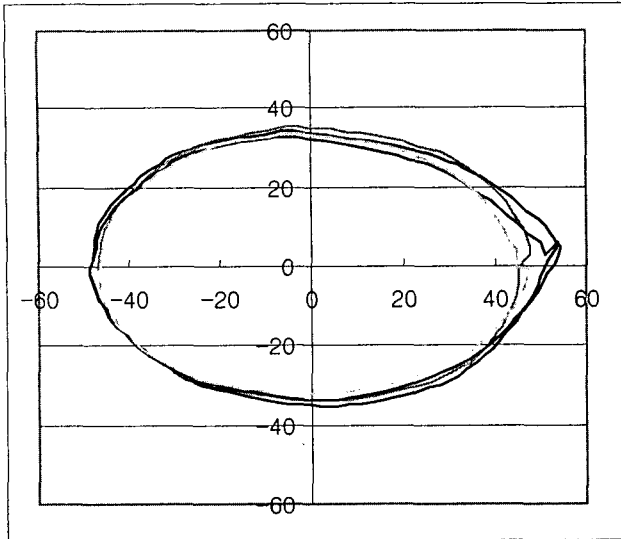
4.3 입자의 모양 분석

4.3.1 DFT(Discrete Fourier Transform)에 의한 모양 분석

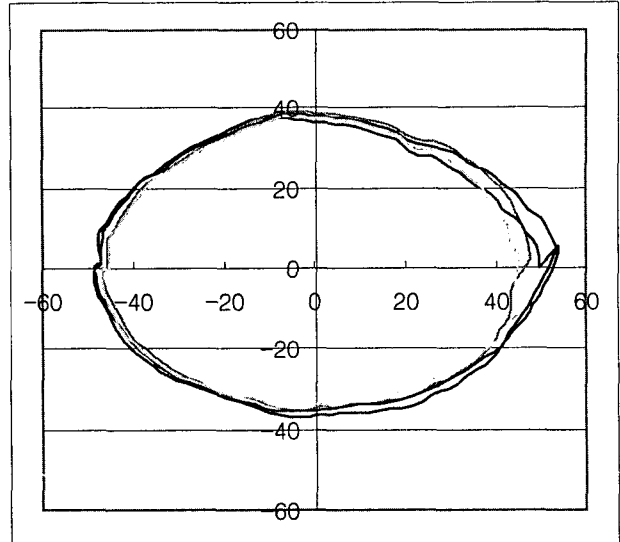
DFT에 의한 입자의 모양 표현은 상기 '3.1'절의 방법에 의하여 수행하였으며, 각 입자 크기별로 평균하여 표현하였는데, 그 결과는 <표 4.2> 및 <그림 4.6>과 같다.

< 표 4.2 > DFT에 의한 'ellipticity ratio'

구 분	표준사 #40	동천강 #4	동천강 #10	동천강 #20	동천강 #40	동천강 #60
ellipticity ratio	1.436	1.324	1.318	1.377	1.317	1.594



(a) 표준사 #40의 평균모양



(b) 동천강 #40의 평균모양

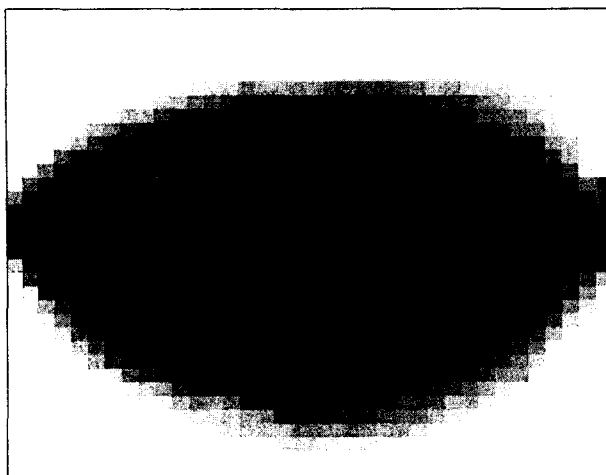
< 그림 4.6 > DFT에 의한 입자의 평균 모양(Averaged Shape)

상기 <그림 4.6>은 식(3-7)에서 $\pm 0.2\sigma$ (σ : 각 descriptor 별 표준편차)에 대하여 모두 4개의 평균모양을 나타낸 것으로, 그림에서 보이듯이 표준사와 동천강 모래의 평균 모양이 비슷한 것으로 나타났으나, 표준사의 모양이 동천강 모래보다 약간 납작한 모습을 하고 있다. 또한, 'ellipticity ratio'도 표준사가 동천강모래 보다 더 크게 산출되었다(<표 4.2>). 이것은 일반적으로 알려진 것처럼 표준사의 모양이 둥글지 않다는 것을 나타내고 있다.

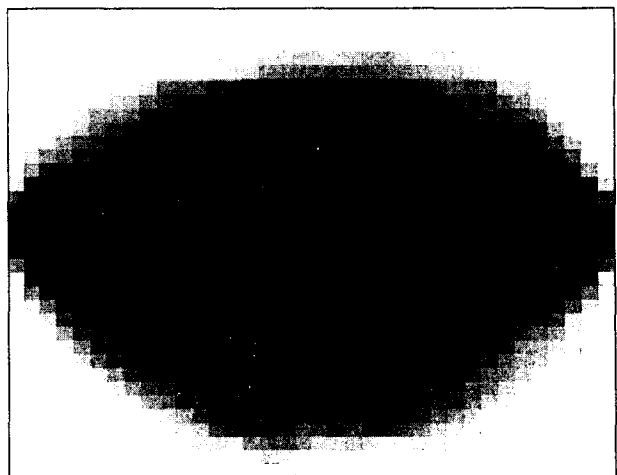
동천강 #60의 경우 'ellipticity ratio = 1.594'의 값을 보여주는데, 다른 크기의 입자에 비해 매우 길쭉한 형상이며, 이것은 입자 크기가 작아질수록 D_F 값이 작아지다가 #60에서 갑자기 커진 것과 연관이 있다.

4.3.2 GB(Grid based) method에 의한 모양 분석

GB method에 의해 나타낸 입자의 평균모양은 다음 <그림 4.7>와 같다. 전체적인 모양은 DFT방법에 의한 모양과 흡사하며 표준사 #40보다 동천강 #40이 더 둥근 모양을 하고 있다.



(a) 표준사 #40



(b) 동천강 #40

< 그림 4.7 > GB method 에 의한 입자 크기별 평균 모양

5. 결 론

주문진 표준사와 동천강 모래 #4, #10, #20, #40, #60 잔류 입자에 대하여 Fractal theory(Fractal Dimension), Discrete Fourier Transform(DFT) 및 GB method를 이용한 입자의 거칠기와 모양에 대하여 분석한 결과, 결론은 다음과 같다.

- 1) Fractal Dimension을 산출하여 입자 표면의 거칠기를 표현한 결과, 표준사의 경우 매우 매끄러운 것으로 나타났다. 이에 비해 동천강 모래의 경우는 표준사보다 거칠기 정도가 더 높은 것으로 나타났다. 그 차이는 크지 않았다.
- 2) 동천강 모래에 대하여 입경 크기별로 D_F 를 산출하여 본 결과, 입자의 크기가 작아질수록 표면의 거칠기도 작은 것으로 나타났다.
- 3) DFT와 GB method를 이용하여 주문진 표준사의 대표 입자 모양을 구현시켰다. 두 방법에 의한 입자의 평균 모양은 전반적으로 비슷한 양상을 띄고 있다. 입자의 형상을 좌표로 나타낸 DFT와는 달리, GB method에서는 입자를 Grid로 분할하여 분할된 cell에 입자의 경계면이 조금이라도 접촉이 되면 그 cell 전체가 하나의 입자로 인식되며, 또한 입자의 위치를 임의대로 정렬하기 때문에 정확한 모양을 표현하였다고 보기는 어렵다. 그러나, 전체적인 평균 모양을 나타내기에는 충분하다고 사료된다.
- 4) DFT 분석결과, 입자의 Elongation을 나타내는 Ellipticity Ratio는 주문진 표준사의 경우 1.436이었다. 동천강 모래의 경우는 입자 크기에 따라 1.317~1.377 범위를 보여, 주문진 표준사가 동천강 모래보다는 다소 편평한 것으로 나타났다.

참고문헌

1. E.T. Bowman, K. Soga, & W. Drummond(2001), "Particle shape characterisation using Fourier descriptor analysis", *Geotechnique*, Vol.51, No.6, pp.545~554
2. Ayse Erzan, Nurfer Gungor(1995), "Fractal geometry and size distribution of clay particles", *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol.176, pp.301~307
3. James P. Hyslip, L.E. Vallejo(1997), "Fractal analysis of the roughness and size ditribution of granular materials", *Elsevier, Engineering Geology*, Vol.48, pp.231~244
4. Frank P. Kuhl(1982), "Elliptic Fourier feature of a closed contour", *Computer Graphics and Image Processing*, Vol.18, pp.236~258
5. Guojun Lu, Atul Sajjanhar(1999), "Region-based shape representation and similarity measure suitable for content-based image retrieval", *Multimedia Systems*, Vol.7, pp.165~174
6. P. Markondeya Raj, W. Roger Cannon(1999), "2-D particle shape averaging and comparison using Fourier descriptors", *Elsevier, Powder Technology*, Vol.104, pp.180~189
7. Luis E. Vallejo, Yun Zhou(1995), "The relationship between the fractal dimension and Krumbein's roundness number", *Soils and Foundations*, Vol.35, No.1, pp.163~167
8. Luis E. Vallejo(1995), "Fractal analysis of granular materials", *Geotechnique*, Vol.45, No.1, pp.159~163
9. Luis E. Vallejo(1996), "Fractal analysis of the fabric changes in a consolidating clay", *Elsevier, Engineering Geology*, Vol.43, pp.281~290