

성토지반에 타입된 H 말뚝의 횡방향 장기지지거동 Lateral long term behavior of Driven H-Piles in Embankment

박영호¹⁾, 정경자²⁾, 김주경³⁾, 김동인⁴⁾

- 1) 한국도로공사 도로연구소 지반연구실 수석연구원, Director Research Engineer, HRC
- 2) 한국도로공사 도로연구소 지반연구실 연구원, Researcher, Geotechnical Div. of HRC
- 3) 동국대학교 박사과정, Pd.D Candidate of Dongkok University
- 4) 한국도로공사 구조물실 구조물계획부 과장, Sectional Chief, Structural Plan Division, KHC

SYNOPSIS : To find a lateral long term behavior of driven H-piles in embankment, inclinometer is installed at pile and measurement is done during a year. When behavior of measured slope angles is in accord with behavior of nonlinear $p-y$ curves(Reese, Murchison and O'Neil, Matlock's $p-y$ analysis), maximum displacement of pile head, maximum stresses and maximum bending of pile obtained from the numerical analysis are shown. As results, maximum lateral displacement at pile head, maximum stress and maximum bending moment of pile are shown linear behavior. And maximum lateral load, maximum lateral displacement, and maximum bending moment at pile head obtained from the numerical analysis are 8~12.4tonf, 9~10.1mm, and 10.39~12.67tonf-m per pile according to the curves, respectively.

Key words : 사질토지반, H-말뚝, 장기지지거동, $p-y$ 곡선, 자동계사계, 선형거동

1. 서론

일체식 교량의 교대(integral abutment bridge)는 난쟁이 교대로서 상부구조물 및 접속슬래브와 H말뚝이 일체화되어 있으며, 상부구조물의 신축량에 따라 말뚝은 수평이동을 하게 된다. 상부구조물의 원활한 수평이동을 말뚝이 허용하기 위하여, 고강도 H말뚝의 약축방향과 교축방향과 서로 일치시켜 1열의 H말뚝을 교대 사각(skew)으로 타입한다.

본 말뚝이 설치된 지반은 약 14~17.5m의 성토한 지반이며, H 말뚝의 이방성 때문에 말뚝을 지반에 타입하면 약축인 웹(web)방향으로 흔들리게 된다. 이로 인해 웹과 플랜지(flange) 사이의 폐색된 흙은 진동 다짐되면서 말뚝머리 부분에 함몰부가 생긴다. 이 함몰부는 지반조건에 따라 그 깊이가 달라지게 되지만 본 성토지반에서는 말뚝머리부분부터 약 5m까지 함몰부가 생기며 이 부분을 느슨한 모래로 함몰부를 충전하였다.

이 지반에 타입된 말뚝의 장기거동 즉, 말뚝머리 회전구속 조건을 파악하기 위하여, 말뚝 축방향으로 웹과 플랜지 사이에 자동경사계를 부착하였다. 그리고 비선형 해석에서는 3가지 $p-y$ 모델(Reese et al, 1974; Murchison & O'Neill, 1984; Matlock, 1970)에 의한 유한차분해석(finite difference analysis)을 실시하였다. 다층지반(layered soils) 해석을 위해 층(layer)효과(Georgiadis, 1983)를 고려하여 수치해석을 실시하였다. 여기서, 수평지반반력계수, k 는 표준관입시험(SPT), 전자식 콘관입시험(CPT), 딜라토미터시험(DMT)으로 구한 지반조사 결과를 이용하여 산정하였다.

본 연구에서는 말뚝머리 회전구속 조건에서는 말뚝에 부착된 자동경사를 정해로 가정하고, 비선형 해

석으로 구한 경사각이 실측에서 구한 경사각과 일치하는 말뚝의 장기거동 즉, 말뚝 머리변위, 응력, 휨 모멘트 장기거동을 알아보고자 한다.

2. 지반조건

일체식 교량이 설치된 평촌1교 말뚝기초의 배치도와 재하시험 위치는 그림 1에 나타나 있다. 그림 2 는 교대를 설치하기 위한 터파기 단면으로 현지답사와 시추조사한 결과, 교대 A1과 A2의 원지반은 전 석이 많이 포함된 화강풍화토 지반이다. 이 지반을 관통하여 양질의 지지층까지 H말뚝을 타입하는데 문제가 발생할 수 있어 화강암 입자가 고결화된 풍화암까지 터파기를 실시하여 다짐장비로 면을 고른 다음, 충파기를 하면서 노상다짐 규정으로 최종 지반면까지 다짐을 실시하였다.

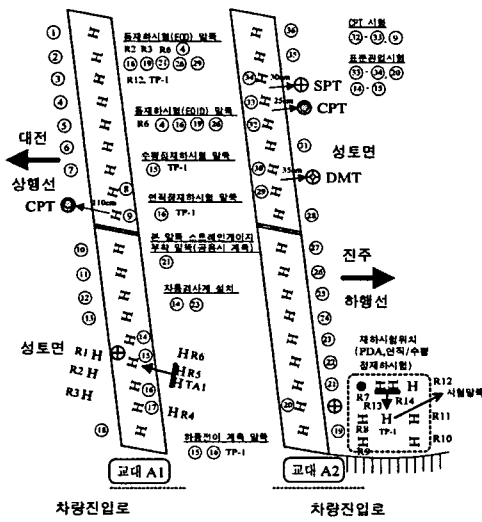
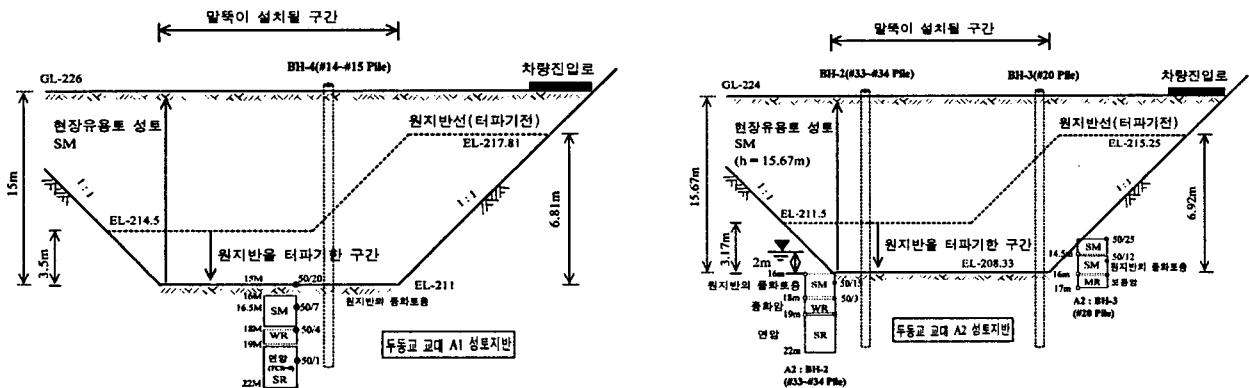


그림 1. 평촌1교 교대 말뚝기초의 배치도

성토 흙에 대한 여러 가지 시험결과, 통일분류기호는 SM 이었으며, 비중(G_s)=2.683, 상대다짐(RC)=95.2~98.6%, 평판 재하시험으로 구한 지지력계수(k_{30})=16.4~20.4kg/cm³, 최대전조밀도($\gamma_{d(max)}$)=1.92~1.94t/m³, 건조밀도(γ_d) =1.83~1.91t/m³, 최적함수비(OMC)=10.9~13%, 그리고 함수비 (w)=9.1~11.3%이었다.

그림 2에 나타나 있는 바와 같이, 말뚝이 설치될 구간 내에서 7개의 풍화암 시편에 대하여 Brook 등(1977)의 방법으로 점하중시험 결과, 점하중지수, $I_{s(50)}$ 와 일축압축강도, q_u 는 각각 0.18~3.53kg/cm²와 4.2~84kg/cm²이었으며, 한국도로공사 건설공사 품질시험 편람 기준에 의하면 암종은 화강암질의 풍화암이었다(김용필 등, 1997). 그리고 굴절법에 의한 탄성파탐사 결과, 교대 A1과 A2 지반에 대한 풍화암 탄성파속도는 각각 1180~1400m/sec와 1140~1220m/sec이었으며, 연암과 보통암은 1400 m/sec 이상 이었다.



(a) 15번 말뚝(교대 A1)

(b) 시험말뚝(교대 A2)

그림 2. 평촌1교 교대지반의 터파기와 성토 및 확인보링 위치도

성토 완료 후에 성토지반의 상태를 알아보기 위하여, 추가로 3공에 대하여 표준관입시험을 실시한 결과는 그림 3과 같고, 풍화암층에 대한 표준관입시험 값은 $N=50/20\sim 50/3$ 이었다. 전자식 콘관입시험을 말뚝 32번과 33번 사이에서 교대 배면쪽으로 25cm 떨어진 곳과 9번 말뚝에서 110cm 떨어진 곳에 각각

한번씩 실시하였다(그림 1 참조). 그 결과는 그림 4에 원추콘 관입저항력 q_c 와 마찰저항력 f_s 로 나타나 있다. 그림 4의 결과를 Robertson 등(1986)이 제안한 흙 분류(SM)와 원추콘 관입저항력 q_c 를 이용한 N값의 간접 산정표를 이용하여 $N=q_c/3$ 과 같은 관계식으로부터 N값을 산정하였으며 이를 표준관입시험의 N값과 서로 비교하였다(그림 5 참고).

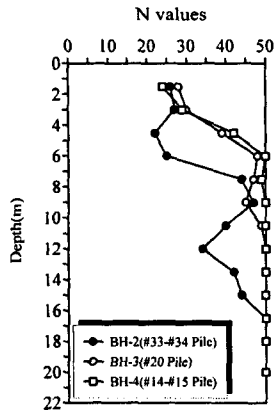
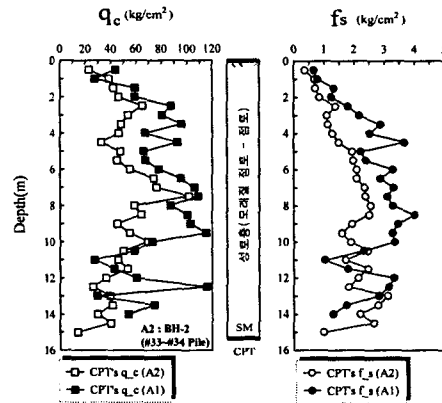


그림 3. 교대 성토지반의 표준관입시험 값



(a) 원추콘관입저항력, q_c (b) 마찰저항력, f_s
그림 4. 교대 A1과 A2에서 구한 전자식 콘관입시험(CPT)

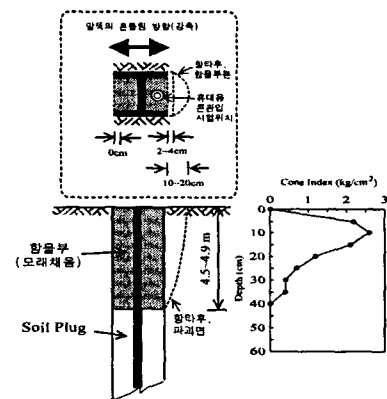
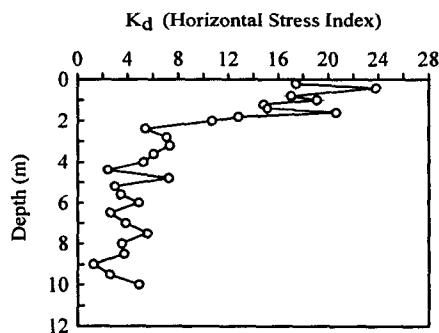
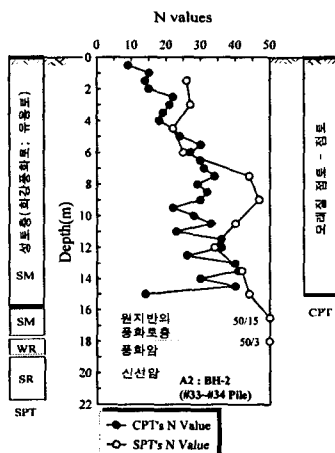


그림 5. CPT와 SPT의 N값 비교 그림 6. 깊이에 따른 횡방향 응력지수(K_d) 그림 7. 채운 모래의 휴대용 콘지수

이 그림에 나타나 있는 바와 같이 CPT에서 산정한 N값은 효율과 상재하중 등을 고려하지 않고 측정한 표준관입시험의 N값보다 낮게 나타났다. 그리고 교대 A2의 29번과 30번 말뚝사이에서 배면으로 35cm 떨어진 곳에 DMT 시험한 결과는 그림 6에 나타나 있다.

성토지반에 H말뚝을 향타할 때, 약축방향으로 H말뚝이 흔들리면서 웹과 플랜지 사이의 흙이 진동다짐되어 함몰되는데 그 깊이는 4.5~4.9m 정도이었다. 일체식 교량의 상부구조물 온도변화에 의해 발생하는 수평변위에 따라 교대 말뚝이 자유롭게 움직이게 하기 위해서는 함몰부분에 무다짐으로 모래를 채웠다. 이 모래지반의 강도를 알아보기 위하여 미육공병단에서 개발한 휴대용 콘관입시험(portable standard cone penetrometer)을 실시한 결과는 그림 7에 나타나 있다(박영호, 1996). 콘지수의 거동은 깊이가 증가함에 따라 콘지수가 증가하다가 깊이 10cm부터는 감소하는 경향을 보이는데 이는 함몰부분에 고인 우수의 영향으로 판단된다. 이 모래조건에서 직접전단시험으로 구한 내부마찰각은 표 1과 같다.

그리고 사용한 교강도 H말뚝의 제원은 H300 × 305 × 15 × 15이며, 설계시 사용하는 기준 항복응력은 $\sigma_y = 3,310 \text{ kg/cm}^2$ 이다.

표 1. 성토지반과 H말뚝의 합몰부 물성치

| 구분 | 말뚝 길이, L (m) | 단위중량 γ_r (tonf/m ³) | 상대 밀도 D_r | DMT 계수 E_d (tonf/m ²) | 수평응력 지수, K_d | 현장시험 종류 | 내부 마찰각(도) | k_n (tonf/m ²) | |
|---------------|--------------|--|-------------|-------------------------------------|------------------|---------|-----------|-------------------------------|---------|
| | | | | | | | | 적용식 | 값 |
| 1층 (합몰부 모래채움) | 4.7 | 1.8 | 느슨 | 200 가정 (200~350)* | 1.0 가정 (1~1.5)* | 직접전단 시험 | 28 | N=10 가정 (Meyer & Reese, 1979) | 1,708 |
| 2층 (성토 지반) | 17 | 2.0 | 조밀 | 3,292.5 시험값 (2,000~2,500)* | 3.88 시험값 (5~10)* | SPT | 38 | N=50 (Meyer & Reese, 1979) | 4,994.6 |
| | | | | | | CPT | 34.2 | 도로교설계기준 해설 식 적용(2001) | 4,243.6 |
| | | | | | | DMT | 36 | Gabr & Borden 식 적용 (1988) | 3,591.6 |
| | | | | | | DMT-CPT | 33 | Gabr & Borden 식 적용 (1988) | 3,591.6 |

(주의) * : 참고문헌에서 제시하는 일반적인 값.

3. 장기거동 계측 설치 현황

상부구조물의 신축량에 의해 발생하는 H 말뚝의 수평거동 측정하기 위하여, 2개의 말뚝에 자동경사계를 설치하였다.

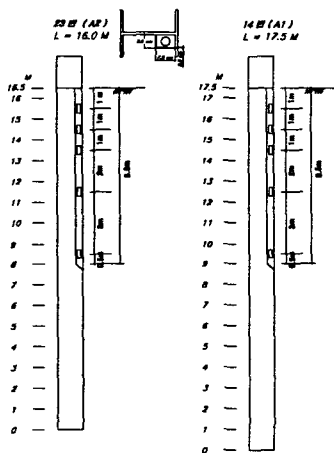


그림 8. 자동경사계 센서의 위치

말뚝 축방향으로 5개의 경사계 센서를 중계 파이프를 연결하여 깊이별 경사각을 읽어낼 수 있도록 하였다. 만약 매우 촘촘히 경사계를 설치하면 경사각으로 말뚝머리부의 수평변위를 산출할 수 있다.

그리고 그림 8의 센서 위치도에서 나타난 바와 같이, H 말뚝의 웹과 플랜지 사이에 "ㄱ" 자 형강을 용접하여 말뚝을 향타한 다음, 센서를 삽입하고 벤토나이트와 시멘트의 혼합액을 주입하여 말뚝과 보호대 사이를 밀봉함으로써 말뚝과 일체화하였다. 여기서 사용한 경사계의 제품은 KB-10P이다.

자동경사계는 하행선 교대의 중심부인 교대 A1의 14번과 교대 A2의 23번 말뚝에 설치하였다. 자동경사계에 의한 변위는 평촌1교에 사각이 존재함으로써 발생하는 회전거동에 의한 영향을 받을 것이나 교대의 중심 말뚝에 설치됨으로써 회전에 의한 영향을 최소화하였다.

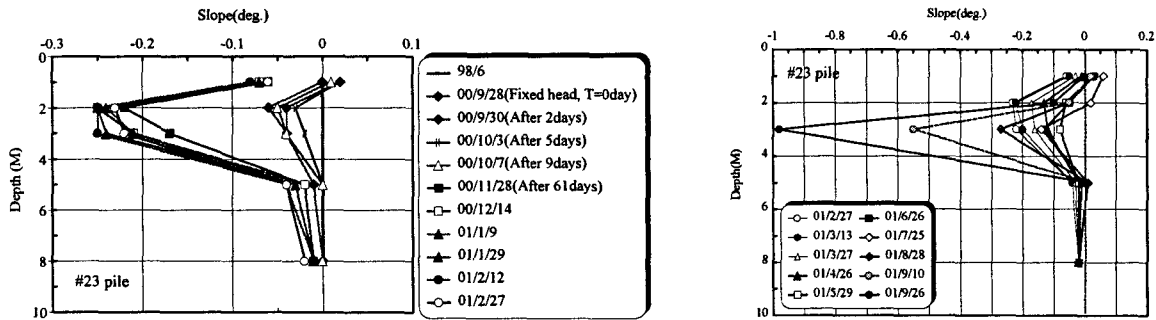
4. 수치해석 방법

횡하중을 받는 말뚝의 해석은 일반적으로 지반반력법과 탄성해석법이 있으며, 본 연구에서는 지반을 각각의 독립적인 스프링요소로 대체하여 해석하는 Winkler 지반모델에 기초한 지반반력법을 이용하여 수치해석을 실시하였다. 수치해석 방법으로는 3가지 비선형 $p-y$ 모델(Reese et al, 1974; Murchison & O'Neill, 1984; Matlock, 1970)을 이용하였고, 다층지반(layered soils)에서의 해석을 고려하기 위해 층(layer)효과(Georgiadis, 1983)를 고려하였다.

5. 자동경사계 계속 결과

자동경사계에 의한 23번 말뚝의 계속결과는 그림 9와 같다. 여기서 2000년 9월 28일 1차 교대와 2차 교대 및 상부슬래브 콘크리트 타설을 실시하였고, 계속은 타설전에 실시하였다. 그러나 접속슬래브는 설치하지 전이다. 그 후, 상부슬래브의 콘크리트 건조수축에 의한 경사각의 변화를 알아보기 위하여, 9일 동안은 2~4일 간격으로 그리고 그 이후는 15일 간격으로 지속적으로 경사각을 읽었다. 상부슬래브의 수축에 의한 경사각 변화는 그림 9(a)에 나타나 있다. 여기서 2001년 2월달에 교대 뒷채움을 실시하였다.

그리고 교대 뒷채움이 완료되고 접속슬래브가 설치되지 않은 상태에서 상부슬래브의 신장에 따른 말뚝 경사각의 변화(2001/3~2001/7)와 접속슬래브가 설치된 상태에서의 말뚝 경사각의 변화(2001/8 이후)를 나타낸 것이 그림 9(b)에 나타나 있으며 접속슬래브 타설은 2001/8/9~2001/8/11 사이에 이루어졌다.



(a) 접속슬래브 미설치, 수축거동

(b) 접속슬래브 미설치와 설치, 신장거동

그림 9. 2차 교대 콘크리트 타설후 - 교대 A2의 23번 말뚝 경사각 거동

6. 수치해석 결과

6.1 개요

그림 9의 실측한 경사각을 정해로 가정하고, 표 1과 같이, 평균1교의 H 말뚝이 타입된 성토지반에 대해 표준관입시험, 전자식 콘관입시험, 딜라토미터시험으로 구한 4가지 내부마찰각과 타입시 H 말뚝의 웹과 플랜지 사이에 생긴 지표면 함몰부에 채운 모래의 내부마찰각을 이용하여, 토층을 2개로 나누고, 3가지 비선형 해석 방법(Reese, Murchison and O'Neil, Matlock의 $p-y$ 해석)을 실시하였다.

그 결과를, 말뚝머리 수평하중-말뚝본체의 수평변위 거동, 말뚝머리 수평하중-말뚝본체의 휨응력 거동, 말뚝머리 수평하중-말뚝본체의 휨모멘트 거동을 나타내었다. 그리고 여기서 구한 값과 실측값과 서로 비교하였다.

6.2 말뚝머리 수평하중 - 수평변위 거동 예측

$p-y$ 해석별로 수평하중을 증가시키면서 구한 경사각이 실측한 경사각과 가장 잘 일치할 때, 말뚝머리 수평하중에 따른 최대 말뚝변위는 그림 10에 나타나 있다.

그림 10에 의하면, 3개의 비선형 모델에서 구한 상부구조물의 신축량에 따른 말뚝머리 수평하중과 최대 수평변위는 거의 선형적인 거동을 보였다. 그리고 비선형 모델별로, 상부구조물의 신축량에 따른 말뚝머리부의 수평하중과 최대 수평변위는 표 2와 같다.

$p-y$ 해석별로 구한 최대 수평하중, H_{pred} 의 크기 범위는 8.03~12.4(tonf)이었고, 예측한 말뚝머리부의 최대 수평변위는 수치해석 별로 차이가 있지만 본당 9~10.1mm를 나타내었다. 여기서 3가지 비선형 모델중에서 가장 큰 수평하중은 Murchison and O'Neil의 $p-y$ 모델에서, 가장 큰 수평변위는 Reese의 모델

에서 발생하였다. 이는 다른 비선형 모델보다 Reese의 $p-y$ 모델의 극한지반반력이 가장 작기 때문으로 판단된다.

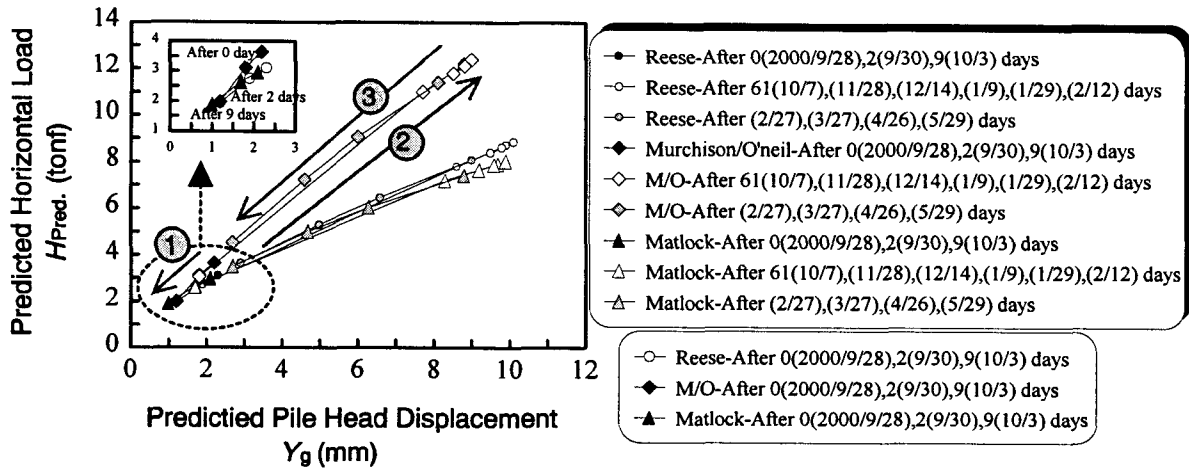


그림 10. $p-y$ 해석별 말뚝머리 수평하중과 최대 수평변위 거동

표 2. 말뚝머리부의 수평하중과 수평변위 비교

| $p-y$ 해석 | 예측한 최대 수평하중 $H_{pred.}$ (tonf) | 수평변위/분당, Y_g (mm) | | |
|----------------------|--------------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------|
| | | 예측한 최대 수평변위, Y_g (mm) | 구조계산상 수평변위량 Y_g (mm) | 허용 수평변위량 Y_g (mm) |
| Reese | 8.85 | 10.1 | 9.0 | - |
| Murchison and O'Neil | 12.4 | 9.0 | | |
| Matlock | 8.03 | 9.9 | | |

표 3. 말뚝머리부의 수평하중과 최대 휨응력 비교

| $p-y$ 해석 | 예측한 최대 수평하중 $H_{pred.}$ (tonf) | 휨응력, f_{max} (kgf/cm ²) | | |
|----------------------|--------------------------------|--|--|-------------------------------------|
| | | 예측한 말뚝 플랜지 부분의 최대 휨응력 f_{max} (kgf/cm ²) | 허용 휨응력 f_{sa} (kgf/cm ²) | 항복 휨응력 f_y (kgf/cm ²) |
| Reese | 8.85 | 2,836 | 1,900 | 3,600 |
| Murchison and O'Neil | 12.4 | 3,247 | | |
| Matlock | 8.03 | 2,766 | | |

6.3 말뚝머리 수평하중 - 말뚝본체의 휨응력 거동

$p-y$ 해석별로 수평하중을 증가시키면서 구한 경사각이 실측한 경사각과 잘 일치할 때의 말뚝머리 수평하중과 말뚝본체의 휨응력 거동 곡선에서, 수평하중에 대한 최대 휨응력을 비선형 해석별로 나타내면 그림 11과 같다.

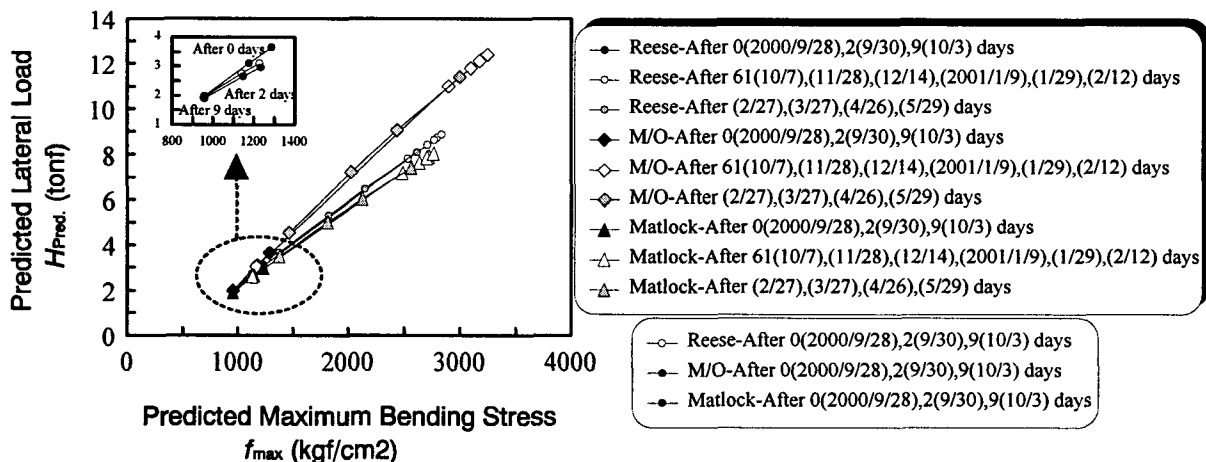


그림 11. 말뚝머리 수평하중- 최대 휨응력 거동

그림 11에 의하면, 3개의 비선형 모델에서 구한 상부구조물의 신축량에 따른 말뚝머리 수평하중과 말뚝본체의 최대 휨응력은 거의 탄성 선형거동을 보였다. 그리고 비선형 모델별로, 상부구조물의 신축량에 따른 말뚝머리부의 수평하중과 최대 휨응력은 표 3과 같다.

비선형 수치해석에서 구한 최대수평하중, $H_{pred.} = 8.03\sim 12.4(\text{tonf})$ 이었고, 예측한 말뚝 플랜지부분의 최대 휨응력($2,766\sim 3,247\text{kgf/cm}^2$)은 허용 휨응력($1,900\text{kgf/cm}^2$)을 모두 초과하였다. 하지만 이 값들은 모두 항복 휨응력($3,360\text{kgf/cm}^2$) 즉, 비례한도 내에 존재하므로 구조적으로 문제없었다. 그리고 3가지 비선형 모델중에서 Murchison and O'Neil의 $p-y$ 모델이 가장 큰 수평력과 휨응력이 발생하였다.

6.4 수평하중-휨모멘트 거동

$p-y$ 해석별로 수평하중을 증가시키면서 구한 경사각이 실측한 경사각과 잘 일치할 때의 말뚝머리 수평하중과 말뚝본체의 휨모멘트 거동 곡선에서 수평하중에 대한 최대 휨모멘트를 비선형 해석별로 나타내면 그림 12와 같다.

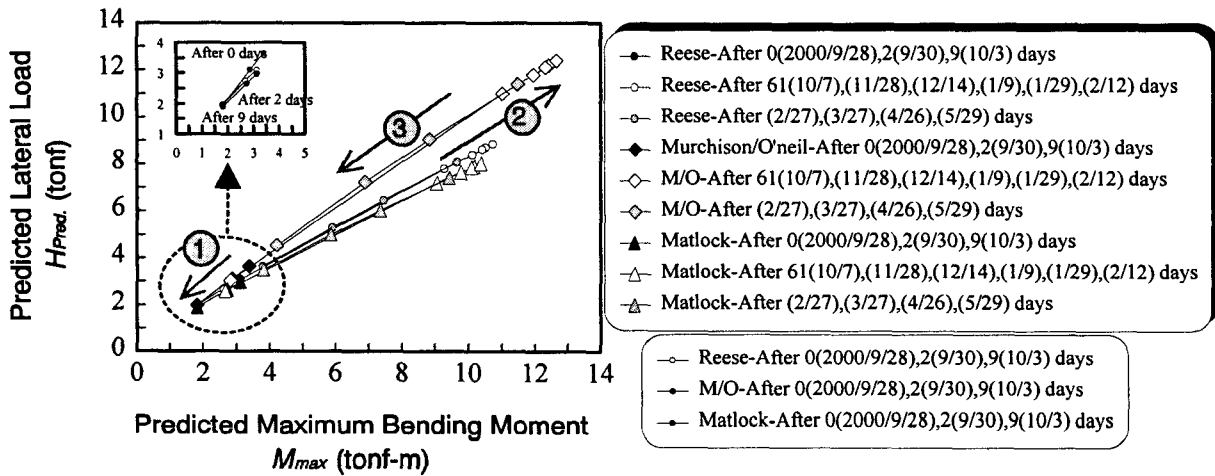


그림 12. 상부구조물 신축량에 따른 H 말뚝의 최대 휨모멘트 거동

그림 12에 의하면, 3가지 비선형 모델에서 구한 상부구조물의 신축량에 따른 말뚝머리 수평하중과 말뚝본체의 최대 휨모멘트는 거의 선형적 거동을 하고 있다. 그리고 비선형 모델별로, 상부구조물의 신축량에 따른 말뚝머리부의 수평하중과 최대 휨모멘트는 표 4과 같다. 그리고 2001년 2월 12일이 최대 수축값을 보였다.

표 4. 수치해석으로 구한 말뚝머리부의 수평하중과 최대 휨모멘트 값

| $p-y$ 해석 | 예측한 최대 수평하중 $H_{pred.}(\text{tonf})$ | 예측한 말뚝본체의 최대 휨모멘트 $M_{max} (\text{tonf-m})$ |
|----------------------|---|---|
| Reese | 8.85 | 10.73 |
| Murchison and O'Neil | 12.4 | 12.67 |
| Matlock | 8.03 | 10.39 |

비선형 수치해석에서 구한 최대수평하중, $H_{pred.} = 8.03\sim 12.4(\text{tonf})$ 이었고, 예측한 말뚝본체의 최대 휨모멘트는 $10.39\sim 12.67(\text{tonf-m})$ 이었다. 그리고 이 값은 일반적으로 설계시 상시조건에 적용하는 조인트 교량의 말뚝머리 휨모멘트 값($3\sim 4\text{tonf/분당}$) 보다 약 3~4배 가량 큰 값이었다. 그리고 3가지 비선형 모델중

에서 Murchison and O'Neil의 $p-y$ 모델이 가장 큰 수평력과 휨모멘트가 발생하였다.

7. 결론

사질토지반에 타입된 H 말뚝의 장기 수평거동을 파악하기 위하여 자동경사각을 말뚝에 부착하여 실측한 경사각과 3가지 비선형 해석(Reese, Murchison and O'Neil, Matlock의 $p-y$ 해석)으로 구한 경사각이 서로 일치할 때의 말뚝머리 수평하중-말뚝본체의 최대 수평변위 거동, 말뚝본체의 최대 휨응력 거동, 말뚝본체의 최대 휨모멘트 거동을 살펴본 결과는 다음과 같다.

- (1) 실측한 경사각을 이용하여 Reese, Murchison and O'Neil, Matlock의 $p-y$ 해석으로 구한 수평하중에 따른 말뚝머리 최대 수평변위, 최대 휨응력, 최대 휨모멘트 거동은 모두 다 선형적인 거동을 보였고, $p-y$ 해석별로 구한 본당 최대 수평하중, H_{pred} 의 크기는 8.03~12.4(tonf)이었다.
- (2) $p-y$ 해석별로 구한 말뚝머리부의 최대 수평변위는 본당 9~10.1mm이었다. 그리고 3가지 비선형 모델중에서 Murchison and O'Neil의 $p-y$ 모델이 가장 큰 수평력(12.4tonf)이, Reese의 $p-y$ 모델이 가장 큰 말뚝머리 수평변위(10.1mm)가 발생하였다. 이는 다른 모델보다 Reese 모델의 극한지반반력이 가장 작기 때문이다.
- (3) $p-y$ 해석별로 구한 말뚝 플랜지부분의 최대 휨응력(2,766~3,247kgf/cm²)은 허용 휨응력(1,900 kgf/cm²)을 모두 초과하였다. 하지만 이 값들은 모두 항복 휨응력(3,360kgf/cm²) 즉, 비례한도 내에 존재하므로 구조적으로 문제없었다. 그리고 3가지 비선형 모델중에서 Murchison and O'Neil의 $p-y$ 모델이 가장 큰 수평력과 휨응력이 발생하였다.
- (4) $p-y$ 해석별로 구한 말뚝본체의 최대 휨모멘트는 10.39~12.67(tonf-m)이었다. 이 값은 일반적으로 설계시 상시조건에 적용하는 조인트 교량의 말뚝머리 휨모멘트 값(3~4tonf/본당)보다 약 3~4배 가량 큰 값에 해당한다. 그리고 3가지 비선형 모델중에서 Murchison and O'Neil의 $p-y$ 모델이 가장 큰 수평력과 휨모멘트가 발생하였다.

참고문헌

1. 김용필, 정경완, 송용선, "지반공학시험법 및 응용", 세진사, pp.487~495, 1997
2. 한국도로공사 외(2001), "계측에 의한 무조인트교량 장기거동 해석"
3. 박영호, 정경자, 김성환, "일체식 교량에 사용된 H 말뚝의 축방향 지지거동", 대한토목학회논문집, 대한토목학회지, 제20권, 제3-C호, pp.281-290, 2000
4. Charles W. Roeder and Shashi Moorthy, "Thermal Movements in Bridges", TRR 1290, pp 135-151.
5. Georgiadis, M.,(1983) "Development of $p-y$ Curves for Layered Soils", *Proceedings, Geotechnical practice in offshore Engineering*, ASCE, April, 1983, pp.536-545.
6. James, L. and Jorgenson, "Behavior of Abutment Piles in an Integral Abutment in Response to Bridge Movements", TRR 903, pp 72-79.
7. Matlock H.,(1970) "Correlation for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay", *Proceeding Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, Paper OTC 1204
8. Murchison, J, M., and O'Neill, M. W.,(1984) "Evaluation of $P-y$ Relationships in Cohesionless Soils", *Proceedings of ASCE Symposium on Analysis and Design of Pile Foundations*.
9. Reese, L. C., Cox, W. R. and Koop, F. D.,(1974) "Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand," *Proceedings Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, Paper No. OTC 2080, pp. 473-483