

삼중 불연속면을 가진 석고의 파괴에 대한 실험 및 수치해석에 관한 연구 The Experimental and Numerical Studies on the Fracture of Gypsum with Three Discontinuities

사공 명¹⁾, Myung Sagong

¹⁾ 한양대학교 건설 기술연구소 연구원, Researcher, CRI, Hanyang University

SYNOPSIS : The specimens with three discontinuities have been tested in uniaxial compression. The geometry of discontinuities is changed by three different parameters: flaw inclination angle, continuity, and spacing. From the tips of the discontinuities wing and secondary cracks are observed. Wing cracks initially propagate curvilinear direction and follow loading direction after some distance from the tip of the discontinuities. Two different types of secondary cracks have been observed from the study: quasi-coplanar secondary cracks and oblique secondary cracks. From the test nine different types of coalescence are observed and they show a correlation with flaw angle and ligament angle. It is attempted to simulate the observed results by using FROCK (Fractured ROCK). FROCK is a code based on the hybridized DDM (Displacement Discontinuities Method). It is shown that FROCK has quite potential of modeling of rock fracture processes.

Key words : wing crack, secondary crack, coalescence, FROCK, DDM

1. 서론

자연에서 존재하는 암반 내에는 다양한 형태의 불연속면이 존재하게 된다. 예를 들어서 미시적 관측에서는 암석입자의 경계 틈에 의해 생성된 크랙이나 입자 내의 불연속이나 공극을 들 수 있으며 또한 거시적 관측에서는 파쇄대, 절리면, 단층, 층상구조 등을 들 수가 있다. 이러한 불연속면의 존재는 그 배열과 공학적 성질에 따라서 전체 암반의 거동에 큰 영향을 미치게 된다. 암반의 파괴는 이러한 불연속면과 관련하여 발생하게 된다. 따라서 암반의 거동에 대한 이해를 위해서는 불연속면의 진행 및 파괴양상에 대한 이해가 선행되어야 할 것이다.

두 개의 불연속면을 가진 인공암석(석고)의 거동에 대한 일련의 실험이 수행되었다(Reyes and Einstein(1991), Shen et al.(1995), Bobet and Einstein(1998)). 두 불연속면의 선단부에서 특정한 형태의 크랙이 발생하며 크랙의 진정을 통하여 두 불연속면은 연결되는 현상을 보여 주었다. 이러한 현상을 연결리(連節理, coalescence)라고 한다(사공명(2001)). 하지만 자연상태에서의 불연속면의 생성은 완전한 임의의 방향은 아니며 불연속면은 생성작용에 따라 일정한 무리 또는 집합을 이루며 발생한다(Hudson and Harisson(1997)). 따라서 엄밀한 의미에서 자연상태의 불연속면의 거동을 조사하기 위해서는 다중의 불연속면을 제작하여 실험하는 것이 보다 정확하다 할 것이다. 따라서 본 연구는 두 개의 불연속면으로 부터 하나의 불연속면을 추가함으로써 발생하는 암석의 거동을 살펴보고, 두 개의 불연속면을 가진 실험체의 결과와 본 실험결과를 비교하고자 한다. 본 결과는 향후 다중의 불연속면을 가진 암석의 거동을 이해하는데 도움이 될 것으로 사료된다.

2. 불연속면의 배열

실험체 제작을 위하여 석고, 규조토와 물 혼합체를 일정비율(물/석고=0.4, 물/규조토=35)로 섞어 5일 동안 양생하였다. 직사각형의 실험체 크기는 가로 101.6mm, 세로 203.2mm, 두께는 대략 30mm정도이다. 실험체의 전체적인 모양은 그림 1에 나타난다. 실험체 내에 존재하는 불연속면의 길이는 12.7mm이며 폭은 0.1mm이다. 실험체는 일축압축하의 변위제어 실험을 통하여 재하되었다. 처음 15000N까지는 연속적으로 하중을 가하였으며 그 후 단계별로 재하를 실시하였다. 단계별 간격은 5000N이다. 하중을 각 단계별로 증가시키고 하중을 고정시킨 후, 저성능의 현미경을 이용하여 실험체내의 균열 양상을 관측하였다.

그림 2에서는 삼중 불연속면의 배열을 나타낸다. 다양한 불연속면을 구성하기 위하여 세 개의 변수를 사용하였다. 그 변수는 우선 불연속면의 각도, 연속도와 간격이다. 불연속면의 각도는 수평방향으로부터 측정되었으며 세 가지 종류(30°, 60°, 90°)의 각이 사용되었다. 세 불연속면은 항상 평행하다. 연속도는 두 개의 불연속면이 겹쳐지는 구간을 나타낸다. 기술의 편의를 위하여 그림2의 좌측의 불연속면을 “불연속면 1” 중앙하단부의 불연속면을 “불연속면 2”, 그리고 우측 상단의 불연속면을 “불연속면 3”으로 지칭한다.

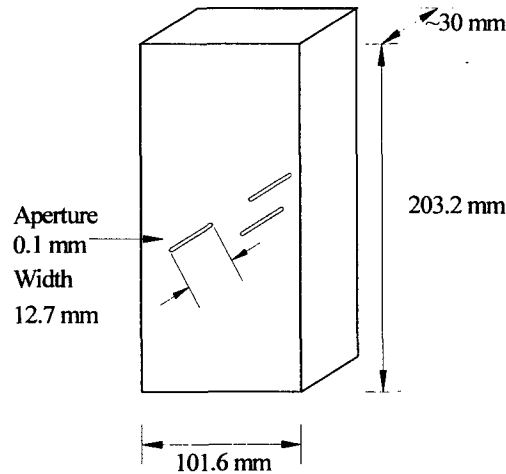


그림 1. 실험체 및 불연속면의 전체적 형태

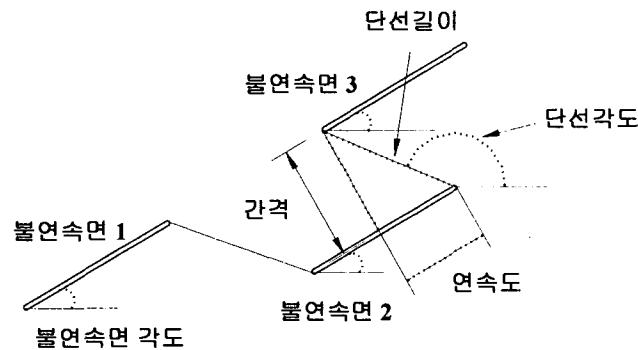


그림 2. 불연속면 구성을 위한 변수 및 배열

연속도는 상부에 위치하는 불연속면 1 또는 불연속면 3과 불연속면 2가 중복하는 구간이다. 즉 연속도는 상부 및 하부 불연속면이 연속하는 구간을 나타낸다. 예를 들어 불연속면 3번과 불연속면 2번이 완전히 중복될 경우는 연속도 “2a”로 나타낸다. 파괴역학에서 “a”는 크랙의 반길이를 나타내는 것처럼 여기서도 “a”는 불연속면의 반길이를 나타낸다. 따라서 불연속면 2의 위치에 따라 다섯 가지(“2a”, “a”, “0”, “-a”, “-2a”) 다른 연속도를 가진 불연속면의 배열을 형성할 수 있다. 또 다른 변수인 간격은 두 불연속면 간 법선방향의 거리이다. 연속도와 같이 불연속면의 반을 “a”로 하여 “2a” 및 “a”가 있다. 이 세 가지 변수의 조합에 따라 30개의 서로 다른 배열을 가진 불연속면을 구성할 수가 있다. 따라서 각각의 배열을 지칭 할 경우 간격-연속도-각도의 순으로 나타낸다. 예를 들어 불연속면의 간격이 “a”, 연속도가 “a”, 각도가 30°인 실험체의 경우 “aa30°”로 나타내기로 한다. 이상 세 가지 변수는 조절변수이다. 이외에 두 가지 다른 불연속면의 배열과 관계된 요소가 있다. 첫번째로 단선(ligament)의 길이이다. 단선은 두 불연속면의 선단부를 가상으로 연결하는 가장 짧은 선을 말하며 이 선과 수평방향으로의 각을 단선각도라 한다. 따라서 단선의 각도가 그림 2에서처럼 90° 이상일 때는 두 불연속면이 중복함을 나타낸다.

또 다른 형태의 요소는 불연속면의 구조이다. 연결리는 두 개의 불연속면을 통해 이루어지므로 삼중 불연속면을 가진 실험체는 이론상 세 개의 연결리를 나타낼 수 있다. 즉 삼중 불연속면을 가진 실험체에서는 세 쌍의 불연속면(불연속면 1-2, 불연속면 2-3, 불연속면 1-3)으로 구분할 수가 있다. 하지만 불연속면 1-3에서는 동일한 형태의 연결리가 관측되었으므로 이것을 논의에서 제외하면 불연속면 1-2와 불연속면 2-3이 남게 된다. 이 두 쌍의 불연속면의 구조에 따라 서로 다른 형태의 연결리가 관측되었다.

그림 3은 $a=2a30^\circ$ (간격-연속도-불연속면의 각도)이다. 그림 3(a)에서 보여진 실선으로 나타낸 두 불연속면은 마치 우측을 향하는 계단의 형상이다. 따라서 이러한 구조를 우향층상구조라 칭할때 그림 3(b)에 나타난 두 실선의 불연속면 또한 우향층상구조이다. 하지만 그림 3(a)에서 두 불연속면은 중복하지 않는 구조이며 그림 3(b)에서 두 불연속면은 중복하는 구조이다. 이와 같이 삼중 불연속면에서 두 쌍의 서로 다른 구조의 불연속면을 구분할 수 있다.

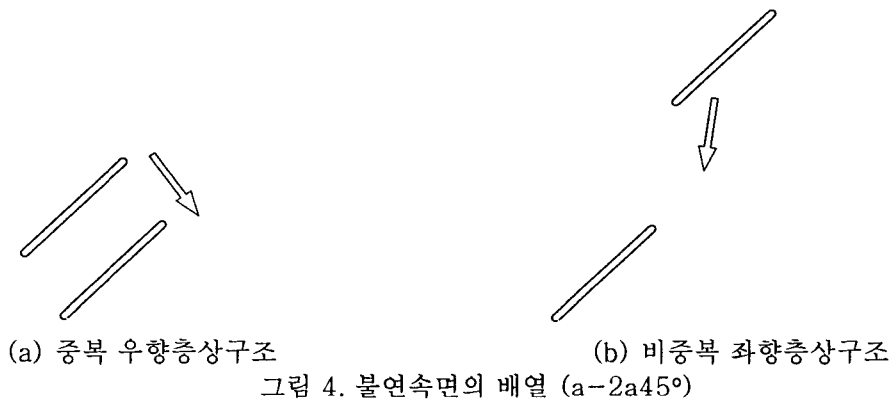
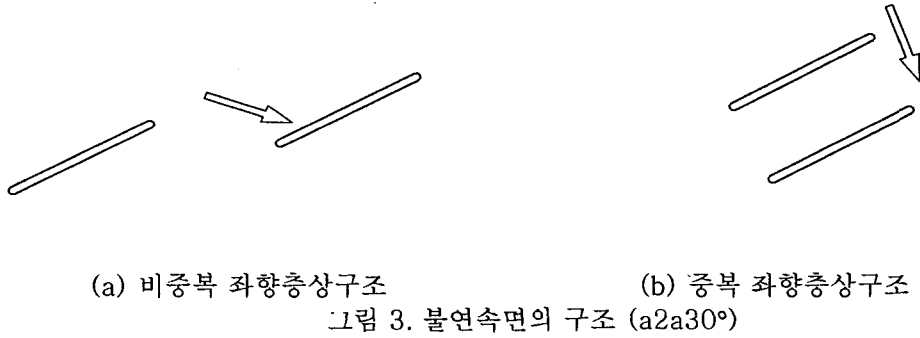


그림 4의 경우 $a=2a45^\circ$ 의 배열을 가진 실험체이다. 그림 4(a)의 경우 중복, 우향층상구조이며 그림 4(b)의 경우 비중복, 좌향층상구조이다. 이상과 같이 좌향 및 우향, 그리고 중복 및 비중복으로 불연속면의 배열을 구분하는 것은 이러한 요소들이 연결리의 형태에 큰 영향을 미치기 때문이다 자세한 사항은 다음 절에서 소개된다.

3. 크랙의 진전 및 연결리

세 개의 불연속면을 가진 실험체를 일축압축 상태에서 재하한 결과 두 가지의 특정한 크랙이 관측되었다. 그 두 가지 형태의 크랙은 날개크랙과 이차크랙이다. 날개크랙의 경우 그림 5에서 보는 것처럼 불연속면의 선단부 혹은 그 근처에서 발생하며 안정적인 진행양상을 보인다. 날개크랙은 개시하여 곡선형의 진행을 보

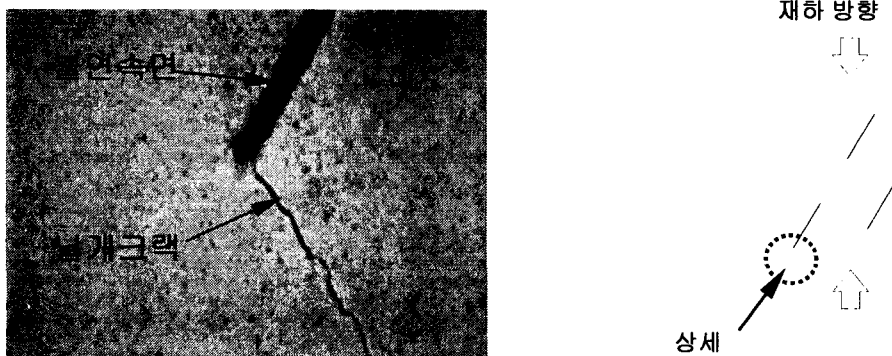


그림 5. 날개크랙의 진전 ($2a060^\circ$)

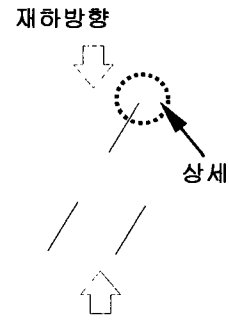


그림 6. 유사공면 이차크랙 진행 (2a-a60°)

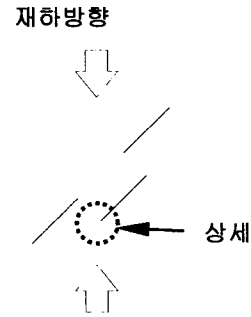


그림 7. 사면이차크랙의 진행 (a045°)

이다가 최종적으로는 재하방향과 동일한 방향으로, 즉 최대압축 방향으로 진행하며 균열의 정도가 심해짐에 따라 균열폭 또한 넓어진다. 또한 크랙의 파괴된 표면은 매우 매끈하다.

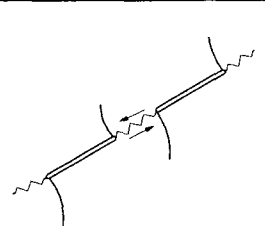
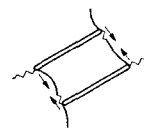
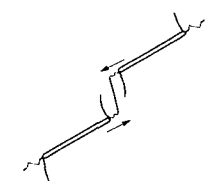
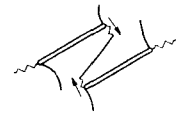
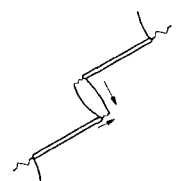

이차크랙의 경우 항상 크랙의 선단부에서 발생하며 그 진행은 안정적이거나 응력이 연절리에 근치일 경우 불안정한 진행을 보이며 연절리를 유도한다. 이차크랙의 경우 두 가지 형태가 관측되었다. 그 한가지는 유사공면 이차크랙으로서 그림 6에서 보는 바와 같이 크랙의 진행방향이 불연속면의 방향과 유사하다. 다른 한가지는 그림 7에서 보여지는 사면이차크랙이다. 사면이차크랙은 날개크랙과 진행방향이 반대이며 불연속면과 일정한 각도를 유지한 채 진행한다. 이차크랙은 불규칙한 파괴표면을 보인다. 날개크랙과 이차크랙은 일축압축 및 이축압축(Shen et al.(1995), Bobet and Einstein(1998))에서 관측되었으며 두 개의 불연속면을 가진 실험체 내에서 다섯 가지 형태를 보였으며 본 실험(세 개의 불연속면을 가진 실험체)에서는 아홉 가지 다른 형태의 연절리가 관측이 되었다(Table 1 참조). 유형 I에서 V까지는 기존 두 개의 불연속면을 가진 실험체에서 관측된 형태이며 유형 VI에서 IX까지는 세 개의 불연속면을 가진 실험체에서 새롭게 발견된 형태의 연절리이다. 연절리의 구성은 다음과 같다.

유형 I은 각각의 내부 선단부에서 유사공면크랙에 의해 생성된다. 각 유사공면크랙은 불연속면과 유사한 방향으로 진행하며 불연속면의 연결구간 내에서 발생된다. 유형I이 관측된 불연속면의 구조는 비중복좌형 층상구조이다. 유형II는 내부 선단부에서 유사공면크랙이 먼저 개시 진행하며 인장크랙이 이 두 크랙을 연결한다. Shen et al.(1995)과 Bobet and Einstein(1998)은 이 인장크랙의 진행에 대하여 서로 상반되게 관측을 제시하였는데, 본 실험을 통해서도 어떠한 관측이 보다 정확한 관측이었나 확인할 수는 없었다. 인장크랙의 발달이 상당히 짧은 시간에 불안정한 상태에서 이루어졌기 때문이다. 유형II는 비중복 좌향층상구조를 가진 불연속면에서 관측이 되었다. 단 유형I과 다른 점은 단선의 각도가 유형I의 경우 불연속면의 각도와 유사하였으나 유형II의 경우 거의 90°에 가깝다. 유형III는 날개크랙이 먼저 개시 진행 후 유사공면 이차크랙이 상대 불연속면의 선단부에서 개시하여 연결된다. 유사공면 이차크랙의 경우 그 진전이 유형I을 제외 하고는 거의 대부분 불연속면의 선단부에 한정된다. 따라서 연절리는 유사공면 이차크랙이 개시한 부근에서 생성된다. 유형III는 중복 좌향층상구조를 가진 불연속면에서 관측되었다. 유형IV는 한 개 혹은 두 개의 날개크랙에 의하여 발생한다. 기존의 Shen et al.(1995)의 관측에 의하면 각각의 날개크랙이 내부 선단부에서 발생 진행하여 연결부에서 연절리가 생성된다고 관측하였으나 본 연구에서는 하나의 날개크랙이 진행 하여 연절리를 이루었다. 이러한 관측은 단 서른 개의 불연속면 배열 중 단 하나의

배열에서 관측된 바로서 보다 자세한 연구가 필요한 부분이다. 유형IV는 중복 좌향층상구조의 불연속면을 가진 실험체에서 관측이 되며 그 중복되는 정도가 유형III에 비해 높다. 유형V는 불연속면의 양측에서 발생한 유사공면 이차크랙이 전단크랙에 의하여 연결된다. 실제 유형V가 발생하는 과정은 매우 불안정하므로 유사공면 이차크랙을 연결하는 전단크랙에 대한 관측은 불가능 하였다. 유형V는 두 개의 불연속면이 재하방향으로 완전히 중복 되는 구조에서 관측이 되었다. 따라서 유형V는 좌향 및 우향층상구조에서 발견되는 연결리의 중간적 형태이다. 유형VI는 날개크랙과 사면이차크랙에 의해 생성된다. 그 발생양상은 유형 III와 유사하게 날개크랙이 사면 이차크랙이 개시된 쪽으로 진행하여 연결리가 발생한다. 유형VI는 중복 우향층상구조에서 발견된다. 유형VII의 관측은 그림 8에서 보여진다. 유형VII은 두 개의 사면이차크랙과 인장크랙에 의하여 생성된다. 그 요소크랙과 연결리 생성은 유형 II와 유사하다.

사면이차크랙이 양 불연속면의 선단부에서 발생하며 인장크랙이 두 사면이차크랙을 연결한다. 하지만 유형II와 마찬가지로 인장크랙의 발생이 사면이차크랙의 선단부에서부터 발생하는지 그렇지 않으면 연결부 중앙에서 발생하는지에 대해서는 정확한 관측이 이루어지지 않았다. 유형VII의 경우 중복 혹은 비중복 우향층상구조에서 발견된다. 유형VIII은 사면이차크랙이 각각 불연속면의 내부 선단부에서 발생하여 연결부에서 최종 연결 연결리를 형성한다. 이 유형의 발생은 유형I과 상당히 유사하다. 사면이차크랙이 안정적으로 진행 발전하다가 연결리 근처에서 불안정한 진행을 보인다. 발생한 불연속면의 배열은 비중복 우향층상구조이다. 유형 IX는 사면이차크랙과 유사공면 이차크랙에 의하여 발생되었다. 상부에서 사면이차크랙이 진행함과 동시에 하부에서는 유사공면 이차크랙이 진행하여 연결리는 연결부를 벗어난 곳에서 생성된다. 또한 두 크랙을 연결한 부분에서는 인장크랙이 발생하여 진행된다. 유형IX이 발견된 불연속면의 배열은 비중복 우향층상구조이며 그 비중복도는 유형VIII에 비해 보다 더 높다.

그림 9는 관측된 연결리 형태와 불연속면의 기하학적 배열 및 구조를 나타낸 상관도이다. 앞서 언급한 바와 같이 연결리의 발생은 불연속면의 배열과 상당히 밀접한 관계를 띄고 있는데 이것은 그림 9에서 확인 되는 바이다. 그림 9에서 x 축은 불연속면의 각도이며 y 축은 단선의 각도이다. 전체 그림은 우향 및 좌향 층상구조로 분리되어 있으며 중복 및 비중복은 단선의 각도 90°를 기준으로 구분된다. 그림 9에서 개방형 기호는 본 연구에서 관측된 자료이며 폐합형 기호는 Shen et al.(1995)과 Bobet and Einstein(1998)의

유형	좌향층상구조	유형	우향층상구조	연결리 구성크랙
I		VI		유형 I: 두 개의 유사공면 이차크랙 유형 VI: 사면이차크랙과 날개크랙
II		VII		유형 II: 유사공면 이차크랙과 인장크랙 유형 VII: 사면이차크랙과 인장크랙
III		VIII		유형 III: 유사공면 이차크랙과 날개크랙 유형 VIII: 사면이차크랙

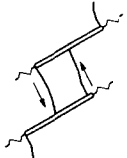
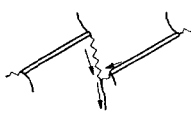
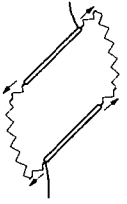
IV		IX		유형 IV: 날개크랙 유형 IX: 사면이차크랙과 유사공면이차크랙
V				유형 V: 유사공면 이차크랙과 전단크랙

표 1. 관측된 연결리 유형 및 구성크랙

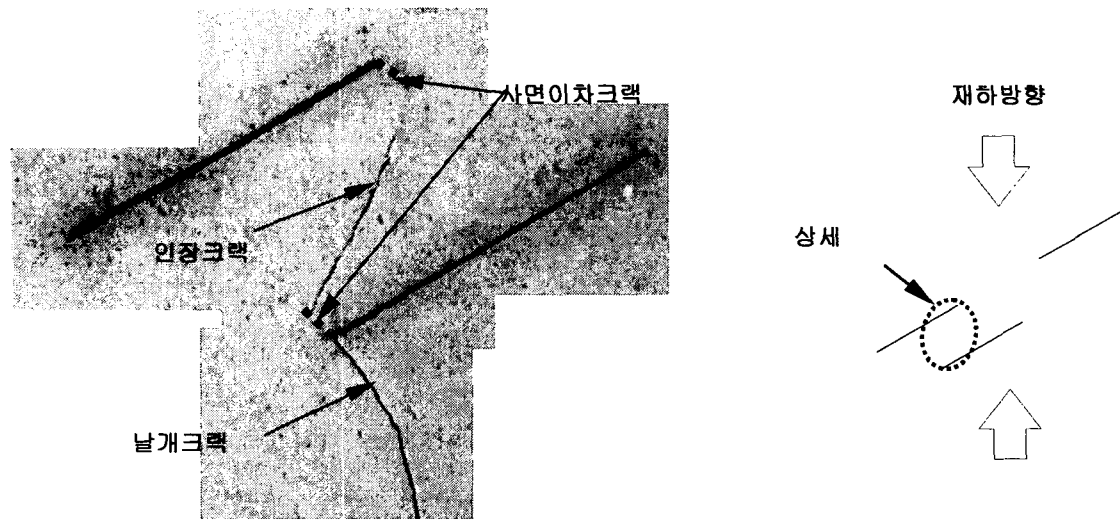


그림 8. 연결리 유형VII (a-a30°)

이중 불연속면에 대한 연구로부터 관측된 것이다. 앞서 설명한 바와 같이 연결리의 유형은 불연속면의 배열과 상관관계를 지니며 유형별로 군집된 관측의 결과를 볼 수가 있다. 또한 그 유형은 불연속면이 두 개일 때나 세 개일 때 별다른 차이를 발견할 수가 없다. 따라서 우리가 주어진 불연속면의 배열만 알 수 있다면 연결리의 발생형태에 대한 예측은 가능하다고 말할 수 있다.

4. FROCK(Fractured ROCK)에 의한 연결리 해석

FROCK(Chan et al.(1990), Bobet(2001))은 간접경계요소법(Indirect Boundary Integral Method)과 변위불일치(Displacement Discontinuity Method(DDM))을 접목하여 제작한 수치해석 프로그램이다. 변위불일치법과 간접경계요소법은 경계요소법(BEM, Boundary Element Method)의 일종으로서 대상 시스템 전체의 모델링이 아니라 경계부에서의 요소화 작업만으로도 수치처리가 가능한 방법이다. 간접경계요소법(Indirect Boundary Integral Method) 또는 허구응력법(Fictitious Stress Method)은 켈빈의 해답(Kelvin's solution)을 이용하여 외부로부터 작용하는 하중에 의한 각 요소화 된 부분의 절점에서 응력과 변위를 계산하는 방법인데 반하여 변위불일치법은 경계조건(Boundary condition)을 만족시키는 변위의 불일치로 인하여 발생된 응력과 변위를 각 절점에서 계산하는 방법이다. 간접경계요소법과 변위불일치법은 동일한 공식을 사용하므로 그 접목이 용이하다.

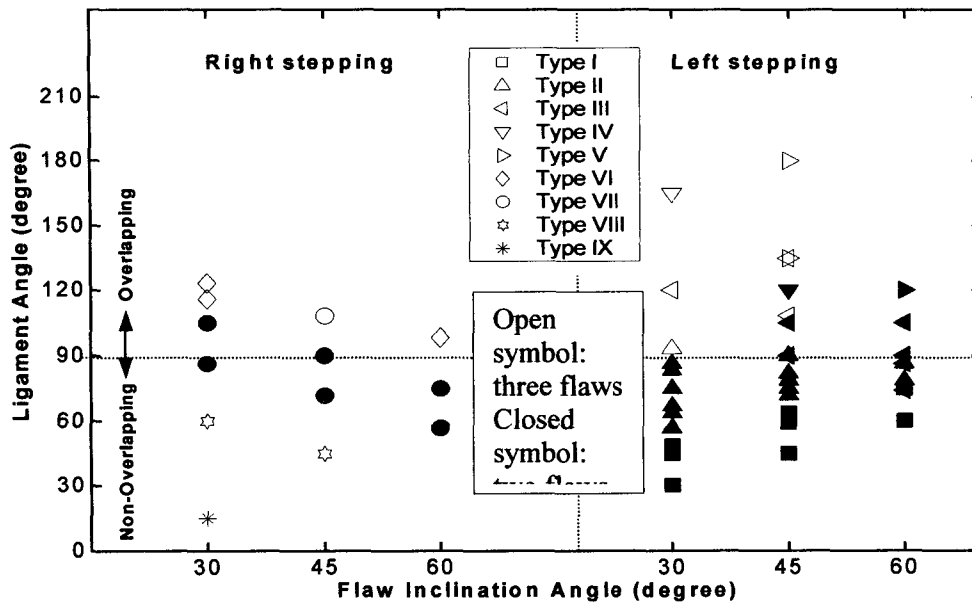


그림 9. 연결리 유형과 불연속면의 배열 및 구조와의 상관도

따라서, FROCK은 유한요소법(FEM)과 달리 크랙의 진행에 따라 재요소화(remeshing) 작업이 필요하지 않으며 모델링의 차원의 감소(2차원 단면은 경계면의 요소화로 1차원 모델링) 등이 그 장점이다.

FROCK은 최근 Bobet(2001)에 의해 나타내어진 바와 같이 관측된 다양한 형태의 연결리를 성공적으로 재현한다. 하지만 단순히 연결리의 형태만이 아니라 날개크랙 및 이차크랙의 개시응력, 각도 그리고 연결리 유형 및 응력 등 전반적인 사항이 실험과 일치하여야 할 것이다. 따라서 본 절에서는 현재 FROCK의 문제점과 그 접근 방향에 대해서 알아보고자 한다.

4.1 날개 및 이차크랙의 진행 규범

날개크랙은 주사전자 현미경 관측을 통한 결과 인장크랙으로 그리고 이차크랙은 전단크랙으로 밝혀졌다(사공명, 2002).

본 연구에서는 날개크랙 및 이차크랙의 개시 및 진행을 위하여 최대 인장 및 전단응력 규준을 사용하였다. 그리고, 파괴진행구간의 크기는 0.2mm로 하였다. 따라서 불연속면의 선단부에서 부터 0.2mm떨어진 곳에서부터 응력이 계산되어 만일 계산된 응력값이 최대 인장강도 보다 크면 날개크랙 이 진전되고 최대 전단강도 보다 크면 이차크랙이 진행 하도록 한다. 그림 10은 FROCK에 의한 연결리의 재 현을 보인다. 좌측 연결부에서는 연결리 유형 VII을 보이고 있으며 우측연결부에서는 유형 II가 일어나기 전 의 상태이며 가해진 일축압축 하중은 25.67MPa이다.

그림10에서 보는 바와 같이 유형 VII과 유형 II가 형성되는 과정을 보이고 있다. 아직 FROCK이 완전한 연결리 과정을 보여주지 못하는 이유는 다음과 같이 추론할 수 있다.

첫째로 동일한 파괴진행구간의 크기가 날개크랙 및 이차크랙의 진행을 위하여 사용되었다. 미소관측에 의하면 날개크랙과 이차크랙 주변의 손상구간은 그 크기가 약 5에서 10배정도 차이가 났었다. 따라서, 서로 다른 크기의 파괴진행구간을 적용함으로써 인하여 날개 및 이차크랙의 진행응력과 방향을 다르게 나타낼 수도 있으며, 둘째로 앞서 언급한 바와 같이 연결리 유형 II와 VII는 인장크랙에 의해 연결된다. 그러나 그 이차크랙을 연결하는 인장크랙의 진행이 이차크랙의 선단부에서 부터인지 아니면 연결부에서 인지 정확한 관측이 이루어지지 않았다. 하지만 FROCK는 최대 전단 및 인장응력 계산을 위하여 파괴진행 선단부만을 고려한다. 즉 경계면만을 고려함으로써, 만일 내부의 응력이 크랙 선단부 보다 높을 경우는 고려하지 못한다.

이상과 같은 부분에 대하여 보다 자세한 관측이 필요하다. 세번째로 사용한 이차크랙의 진행규범은 최대 전단응력을 이용한 방법인데 이것은 구속압에 영향을 받지 않는 조건이므로 Tresca 규범과 동일하다. 하지만 우리에게 알려져 있듯이 암석은 구속압에 그 강도가 영향을 받으므로 보다 적합한 크랙의 진행규범이 필요하다.

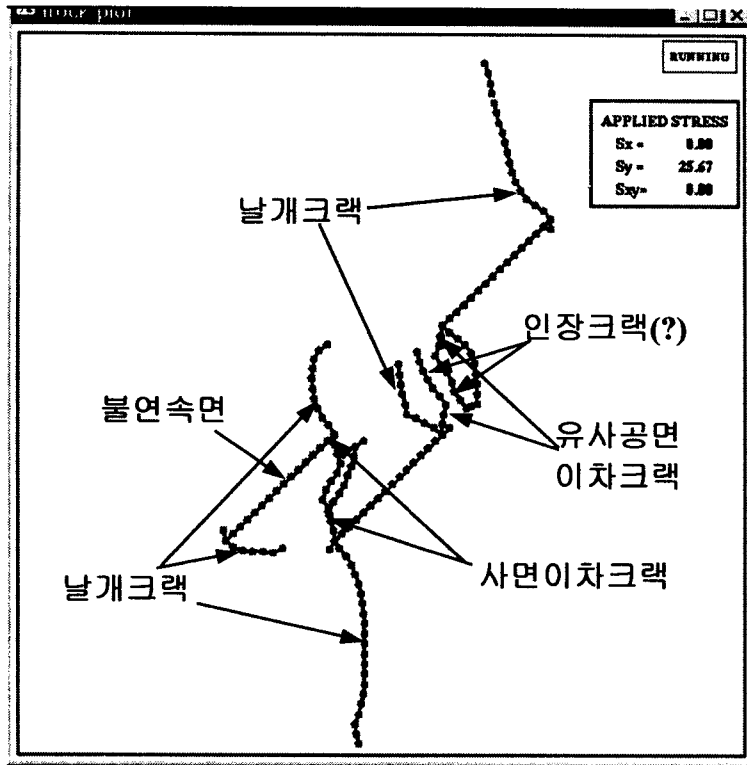


그림 10. FROCK 에 의한 연결리 재현

5. 결론

일축압축 하에서 삼중 불연속면을 가진 실험체의 균열과정을 관측하였다. 날개크랙은 불연속면의 선단부 또는 근처에서 개시하며 안정적인 진행을 보인다. 이차크랙의 경우 두 가지 다른 형태의 이차크랙(유사공면 이차크랙과 사면이차크랙)이 관측되었다. 이차크랙은 그 진행이 안정적이거나 연결리에 가까이 불안정한 진행양상을 보인다. 날개크랙과 이차크랙의 조합으로 아홉 가지 다른 형태의 연결리가 관측되었다. 관측된 연결리는 불연속면 배열 및 구조와 상당히 밀접한 관계를 나타내었다. 연결리 유형 I에서 IV까지는 좌향충상구조에서 관측이 되었으며 유형 VI에서 IX까지는 좌향충상구조에서 관측되었다. 유형 V는 좌향도 우향도 아닌 완전히 중복하는 불연속면의 구조에서 관측되었다. 또한 같은 충상구조 내에서도 중복 및 비 중복에 따라서 다른 유형의 연결리를 보였다. 관측된 연결리 유형은 FROCK을 통하여 재해석 되었다. 본론에서 밝힌 바와 같이 몇 가지 보완할 점이 있지만 암석파괴의 모델링을 위한 가능성은 상당히 높다.

참고문헌

1. 사공 명, 암반 내 날개크랙과 이차크랙의 형태적 연구, '02 연약지반 기술위원회, 한국 지반공학회 pp. 113-120, 2002
2. Bobet, A. Numerical simulation of initiation of tensile and shear cracks. Proceedings of 5th NARM symposium Rock mechanics in the national interest, pp. 731-738, 2001.
3. Bobet, Antonio and Einstein, H.H. Fracture Coalescence in Rock-type Materials under Uniaxial and Biaxial Compression. *International Journal of Rock mechanics and Mining Science*. Vol. 35, No. 7, pp. 863-888, 1998a.
4. Chan, H.C.M., Li, V. and Einstein, H. H. A Hybridized Displacement Discontinuity and Indirect Boundary Element Method to Model Fracture Propagation. *International Journal of Fracture*, Vol. 45, pp. 263-282, 1990.
5. Shen, B., O. Stephansson., H.H. Einstein., and B. Ghahreman. Coalescence of fractures under shear stress experiments. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 100 pp, 5975-5990, 1995.
6. Reyes, O. & Einstein, H.H. "Failure mechanism of fractured rock - A Fracture coalescence model." *Proceedings 7th International Congress of Rock Mechanics*, Vol. 1, pp. 333-340, 1990.