

타입말뚝의 동적거동 분석

Analysis of Dynamic Behavior of Pile Driving

1. 서론
2. 항타공식
3. 파동이론분석
4. 동재하시험
5. 결론

조천환

Chun-Whan Cho

(주) 파일테크 부사장

Vice-President, Piletech Consulting Engineers Co

이명환

Myung-Whan Lee

(주) 파일테크 연구소장

Principle Researcher, Piletech Consulting Engineers Co

타입말뚝의 동적거동 분석

Analysis of Dynamic Behavior of Pile Driving

조천환¹⁾, Chun-Whan Cho · 이명환²⁾, Myung-Whan Lee

¹⁾ (주) 파일테크 부사장, Vice-President, Piletech Consulting Engineers Co.

²⁾ (주) 파일테크 연구소장, Principle Researcher, Piletech Consulting Engineers Co.

SYNOPSIS : Pile driving formula, wave equation analysis of pile driving(WEAP) and dynamic pile loading test have been known to useful tools to appraise the behaviour of pile driving. This paper reviews basic theories of three methods and gives some suggestions to apply them to practice. And also some cases on application of the methods to the sites are discussed in this paper. It appears that it is inevitable for engineers to be experienced well so that the methods can be regarded as useful tools.

Key Words : driving formula, wave equation analysis of pile driving, dynamic pile loading test

1. 서론

말뚝의 지지력을 예측하는 여러 가지 방법 중 항타시 간단한 측정자료를 가지고 이론을 적용하여 지지력을 예측하는 방법을 본 논문에서 고찰하였다. 이러한 방법에는 항타 에너지와 관입량의 측정으로 지지력을 예측할 수 있는 항타공식(또는 동적공식), 항타에 의한 파의 전달을 해석하여 항타거동을 유추할 수 있는 파동방정식에 의한 방법(파동이론분석), 또는 동적측정장치를 이용한 측정자료를 분석하거나 해석 프로그램을 이용하여 항타거동을 파악할 수 있는 방법(동재하시험) 등이 있다.

본 논문에서는 항타공식, 파동이론분석, 동재하시험에 대한 기본적인 원리를 설명하고, 이들을 실무에 적용할 시 주의할 점에 대해 논의한 후 필요한 사항을 제안하였다. 또한 항타공식, 파동이론분석, 동재하시험에 대한 현장적용사례들을 분석하였다.

2. 항타공식

말뚝의 항타공식은 여러 결점에도 불구하고 시공말뚝 전부에 대해 간단하게 품질관리를 수행할 수 있는 잠재력을 가진 유일한 방법으로 평가할 수 있다. 실무적으로도 항타공식은 간편성으로 인해 기술자들에게 시공시 품질관리의 목적으로 자주 이용되고 있다.

항타공식은 많은 연구결과들에 의해 신뢰도가 매우 낮은 것으로 밝혀졌으며 국내에서도 이 등(1992)에 의해 이러한 결과가 보고된 바 있다. 그러나 신뢰도 분석에 대한 대부분의 연구결과는 항타공식에 의한 항타시 지지력과 항타후 상당히 시간이 경과된 상태의 정재하시험(혹은 동재하시험)결과를 비교하였는

바 엄밀한 의미에서 합리적인 신뢰도 평가가 될 수 없었다고 판단된다.

항타공식은 말뚝을 집중된 질량으로 가정하여 해머가 한 일과 말뚝이 한 일이 동일하다는 에너지 보존법칙에 따라 유도한 후 이를 이론적 혹은 경험적으로 보완한 것이다. 따라서 항타공식은 후술할 여러 가지 문제점들을 포함하고 있는 것이 사실이지만, 만약 이러한 문제점들이 만족스럽게 해소될 경우 항타공식은 실무에서 효율적으로 활용될 수 있을 것이다. Cheng 등(1996), Paikowsky 등(1996), 홍 등(1997), 조 등(2001)의 연구는 이러한 문제점을 해결하기 위해 수행되었다. 본 고에서는 기존 항타공식의 기본 이론 및 문제점을 분석해보고 아울러 이를 활용할 수 있는 방안을 고찰해 보았다.

2.1 항타공식의 원리 및 문제점

말뚝의 항타공식은 기본적으로 에너지 보존법칙을 이용한 방법이라 할 수 있다. 즉 무게, w_r 인 램이 H만큼의 높이에 있다면 해머는 $w_r \cdot H$ 만큼의 에너지를 갖게되며, 만일 이 해머가 낙하하여 말뚝을 타격하면, 이 에너지는 일(항타에 의해 말뚝에 전달된 힘(Q_{ult}) \times 말뚝이 관입된 거리(S))을 하고 기타의 손실 에너지가 있게 된다.

항타공식의 기본이론은 많은 요소들이 고려되고는 있지만 말뚝이 독립적으로 존재하지 않고, 말뚝 주변의 흙과 말뚝간의 거동을 고려하지 않음으로서 오차를 포함하게 된다. 또한 항타시 영향을 미치는 모든 요소들을 항타공식에 다 고려하기에는 여러가지 적용상의 문제가 있기 때문에 실제로는 기본 공식을 근간으로 많은 수정 공식들이 제안되었다.

항타공식의 기본식은 말뚝의 재료를 완전한 탄성체로 가정하여 Newton의 충격이론을 도입하여 유도한 것인 바 실제의 타입말뚝조건을 충분히 나타내지는 못하였다고 볼 수 있으므로 이를 단순화하거나 경험상수를 도입한 항타공식이 많이 제안되었다. 이러한 항타공식은 450개 이상이 제안되어 이용되고 있는 것으로 알려지고 있다.

대표적인 항타공식(표 1 참조)으로는 엔지니어링뉴스공식, Hiley공식, Danish공식, Gate공식, Janbu공식 등을 들 수 있다. 에너지 보존법칙 및 충격이론에 근거한 항타공식 들은 적용하는 데 있어 가정조건을 포함하여 여러 가지 문제점이 있는데 이들은 다음과 같이 설명할 수 있다.

- 항타공식에서는 말뚝을 한 개의 집중 질량으로 간주함으로써 말뚝이 지반에 관입되는데 영향을 주는 말뚝의 길이나 강성도, 시간의존적인 응력 및 변형의 거동 등이 무시되고 따라서 실제적인 항타조건과 거리가 있다.
- 항타공식에서 산출되는 흙의 저항력은 정적지지력과 같은 것으로 가정된다. 그러나 항타중에 발생하는 말뚝의 지지력에는 정적 저항력외에 높은 전단변형율(high shear rate)에 의해서 발생하는 항타 저항력도 포함되어 있다.
- 항타공식에서 산출되는 흙의 저항력은 항타시점에서의 저항력이다. 따라서 산출된 지지력은 시간경과에 의해서 변할 수 있는 값이다. 결국, 항타공식에 의한 지지력은 시간효과와도 관련되어 있으므로 지반조건과 관계가 있다.
- 항타공식에서는 복잡한 항타 시스템을 너무 간단하게 가정함으로써 항타 시스템내의 각종 요소들에 의한 에너지 손실 및 에너지의 분포, 장비의 성능 등을 고려하지 못하고 있다.

상기와 같은 문제점에도 불구하고 항타공식들은 간편성 및 적용성이 인정되어 많은 연구가 오래 전부터 최근까지 계속적으로 수행되었다. 이들 연구들 중 초기 연구들은 항타공식의 신뢰도 확인에 초점을 둔 반면, 후기 연구들은 항타분석기(Pile Driving Analyzer, PDA)등의 장비를 이용하여 항타공식의 신뢰도를 높이는데 목표를 두었다고 할 수 있다.

Peck(1941), Tavenas 등(1972)은 항타공식의 신뢰도에 대해 매우 부정적인 연구결과를 제시하고 있으며, Tavenas 등(1972)의 연구는 이에 대한 이유로 에너지 전달의 문제점과 시간경과효과의 미반영을

표 1 주요 항타공식의 개요

공식명	공식 및 적용변수
Hiley공식	$Q_{ult} = \frac{e_f \cdot w_r \cdot H}{S + (C_c + C_p + C_q)/2} \cdot \frac{w_r + n^2 w_p}{w_r + w_p}$ <p> Q_{ult} : 극한지지력(tonf), e_f : 해머효율 H : 낙하고(cm), n : 해머와 말뚝머리의 반발계수 w_p : 말뚝중량+말뚝머리부착물 중량(tonf) S : 타격당 관입량(cm), C_p : 말뚝재료의 탄성변형량(cm) C_c : 말뚝머리 부착물의 탄성변형량(cm) </p>
ENR공식	$Q_{ult} = \frac{w_r \cdot H}{S + 0.25}$ <p> Q_{ult} : 극한지지력(tonf), w_r : 램중량(tonf) H : 낙하고(cm), S : 타격당 관입량(cm) </p>
Danish공식	$Q_{ult} = \frac{e_f \cdot w_r \cdot H}{S + C_1} \quad C_1 = \sqrt{\frac{e_f \cdot w_r \cdot H \cdot L}{2AE_p}}$ <p> Q_{ult} : 극한지지력(tonf), e_f : 해머효율, H : 낙하고(cm) S : 타격당 관입량(cm), L : 말뚝 관입길이(cm) A : 말뚝의 단면적(cm²), E_p : 말뚝의 탄성계수(tonf/cm²) </p>
Gate공식	$Q_{ult} = 4.0 \sqrt{e_f \cdot w_r \cdot H} \log(25/S)$ <p> Q_{ult} : 극한지지력(tonf), S : 타격당 관입량(cm) e_f : 드롭해머(0.75), 기타해머(0.85), $w_r \cdot H$: 타격에너지(tonf·cm) </p>
일본건설성고시식	$Q_a = \frac{E_2}{5S + 0.1}$ <p> Q_a : 허용지지력(tonf), E_2: 타격에너지(tonf·m) S : 타격당 관입량(m) </p>

주요 원인으로 보고하고 있다. Broms 등(1988), Cheng 등(1996)의 연구는 전술한 문제점 중 네 번째 문제에 주안을 두어 Hiley 공식 중 타격에너지와 리바운드량을 항타분석기 및 항타시 측정값으로 대체하여 산출한 지지력을 동재하시험 결과와 비교하여 ±25.0% 정도의 신뢰도를 갖는다고 보고하였다.

Paikowsky(1992, 1996)는 에너지 보존법칙에 근거하여 식을 유도한 후 여기서 계산된 값을 최대 저항력으로 간주하여 정재하시험 결과와 비교한 정적 지지력 계수(K_{sp} , 정재하시험에 의한 지지력/항타공식에 의한 지지력)를 결정하여 이의 신뢰도를 비교, 평가하였다. FHWA 매뉴얼(US DOT, 1996)에는 특정한 조건 외에는 항타공식의 적용을 추천하지 않고 있으며 대신 WEAP(wave equation analysis of pile driving) 혹은 항타분석기를 이용한 측정과 분석을 실시할 것을 제안하고 있다. 홍 등(1997)의 연구는 전술한 항타공식의 문제점을 해결하는데 있어 실측된 말뚝의 전달에너지를 이용하여 항타공식으로 계산한

값을 항타분석기로 측정된 항타시 지지력 값과 비교한 결과, 어떤 항타공식을 이용하더라도 전체 데이터의 40~50%는 ±30% 이상 큰 오차를 나타낸다고 보고하고 있다. 따라서 홍 등(1997)은 실측된 항타 에너지를 적용하고 현장안전율(site specific factor of safety) 및 현장별 적용공식을 도입함으로써 지반조건, 항타조건, 현장조건 등의 다른 문제점들을 통합, 조정하여 신뢰도를 높이고자 하였다.

항타공식에 의한 계산된 지지력값과 정재하시험에 의해 측정된 실측치는 물리적으로 서로 다른 개념이기 때문에 이들을 대상으로 제안한 식들은 엄밀한 의미에서 신뢰도 평가라기보다는 두 절대치를 비교한 후 이의 오차를 안전율로 보완한 것이라고 볼 수도 있을 것이다. 따라서 조 등(2001)은 상기에서 언급한 4가지의 문제점들을 해소하기 위해 항타분석기의 측정결과를 활용할 수 있는 항타공식을 제시하였다. 결과적으로 조 등(2001)의 논문에서는 항타공식의 신뢰도를 높이기 위해서는 실측값을 기준할 수밖에 없다고 간주하여 항타공식에 의한 계산값 대비 측정값에 의한 현장적용안전율과 실측 에너지 값을 도입함으로써 항타공식의 신뢰도를 향상시키는 방법을 제안하였다.

2.2 항타공식의 실무적용 방안

항타공식의 본질은 항타시의 입력에너지와 그 에너지로 행한 일 간의 에너지 평형인 점과 항타공식 계산결과는 입력에너지 값에 비례하는 것이라 할 수 있다. 이러한 점을 감안하면 항타공식 계산시 타격 에너지 값으로 항타분석기를 사용하여 실측한 에너지 값(EMX)을 적용하면 실측 지지력 값과 양호한 관계를 얻을 수 있을 것이다. 또한 에너지문제 외에 항타공식의 여러 문제를 해결하기 위해 적절한 보정계수(항타시 동재하시험, EOID; End Of Initial Driving)결과에 의한 말뚝지지력값을 항타공식에 의해 계산한 말뚝지지력 값으로 나눈 값을 활용한다면 신뢰도 있는 항타공식의 적용이 가능하다고 본다. 이러한 가정조건은 전달에너지 문제는 물론 항타공식의 기타 문제도 실측값을 이용하여 해결하려는 것을 기본으로 한 것이다.

전술한 항타공식의 문제점들이 해결될 경우 항타공식을 이용한 지지력 예측방법의 가장 큰 장점이라 할 수 있는 간편성을 현장에서 활용할 수 있을 것이다. 특히 최근에는 항타분석기의 사용이 용이해 졌으므로 이를 이용할 경우 항타공식 개념에서의 실측이 가능하여 신뢰성 있는 항타공식의 사용이 가능하다. 다음에는 항타분석기를 이용한 항타공식의 적용 방법에 대해 설명한다.

항타공식의 일반식을 간단히 요약하면 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_{ult} = \frac{e_f w_r H}{S + (q/2)} \cdot e_{iv} \quad (1)$$

식(1)에서 q는 말뚝쿠션을 포함한 말뚝의 탄성침하량으로 현장에서 간편하게 측정이 가능한 값(리바운드)이다. e_{iv} 는 타격시 에너지 손실이다.

항타분석기를 이용하면 말뚝에 전달된 에너지(EMX)를 구하는 것이 가능하여 식(1)의 분자 항은 실측이 가능하다. 전술한 항타공식의 문제 들중 측정이 곤란한 문제(가정조건, 동적저항력)를 해결하기 위해 현장별 보정계수를 적용할 수 있다. 여기서 현장별 보정계수(S_a)는 항타분석기를 이용하여 항타시 측정된 지지력값을 항타공식으로 계산한 값으로 나눈 것이다.

항타시 동재하시험 결과에 의한 말뚝지지력은 시간경과 효과가 배제된 값이다. 지금까지의 각종 연구 결과에 의하면 시간경과 효과는 예측하기가 곤란하며 일부 지반조건에서는 시간 경과에 따라 말뚝지지력이 오히려 낮아진 사례도 있는 바 항타 후 일정한 시간이 경과한 시점에서 반드시 재항타 동재하시험(Restrike)을 실시하여 시간경과 효과를 확인하여야 한다. 따라서 시간경과가 확인될 경우(예로 지지력이 증가하는 경우 set-up factor, $S_f =$ 재항타시 지지력/항타시 지지력) 말뚝의 최종 극한지지력(Q)은 시간 경과 효과를 반영하므로써 최적의 설계 및 시공이 가능하다.

따라서 측정된 에너지, 현장별 보정계수(S_a), 시간경과효과계수(예로 S_f)를 반영하여 식(1)을 정리하면

다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

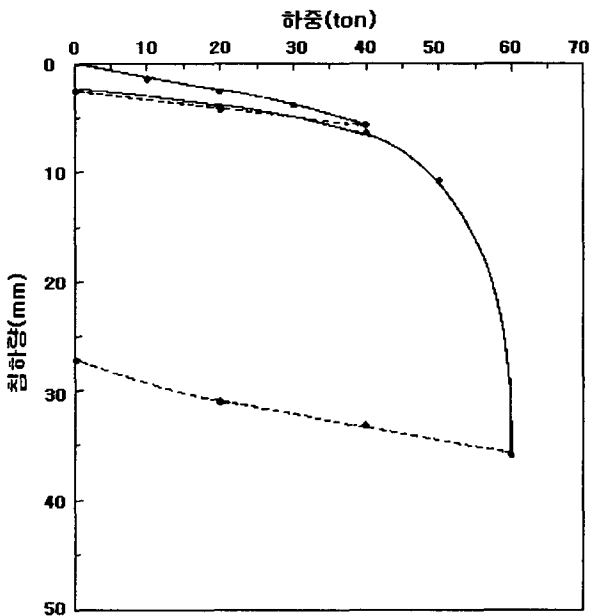
$$Q = \frac{EMX}{S+(q/2)} \cdot S_a \cdot S_f \quad (2)$$

상기의 제안된 식(2)는 실측자료를 바탕으로 보정된 것이므로 현장별로 이용할 경우 신뢰성이 있을 것으로 평가된다. 따라서 이 식이 적용되기 위해서는 지반조건이 유사한 지역으로 구분된 구역에서 최소한 2개 이상의 항타분석기를 이용한 항타시 실측자료가 필요하다. 식(2)에서 시간효과계수를 무시할 경우는 시간경과효과에 따라 결정된 지지력의 보수성(set-up 현상시)과 위험성(relaxation 현상시)을 고려해야 한다.

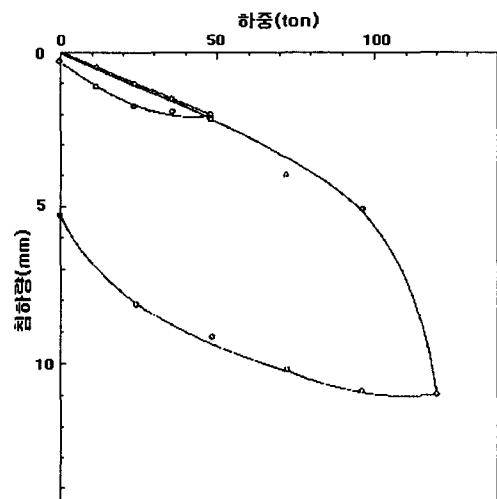
2.3 항타공식의 적용 사례

2.3.1 항타공식의 문제점

항타공식의 문제점을 설명하기 위하여 그림 1과 같은 2개의 말뚝 재하시험 결과를 비교하였다. 그림 1은 2개의 현장에서 실시된 것으로 모두 직경 350mm의 PC말뚝을 K25디젤해머로 직항타한 말뚝의 재하시험 결과이다. 다만 최종 타격당 관입량 값이 그림 1(a)는 8mm이며 그림 1(b)는 15mm인 점이 상이하다. 항타공식의 원리에 의하면 말뚝조건, 해머조건이 모두 같으면 말뚝의 지지력은 최종 타격당 관입량에 반비례하여야 한다. 즉 8mm까지 시공된 말뚝의 지지력은 15mm까지 시공된 말뚝의 지지력 보다 커야됨에도 불구하고 말뚝재하시험 결과는 정반대이다. 재하시험 결과에 의하면 8mm까지 시공된 말뚝의 극한지지력은 60톤으로 허용 지지력은 20톤이 된다. 반면 15mm까지 시공된 말뚝은 120톤에서도 극한 또는 항복현상이 나타나지 않았기 때문에 60톤 이상의 허용지지력을 갖는 것으로 분석되었다.



(a) A현장의 말뚝 재하시험 결과
(최종관입량=8.0 mm)



(b) B현장의 말뚝 재하시험 결과
(최종관입량=15.0 mm)

그림 1 말뚝재하시험 결과 비교

그림 1은 말뚝의 정재하시험 결과이며 이 결과로부터는 상기와 같은 상반된 결과에 대해 어떠한 원인도 찾아낼 수 없다. 다만 8mm까지 시공된 말뚝을 항타하는데 사용된 해머의 효율이 비정상적으로 낮거나, 15mm까지 시공하는데 사용된 해머의 효율은 이보다는 매우 높았다면 이같은 결과를 초래할 수 있음을 추측할 수 있다. 또는 (a)현장의 지반조건은 항타 후 지지력이 증가하는 조건인데 반하여 (b)현장에서는 시간경과에 따라 지지력이 감소하는 조건일 가능성도 배제할 수 없다.

그러나 이들 현장에 신뢰도 있는 동재하시험이 실시되었다면 이러한 의문점을 모두 해소할 수 있을 것이다. 항타시 동재하시험(EOID)결과로부터 해머의 효율과 항타시 지지력을 알 수 있으며 일정한 시간이 경과한 시점에 재항타 동재하시험(Restrike)을 실시함으로써 시간경과효과를 확인할 수 있다.

2.3.2 새로운 항타공식의 적용

본 현장 지반의 층서는 지표로부터 매립층, 모래퇴적층, 자갈퇴적층, 기반암으로 이루어져 있다. 매립층은 인공으로 조성된 층으로 약 24.5m 정도의 두께이며 이하 모래 및 자갈 퇴적층은 각각 9.0m 및 13.0m 이다. 말뚝기초의 지지층은 상부 자갈층으로 계획되었다.

말뚝은 강관 $\phi 406.4 \times 12(t)mm$ 를 직항타로 시공하였으며 말뚝의 제원은 표 2와 같다. 한편, 해머는 램중량 10 톤(DKH 10)을 이용하였다.

본 구역에서는 3개의 시험항타가 이루어 졌으며 시험항타에는 항타기록(표 2 참조)과 함께 항타분석기를 이용한 동재하시험이 수행되었다. 동재하시험은 항타시 시험(EOID)과 항타 후 일정기간이 경과한 후 재항타시험(Restrike)을 실시하였다(표 3 참조).

표 2에는 3개의 말뚝중 1번 말뚝에 대해 전 절에서 제안된 항타공식에 의해 계산하고 참고로 Hiley 공식에 의해 계산된 예를 나타내었다.

표 2 말뚝(1번)의 조건 및 계산 예

말뚝재료	<ul style="list-style-type: none"> 말뚝종류 : $\phi 406.4 \times 12(t)mm$ 말뚝길이 : 3780cm 단면적(A) : $148.7cm^2$ 	<ul style="list-style-type: none"> 탄성계수(E_p) : $2100tf/cm^2$ 중량(w_p) : 4.42tonf $n=0.5$
장비자료	<ul style="list-style-type: none"> 해머 : DKH-10 램중량(w_r) : 10tonf 	<ul style="list-style-type: none"> 낙하고(H) : 100cm $e_f = 0.95$, 실측효율 : 0.81,
항타기록	<ul style="list-style-type: none"> 최종관입량(S) = 0.35cm 	<ul style="list-style-type: none"> 리바운드량($C_p + C_q$) = 3.3cm
식(1)에 의한 계산내역		Hiley 공식에 의한 계산내역
$Q_{ult} = \frac{EMX}{S + \frac{a}{2}} = \frac{810}{0.35 + \frac{3.3}{2}} = 405.0(\text{tonf})$		$Q_{ult} = \frac{e_f \cdot w_r \cdot H \cdot C_1}{S + \frac{(C_c + C_p + C_q)}{2}} = 365.0(\text{tonf})$ $C_1 = \frac{w_r + n_2 \cdot w_p}{w_r + w_p} = 0.77$

표 3에는 3개의 시험말뚝에 대해 식(1)에 의한 계산결과와 시험결과를 비교하였다. 표 3에서와 같이 현장적용계수는 평균 0.73, 시간경과효과(여기서는 지지력이 증가했으므로 set-up factor)는 평균 1.23 평균 에너지전달률은 0.81로 측정되었다. 시간경과효과는 재항타시 지지력이 충분히 측정되지 않은 것을 감안하면 보수적이라고 평가할 수 있다.

이러한 계산결과를 이용하여 항타에 의한 말뚝의 극한지지력을 구할 수 있는데 여기서 시간경과효과는 고려할 수도 있고, 고려하지 않을 수도 있을 것이다. 시간경과효과를 고려하지 않은 경우 set-up 현상이 나타나면 보수적으로 평가될 것이고, relaxation 현상이 나타나면 위험측이 되므로 후자에서는 반드시 고려해야 할 것이다. 대부분의 지반에서는 일반적으로 set-up 현상이 나타나는데 set-up 현상이 크게 나타나는 경우 이를 무시하면 과항타에 의한 말뚝의 파손 및 비경제성이 문제가 될 수 있다.

결국 본 해당구역에서는 해당 항타조건에서 간단한 항타기록(S, q)을 측정함으로써 식(2)를 이용하여 말뚝의 최종 극한지지력을 모든 말뚝에 대해 구할 수 있으며 여기에 안전율을 적용하여 허용지지력을 구할 수 있다.

표 3 측정치와 계산결과 비교

말뚝 No	EOID, Q_{eoid} (tonf)	restrike, Q_{rst} (tonf)	S_r (Q_{rst}/Q_{eoid})	Q_{ult} (tonf)	S_a (Q_{eoid}/Q_{ult})	항타시 EMX
1	286 (266)	338 (338↑)	1.27	405.0	0.7	8.1 tf·m
2	305 (282)	334 (334↑)	1.18	405.0	0.75	8.1 tf·m
3	284 (282)	—		380.3	0.75	8.1 tf·m
비고	()은 Davisson 하중	7일 경과	평균 1.23	EMX 이용	평균 0.73	평균 ETR 0.81

(주)여기서 EMX는 전달된 에너지, ETR은 에너지 전달율

3. 파동이론분석

3.1 파동이론분석의 개요

해머에 의해 말뚝 두부에 충격이 가해지면 처음에는 말뚝과 해머가 접촉하는 인접 구간만 압축된다. 그림 2에서 보는 바와 같이 이와 같은 압축구간 혹은 압축(응력)파(compressive force pulse)는 말뚝 선단부를 향해 일정한 속도로 진행하게 되며 이때 파의 속도의 크기는 말뚝재료의 탄성계수(elastic modulus)와 밀도(mass density or specific gravity)에 좌우된다.

압축파가 말뚝이 지반에 묻힌 부위에 도달하면 그 진폭은 지반의 정적 및 동적 저항력에 의해 감소되며 말뚝 주면과 선단부에서의 지반저항력의 크기에 따라 말뚝 두부로 향하는 상향의 인장 또는 압축 반사파를 유발시킨다. 이들 반사파는 말뚝 두부에서 다시 반사되어 하향의 압축 또는 인장파가 되며 에너지가 소진될 때까지 전술한 경로를 반복하게 된다. 이와 같은 초기 압축파 및 이로 인한 반사파들은 말뚝 선단부에 변위를 발생시키며 이들의 에너지 및 힘의 합이 지반의 동·정적 저항력보다 크면 잔류침하량을 유발하여 말뚝은 지반 내로 관입하게 된다.

이러한 일련의 과정을 일차원 파동이론(one-dimensional wave equation)에 근거한 수치 해석적 방법으로 모델링 함으로써 말뚝기초 설계 및 시공관리에 이용할 수 있도록 한 것이 파동이론분석(WEAP) 프로그램이다. 파동이론에 근거한 말뚝의 동적해석방법이 적용되기 전에는 주로 에너지보존법칙을 이용한 항타공식에 의해 말뚝의 지지력이 예측되어 왔다. 그러나 전술한 바와 같이 항타공식은 여러 가지 문제가 있기 때문에 신뢰도가 떨어지는 것으로 평가되고 있다. 이를 보완하기 위한 방법으로서 파동이론분석이 보다 현실적인 방법으로서 적용되었다.

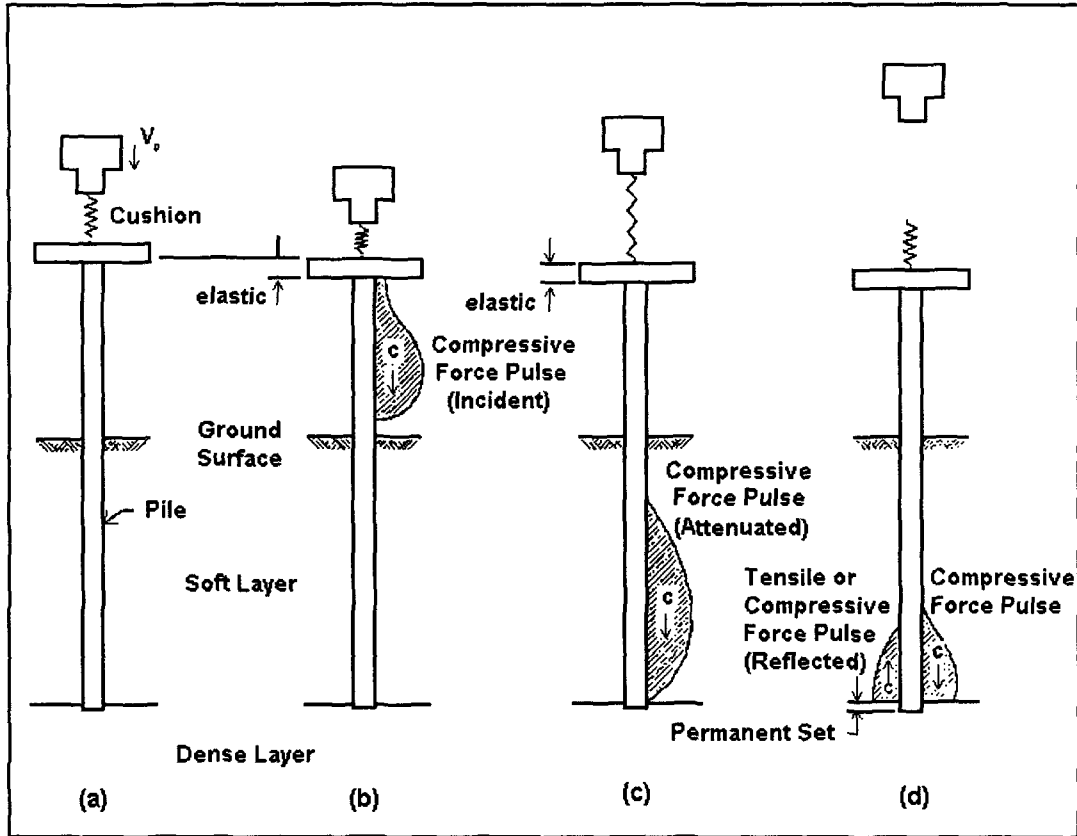


그림 2 항타시 말뚝 내에서의 파의 전달(US DOT, 1996)

압축파가 말뚝이 지반에 묻힌 부위에 도달하면 그 진폭은 지반의 정적 및 동적 저항력에 의해 감소되며 말뚝 주면과 선단부에서의 지반저항력의 크기에 따라 말뚝 두부로 향하는 상향의 인장 또는 압축 반사파를 유발시킨다. 이들 반사파는 말뚝 두부에서 다시 반사되어 하향의 압축 또는 인장파가 되며 에너지가 소진될 때까지 전술한 경로를 반복하게 된다. 이와 같은 초기 압축파 및 이로 인한 반사파들은 말뚝 선단부에 변위를 발생시키며 이들의 에너지 및 힘의 합이 지반의 동·정적 저항력보다 크면 잔류침하량을 유발하여 말뚝은 지반 내로 관입하게 된다.

이러한 일련의 과정을 일차원 파동이론(one-dimensional wave equation)에 근거한 수치 해석적 방법으로 모델링 함으로써 말뚝기초 설계 및 시공관리에 이용할 수 있도록 한 것이 파동이론분석(WEAP) 프로그램이다. 파동이론에 근거한 말뚝의 동적해석방법이 적용되기 전에는 주로 에너지보존법칙을 이용한 항타공식에 의해 말뚝의 지지력이 예측되어 왔다. 그러나 전술한 바와 같이 항타공식은 여러 가지 문제가 있기 때문에 신뢰도가 떨어지는 것으로 평가되고 있다. 이를 보완하기 위한 방법으로서 파동이론분석이 보다 현실적인 방법으로서 적용되었다.

Smith(1960)가 파동이론해석법의 기본이 되는 수치해석 기본모델(그림 3 참조)을 개발한 이후 Hirsch 등(1976)은 Smith의 개념을 소프트웨어 패키지(TTI WEAP 프로그램)로 제작하였다. 한편, Goble 등(1986)도 1976년 디젤해머에 대한 보완을 실시하고, 각종 해머에 대한 데이터베이스를 첨부하여 GRLWEAP을 개발하였고 이후 지속적인 보완이 이루어져 현재에는 실무에서 가장 일반적인 도구로 사용되고 있다. 따라서 본 연구에서는 실무에 등을 설명하기 위해 GRLWEAP을 주로 인용하였다.

3.2 파동이론분석의 기본 이론

말뚝의 파동이론분석을 파동방정식을 기초로 한다. 그러나 파동방정식을 이용한 말뚝해석에 있어서는, 말뚝은 자유공간이 아닌 지반속에 관입되므로 식(3)과 같이 말뚝의 선단 및 주변지반의 저항치(R)를 고려한 수정된 식을 사용한다.

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \frac{E_p}{\rho} \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \pm R \quad (3)$$

이와 같은 파동방정식은 말뚝내의 응력의 변화로부터 말뚝의 변위와 시간 그리고 요소위치 사이의 관계를 결정하기 위해 초기조건과 경계조건을 사용하여 해를 구할 수 있다. 그러나 실제의 말뚝 항타에 있어서는 말뚝과 항타장비 그리고 주변의 흙의 성질에 관련된 여러 복잡한 인자들로 인해 이론해로 말뚝의 파동방정식을 해석하기는 상당히 어렵다. 그러므로 파동방정식을 해석하는 방법으로는, 실제의 말뚝을 유한한 요소로 나누어서 항타에 의한 응력파의 전달과정을 각 요소마다 시간별로 표시하여 변위와 응력 등을 계산하고 극한지지력에 대한 관입저항(set value) 등을 컴퓨터를 사용해서 해석하는 소위 수치해석방법(WEAP)이 사용되고 있다.

Smith에 의해 제안된 이 방법은 전술한 바와 같이 항타시 장비의 조합성, 항타응력 및 지지력에 따른 관입저항 등을 추정하기 위해 사용되며 컴퓨터 프로그램을 위한 모델링의 개략은 그림 3과 같다.

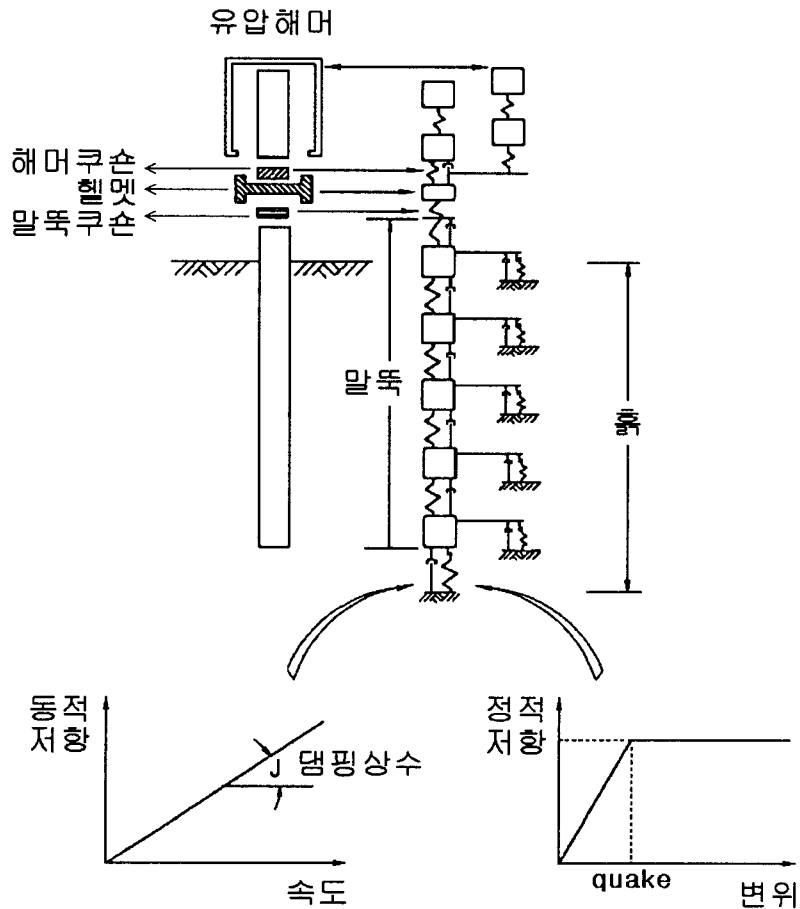


그림 3 파동방정식의 수치해석 기본모델

그림 3에서와 같이 파동방정식의 수치해석 기본모델은 말뚝과 항타시스템 그리고 지표면 이하의 지반 저항으로 이루어져 있다. 말뚝 및 항타시스템은 각 요소의 질량과 강성을 각각 매스(mass)와 스프링(spring)으로 나타내었고 지반의 저항력은 정적저항을 나타내는 스프링과 동적저항을 나타내는 대쉬포트(dashpot)로 구성되었다.

흙의 스프링은 슬라이더(sliding)를 이용하여 탄성에서 소성까지 거동하도록 모델링되었으며 탄성변위까지의 거리를 지반의 탄성변형량(q , quake)으로 정의하였다. 또한 대쉬포트는 동적지지력이 속도에 선형으로 비례하도록 모델링되었으며 기울기를 damping 계수(damping factor, J)로 정의하였다(Likins 등, 1988).

3.3 파동이론분석 방법

다음에는 GRLWEAP을 이용한 파동이론분석을 수행하는 방법에 대하여 기술하였다.

3.3.1 입력자료

WEAP을 사용하는 데 있어 파동방정식을 이용한 수치해석에 필요한 입력자료들을 항타장비, 지반조건, 말뚝에 대해 살펴보면 다음과 같다.

(1) 항타장비

- | | |
|--------------------------|-------------|
| ① 램의 낙하고 및 중량 | ② cap의 중량 |
| ③ cap block의 stiffness 값 | ④ cap의 반발계수 |
| ⑤ cushion의 stiffness 값 | ⑥ 해머효율 |

(2) 지반조건

- | | |
|--|-----------------|
| ① 지반에 묻힌 말뚝길이 | ② 토질주상도 |
| ③ 지반의 탄성변형량(quake) | ④ 흙의 damping 계수 |
| ⑤ 말뚝 주면마찰력의 분포형태 및 극한지지력에 대한 주면마찰력의 비율 | |

(3) 말뚝

- | | |
|-------------|-----------------|
| ① 총길이 및 단면적 | ② 단위중량 |
| ③ 탄성계수 | ④ cushion의 반발계수 |

파동이론 분석 시 입력자료에 대한 참고치 및 유의사항에 대해서는 깊은기초(한국지반공학회, 2002) 및 Design and Construction of Driven Pile Foundation(US DOT, 1996)을 참고할 수 있다.

3.3.2 파동이론분석 방법의 선택

파동이론분석은 지질주상도를 근거로 한 말뚝의 지지력을 결정해 주는 것은 아니며 또한 정적지지력 분석과 혼동해서는 안된다. 파동이론분석은 정해진 극한지지력에 상응하는 관입저항을 산정해 낸다. 즉 이것은 현장에서 측정된 관입저항을 근거로 예상 극한지지력을 산출해 내는 것이다.

정해진 지지력에 대해 파동이론분석에 의한 지지력 도표(bearing graph)를 구하는 것과 특정한 관입깊이에서 그 지지력을 실제로 확인하는 것은 완전히 다른 문제이다. 설계시 산정한 말뚝관입깊이와 실제 시공시의 말뚝관입깊이가 크게 다를 때가 있는데 이를 피하기 위해서는 파동이론분석에 앞서 반드시 정적지지력 분석을 실시할 것이 요구된다. 정적지지력 분석을 실시하면 원하는 지지력을 얻기 위한 개략적인 말뚝관입깊이 또는 특정한 관입깊이에서의 개략적인 지지력을 구할 수 있다.

정적지지력 분석을 완료한 후 파동이론분석을 실시하여 지지력 - 관입저항의 상관관계를 나타내는 도표(bearing graph analysis)를 얻거나, 관입깊이에 따른 항타관입저항과 항타응력의 관계를 보여주는 항타시공관입성 검토(driveability analysis)를 수행 할 수 있다. bearing graph analysis는 단지 분석을 실시한 지층의 근접범위 내에서만 적용가치가 있으며 driveability analysis는 지정한 여러 관입깊이(최대 100개소까지 가능)에 대해 항타관입저항과 항타응력을 산출해주기 때문에 보다 포괄적인 정보를 제공해 준다.

비록 실제와 부합되는 지반요소들을 사용하여 정확한 정적지지력 분석과 파동이론분석을 실시하였다 하더라도 실제 항타시 측정된 지반저항이 예상했던 것보다 크게 다르게 나타나는 경우도 있을 수 있다. 실제 항타시 관입저항은 파동이론 분석에 의한 것보다 낮은 경우가 많다. 예를 들어, 50톤의 설계지지력을 가진 말뚝을 점토층에 항타하는 경우 안전율 2.5를 적용한다면 필요한 극한지지력은 125톤이 된다. 정적지지력 설계에 의해 말뚝의 길이는 25m가 되어야 하고, 선단지지력은 무시할 정도이며 항타후 시간 경과에 따른 지반의 set-up효과를 고려할 때 항타 시에 발휘할 수 있는 지지력(주로 주면마찰력)은 장기 지지력의 50%에 불과한 것으로 분석되었다고 한다면 말뚝은 62.5톤의 지지력을 25m 깊이에서 발휘할 수 있도록 항타하면 된다. 즉 항타종료시(EOID) 지지력은 62.5톤이 필요하며 충분한 시간이 경과한 후 재항타시(restrike) 기대되는 지지력은 125톤이 되어 EOID일 때에 비해서 훨씬 큰 관입저항을 발휘하게 될 것이다.

위의 예는 분석결과와 실제와의 차이가 발생하는 주요 원인 중 한가지를 보여준 것이다. 그러나 파동이론 분석결과와 정확도는 주로 분석방법 자체의 현실성과 모델에 적용한 각종 지반특성 계수의 정확도에 따라 결정된다. 즉 지반모델이나 지반특성계수가 실제 지반의 거동특성을 부정확하게 반영하였거나 또는 모델링한 항타장비의 요소들이 해머의 정비상태나 쿠션의 상태를 고려하지 않았다면 파동이론 분석결과와 정확도는 크게 떨어질 것이다.

3.3.3 동재하시험 결과와의 비교

파동이론분석에 의해 예측된 항타응력과 지지력 값들은 실제 현장에서 측정한 동재하시험 결과와 잘 부합된다고 알려져 있다. 그러나 이에 추가하여 낙하고, 전달에너지와 같은 사항들을 측정하여 비교하여야 한다.

실제 전달된 타격에너지는 파동이론분석에 의해 계산된 값보다 다소 작은 것이 일반적이다. 이 경우 단지 해머의 효율만을 조절하여 측정치와 맞출 수 있지만 대신 항타응력과 지지력 값에 있어서 차이를 가져올 수 있다. 따라서 해머의 효율을 조절하는 대신 C.O.R(Coefficient Of Restitution)값을 낮추는 것도 고려해야 한다. 파동이론분석 결과를 실제 측정치와 모두 일치시키는 일은 힘든 일이므로 타당한 이유 없이 억지로 해서는 아니 된다. 항타응력과 전달에너지의 경우 10% 이내로 부합된다면 정확도는 충분한 것으로 간주할 수 있다.

파동이론분석 결과에 의한 최대응력 발생 부위는 말뚝전장에 걸쳐 어느 곳이나 될 수 있으므로 실제 측정시 발생하는 수치와 일치하지 않을 수 있다. 따라서, 파동이론분석결과와 실제 측정결과를 비교할 때 해당하는 말뚝요소에서의 항타응력을 검토하는 것이 중요하다.

3.4 파동이론분석 결과의 이용

(1) 항타관입성 예측

다짐이 잘된 성토지반의 하부에 연약한 지층이 존재하는 경우 말뚝은 항타에 대한 관입저항이 매우 큰 성토층을 관통하여 연약층 하부의 견고한 지지층까지 도달하여야 한다. 이러한 지반에 직경에 비해 두께가 얇은 강관을 선택하는 경우, 파동이론분석에 의해 항타관입성을 검토해 보면 선정된 해머보다 훨씬 큰 중량의 해머를 사용하여도 이 강관말뚝을 지지층까지 항타할 수 없다는 결과를 얻을 것이다. 이는 선택한 강관의 두께가 얇아 타격력이 말뚝단까지 충분히 전달되지 못하기 때문인바 시공성 확보만을 위해서는 필요이상으로 두꺼운 단면의 강관을 사용해야 한다는 결론에 이르게 된다. 이를 해결하기 위해서는 단단한 성토지반을 선굴착하는 방법 등 보조공법을 고려할 수 있을 것이다.

(2) 말뚝재질의 결정

얇은 단면의 강관말뚝을 소요 깊이까지 항타하는 것이 가능하나, 항타응력이 허용치를 초과하는 경우, 해머의 쿠션을 더하거나 에너지를 낮춘다면 항타응력을 낮출 수 있겠지만 말뚝은 더 이상 관입되지 않을 것이다. 이 경우에는 강관의 재질을 고강도로 바꾸는 것이 해결책이 될 수 있다.

항타시 압축응력은 PC 및 PHC말뚝의 경우 $0.6 f'_c$, 즉 극한강도의 60%를 허용치로 하고 있으며, 강관 말뚝의 경우는 $0.9 f_y$, 즉 항복응력의 90%를 한계로 설계하는 것이 보통이다. 또한 PC(PHC)말뚝의 경우 AASHTO(1994) 규정에 의한 인장응력 허용값은 $0.8\sqrt{f'_c + f_{pe}}$ (kgf/cm^2)이다(여기서 f_{pe} 는 유효 프리스트레싱 값이다).

(3) 설계지지력 및 말뚝개수의 조정

말뚝을 소요깊이까지 관입시키기 위해 말뚝의 단면을 키우거나 재료의 강도를 높인다면 말뚝의 설계하중을 높여서 총 말뚝 개수를 줄일 수 있다. 단, 이 경우에는 기초의 구조적인 검토가 수행되어야 할 것이다.

(4) 시공시 항타장비 및 쿠션의 선정

말뚝종류와 관입깊이가 결정되면 시공시 해머의 크기와 종류가 항타응력에 결정적인 영향을 주는 요소가 된다. 낙하고를 조정할 수 있는 해머는 지반의 연약층을 통과할 때 낙하고를 줄여서 말뚝을 단단한 지층까지 관입시킬 수 있을 것이다.

보통 쿠션은 항타응력을 낮추기 위해 사용되나 연성 재질의 쿠션일수록 많은 항타에너지를 흡수하여 소진함으로써 관입저항을 증대시킨다. 말뚝항타시 타격수를 제한하는 것이 보다 경제적이고 안전하므로(말뚝재료의 피로현상을 줄임) 허용항타응력을 유지하기 위하여 항상 연성 재질의 쿠션을 선택할 수는 없다. 또한 항타응력을 제한하기 위하여 해머쿠션의 재질을 바꾸는 것은 큰 효과가 없는 것으로 보고되고 있다.

일반적으로 해머의 크기와 에너지조절 및 쿠션의 재질 등은 최대 관입저항이 480 타/m 이내가 되도록 선택하여야 한다.

(5) 경제적인 항타장비의 선택

설계자가 설계지지력 확보를 위한 가장 안전하고 확실한 항타방법에 관심을 갖는데 반해 시공자는 공사비를 고려하여 시공소요시간을 단축할 수 있는 장비 조합을 원한다. 해머는 작동이 원활하고 경량이며 또한 구조가 복잡하지 않고 내구성이 강하여 타격속도가 빠른 것이 당연히 선호된다.

파동이론분석에 의해 예상되는 항타 소요시간과 타격수를 추정할 수 있으며 이는 항타장비 조합의 경제성을 비교하는데 유용하게 사용될 수 있다. 지지층까지의 심도가 매우 깊고 특히 중간에 비교적 단단한 지층이 존재하는 경우 말뚝을 관입시키기 위해서는 많은 시간이 소요되므로, 전체비용을 고려할 경우 강성이 높은 말뚝일수록 재료의 손상가능성을 줄이면서 빠른 시간 내에 공사를 마칠 수 있다는 점을 말뚝종류 선정 기준에 반영시킬 수 있을 것이다.

3.5 파동이론분석의 적용 사례

3.5.1 최적의 항타장비 조합

본 사례에서는 국내의 전형적인 지반조건에 일반적으로 많이 사용되는 PC 또는 PHC말뚝을 항타시공하는 경우 파동이론분석을 이용하여 최적해머 조합을 선정하는 방법에 대해 설명하였다. 적용 예의 지반은 표토, 풍화토, 풍화암으로 구성되고 깊이에 따른 표준관입시험값도 직선적으로 증가하는 전형적인 조건이다. 분석에 이용된 말뚝은 직경 350mm의 PC 또는 PHC말뚝이다. 본 분석에서는 정적지지력 계산(Meyerhof 공식 적용)을 토대로 말뚝의 주변마찰력 비율을 전체지지력의 30%로 가정하였으며 해머효율, damping 계수, quake 값 등은 GRLWEAP에서 추천하는 값들을 사용하였다.

표 4 WEAP 분석 결과(K25, PC 350 말뚝)

No	Ultimate Capacity (KN)	Max C. Stress (MPa)	Max T. Stress (MPa)	Blow Count (BPM)	Stroke	Energy (KN · m)
1	300.0	21.261	0.000	17.4	1.23	30.29
2	600.0	25.719	0.658	40.9	1.53	25.70
3	900.0	28.217	1.112	72.0	1.72	22.88
4	1200.0	33.074	0.602	105.1	1.88	21.75
5	1300.0	34.668	1.204	118.2	1.96	21.75
6	1400.0	35.957	1.397	136.7	2.00	21.28
7	1500.0	37.265	1.640	159.3	2.02	20.88
8	1800.0	40.508	2.691	260.1	2.16	20.52
9	2100.0	42.853	3.296	449.3	2.22	20.69
10	2400.0	44.561	3.412	885.6	2.33	21.17

표 4는 해당 지반에 직경 350 mm PC말뚝을 K25 디젤해머로 항타시공하는 경우의 파동이론분석결과이다. 분석결과 타격회수가 BPM(blow per meter)=80(set value=12.5 mm)일 때 압축응력은 PC말뚝의 허용 값인 300kgf/cm²가 되며, 따라서 그 이상의 항타관입은 과응력을 유발시키는 것으로 나타났다. 결국 K25 해머로 항타 할 경우 최대로 기대할 수 있는 말뚝의 극한지지력은 100톤 정도가 되며 안전율 2.5를 적용하는 경우 허용설계하중은 40톤이 된다.

표 5는 동일 조건에서 램중량 5톤의 유압해머(HH-5)를 사용, 낙하고를 0.6m로 하여 시공하는 경우를 분석한 결과이다. 분석결과 항타(압축)응력이 상한 값에 도달할 때의 타격회수와 극한지지력은 각각 BPM=216(set value=4.6mm), 140톤으로서 허용설계하중을 56톤으로 크게 증가시킬 수 있어, 보다 적절한 장비조합임을 보여주고 있다.

표 6에는 동일 지반조건에서 직경 350 mm PHC말뚝을 디젤해머 2종류(K25, K35)와 유압해머 2종류(HH-5, HH-7)의 해머를 사용하여 항타하는 경우에 대한 파동이론분석결과를 정리하여 나타내었다.

표 6에서 보는 바와 같이 같은 지반조건에서도 해머종류에 따라 활용할 수 있는 말뚝의 허용지지력이 상이함을 알 수 있으며 이를 이용하여 경제성을 감안한 최적의 항타장비를 선정할 수 있을 것이다.

표 5 WEAP 분석 결과(HH-5, PC 350 말뚝)

No	Ultimate Capacity (KN)	Max C. Stress (MPa)	Max T. Stress (MPa)	Blow Count (BPM)	Stroke	Energy (KN · m)
1	600.0	23.986	0.759	50.8	0.60	20.95
2	900.0	24.236	1.668	84.7	0.60	19.18
3	1200.0	27.212	2.072	140.1	0.60	16.92
4	1400.0	30.042	2.608	216.9	0.60	15.50
5	1600.0	32.737	3.533	397.1	0.60	14.23
6	1800.0	34.629	3.827	833.2	0.60	13.44
7	2000.0	35.447	3.492	2172.2	0.60	13.01
8	2200.0	35.917	3.217	9999.0	0.60	12.82

표 6 장비조합에 따른 허용설계하중(PHC 350 말뚝)

시공조건		시공성 결정 요소		허용설계하중 (안전율 2.5) (tonf)	비 고 (지지력 결정기준)
말뚝규격	항타장비	항타응력 (kgf/cm ²)	항타회수 (BPM)		
PHC ø 350	K25	446	400	80	항타회수
	K35	480	120	72	항타응력
	HH-5	460	400	83	항타회수
	HH-7	480	400	85	항타응력, 항타회수

(주) 여기서 제한 BPM은 400으로 가정

3.5.2 동재하시험과의 결과 비교

말뚝의 항타시공관입성은 말뚝조건, 지반조건 및 항타장비 조건에 따라 상이하다. 따라서 효율적이고 경제적인 설계를 위해서는 설계과정에서 항타시공관입성이 필수적으로 검토되어야 한다. 본 사례에서는 시험시공이 완료된 상태에서 파동이론으로 항타시공관입성을 분석하여 시험시공에 의한 결과와 비교함으로써 파동이론분석의 적용성을 검토하고 향후 말뚝기초 설계시 참고자료로 활용하는 방안에 대해 검토하였다.

분석 대상 지반조건은 항타말뚝으로부터 약 100여 m 떨어진 시추조사결과를 참고하였다. 지표로부터 약 16m까지는 슬래그 및 고형화물로 매립된 층으로 N 값은 50 이상이 대부분이나 간혹 20 정도의 층이 나타난다. 매립층 하부 35.5m까지는 퇴적층이며 이하는 기반암으로 이루어 졌다. 퇴적층은 상부로부터 모래층, 점토층, 모래 자갈층으로 구성되었으며 N 값은 18에서 50 이상까지 다양하게 나타나지만 일반적으로 고결한 점토와 조밀한 모래자갈층으로 구성되어있다. 매립층은 N 값이 50이상인 경화층이 계속되는 것으로 나타나 조사 당시 항타시공관입성에 대한 우려가 되었던 곳이다. 시험시공시 여러 분석을 통해 시공조건은 고강도강관말뚝(SPS490, Ø406.4×12t(mm))을 램중량 13톤(DKH13)의 유압해머로 타입하는 것으로 계획되었다. DKH13 해머의 최대 램 낙하높이는 1.2m로서 실제 시공 가능한 램의 최대높이는 1.1m이다.

WEAP 분석에서는 다음과 같은 2가지 조건에 대하여 파동이론분석을 실시, 시험시공결과와 비교하였다. WEAP분석시 관입깊이별 램낙하고는 실제 시험시공시 적용한 타격에너지와 유사한 수준(±10%)이 되도록 맞추었다.

- ① 조건 A : 표준관입시험에 의한 N값을 이용, Meyerhof공식으로 계산된 지지력 값을 적용하였으며 지반정수(quake, damping계수)는 WEAP프로그램 매뉴얼에서 제안하는 표준값을 적용하였다 (표 7 참조).
- ② 조건 B : 주변마찰력 분포, 선단지지력 및 지반정수를 시험시공말뚝의 동재하시험 결과(Case, CAPWAP 및 PDATLOT분석)에 의해 실측된 값을 적용하였다.

표 7 파동이론분석 시 이용된 지반정수

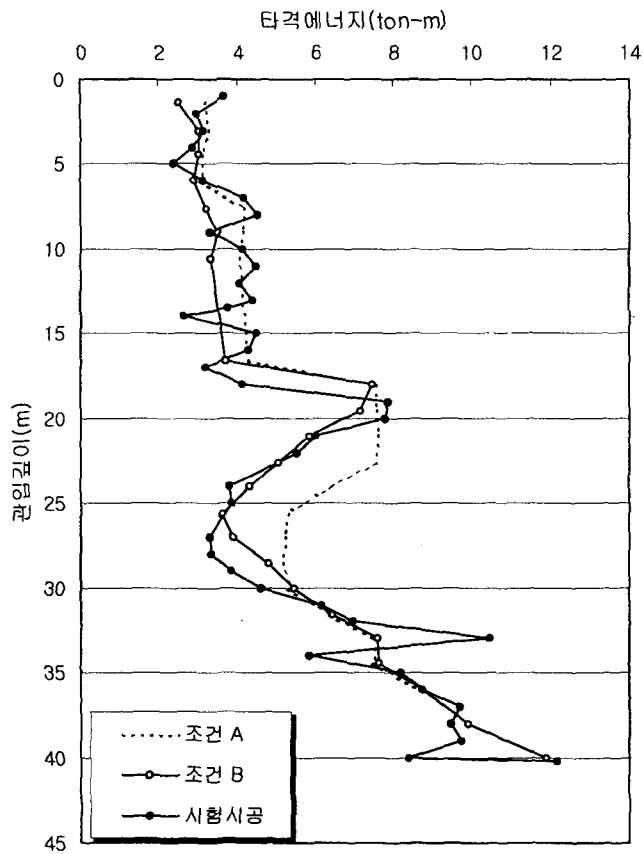
지반정수		WEAP 제안값	CAPWAP분석에 의한 실측값
Quake (mm)	주면	2.54	1.80
	선단	3.38	9.21
Damping (m/s)	주면	점성도	0.65
		사질토	0.16
	선단	0.50	0.14

그림 4는 WEAP해석과 시험시공에 의한 driveability결과를 비교하기 위하여 시험시공시와 동일한 조건으로 적용한 타격에너지와 WEAP해석 결과의 주요 항목(BPM, 타격응력)을 시험시공결과와 중첩하여 나타낸 것이다.

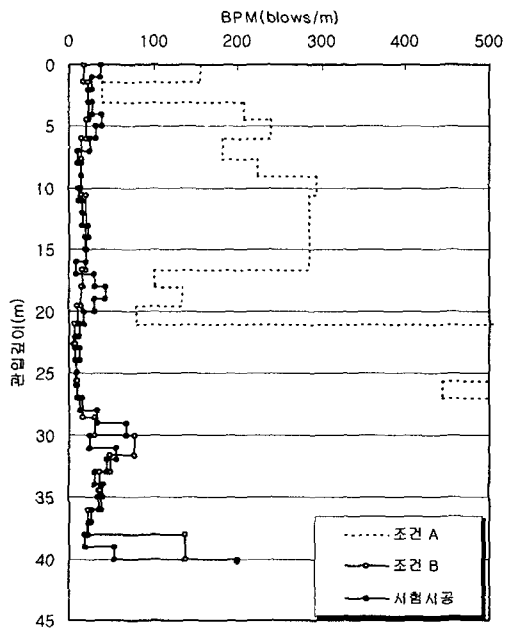
두 가지 분석조건 중 A조건에서는 매립층에서의 항타관입성이 불량한 것으로 나타나 시험시공결과와는 차이를 나타내었다(그림 4 참조). 또한 고결 상태의 점토층과 조밀한 자갈로 구성된 퇴적층(심도 21m~26m)에서도 BPM과 항타응력이 과다하게 나타나 지지층으로 가정한 기반암(심도36m)까지 항타관입이 불가능한 것으로 분석되어 시험시공결과와는 다른 결과를 나타내고 있음을 알 수 있다.

B 조건의 경우 그림 4에서와 같이 관입깊이별 BPM은 시험시공결과와 유사한 것으로 나타났다. 타격응력의 경우에도 시험시공결과보다 상대적으로 큰 압축응력이 발생하는 것으로 나타났으나 전체적으로 유사한 양상을 나타내었으며 최대 램낙하고(1.1m)에서의 타격응력은 허용치에 미치지 않은 것으로 분석되어 시험시공결과와 비슷한 양상을 나타내고 있음을 알 수 있다.

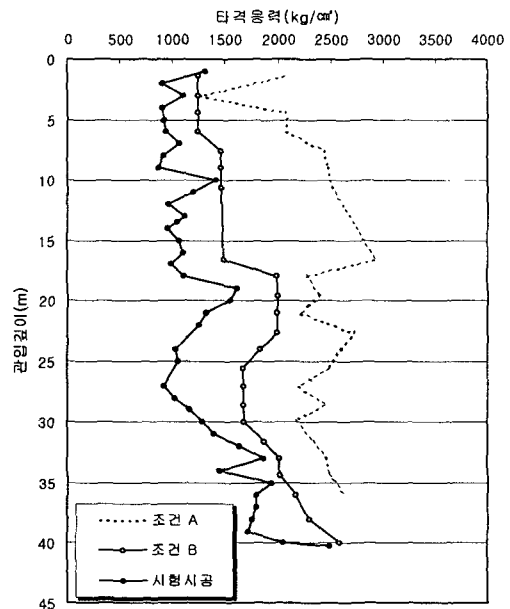
본 현장과 같이 슬래그 및 고형화물로 매립된 층으로 구성된 경우 파동이론분석시 N값에 의한 지지력 계산치를 관입저항으로 적용하는 것은 BPM 및 항타응력 등 항타관입성을 예상하는데 실측치와 차이가 있을 수 있음을 알 수 있다. 일반적으로 예비설계시는 가용 토질 데이터가 N치 밖에 없는 경우가 대부분이므로 항타시공관입성을 분석하기 위해 A조건과 같이 분석할 수 있는데, A결과는 슬래그 및 고형화물로 매립된 층에서 이러한 분석조건에 대한 문제점을 보여주고 있는 것이다. 따라서 본 현장과 같은 조건의 경우 이러한 시험 시공을 통해서 본 시공에 대한 적절한 대책을 제시할 수 있을 것으로 판단된다.



〈 타격에너지 〉



〈 BPM 〉



〈 타격응력 〉

그림 4 WEAP 해석 및 시험시공에 대한 driveability 비교

4. 동재하시험

동재하시험에는 여러 가지 방법들이 있지만 이들 시험 방법들의 기본적인 배경은 유사하다고 볼 수 있다. 국내의 경우 개략 3종류의 동재하시험법 들이 이용되고 있으며 이중 실무에서 보편적으로 이용되는 것은 향타분석기를 이용한 동재하시험법이다. 따라서 여기에서는 동재하시험의 적용을 설명하기 위해 편의상 향타분석기를 이용한 동재하시험법의 기술자료(Pile Dynamics Inc., 1995; US DOT, 1996)를 참고하였다.

4.1 동재하시험의 기본이론

어떤 질량을 갖는 물체 또는 해머가 말뚝두부를 타격하는 경우(단, 이 말뚝은 어떠한 저항력도 받고 있지 않으며 단면적이 일정한 것으로 가정) 말뚝두부는 압축상태에 놓이게 되며 이로 인해 압축변형(ϵ)과 압축력(F)이 발생한다. 이 힘(F)은 다시 말뚝을 따라 아래방향으로 전달되면서 인접한 말뚝입자를 차례로 압축하게 된다. 말뚝재료가 압축됨에 따라 말뚝입자들은 변위를 일으키며 이러한 말뚝입자의 변위속도를 입자속도(particle velocity, V)라고 부른다. 질량, m 을 갖는 말뚝의 한 입자가 Δt 의 시간동안 어떤 크기의 변위속도, V 를 갖게되면 이 입자는 가속되어 관성력, $(V/\Delta t) \cdot m$ 을 유발하게 된다. 이 관성력은 압축력과 균형을 이루게 되는데 말뚝의 입자들이 가속화되기까지는 얼마간의 시간이 소요되므로 변형은 어떤 속도, c 로 이동하게 되며 이를 파의 속도라 한다. 이러한 과정을 요약하여 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$F = \frac{EA}{c} V \quad (4)$$

식(4)는 향타분석기를 이용한 동적해석의 기본이 되는 식으로, 비례계수 EA/c 를 말뚝의 임피던스(impedance, Z)라고 한다. 위 식으로부터 말뚝 내 어느 한 점에서의 힘은 동일한 점에서의 입자속도에 비례한다는 것을 알 수 있으며 이를 힘과 속도의 비례관계(proportionality)라 한다.

향타분석기는 말뚝두부에 부착된 변형률계(strain transducer)와 가속도계(accelerometer)를 이용하여 측정된 변형률과 가속도로 부터 각각 독립적으로 F 와 V 를 얻는다. 향타분석기에 의해 측정된 F 와 V , 즉 힘과 속도의 파형기록은 말뚝에 대한 흙의 저항력의 위치와 크기를 결정하는데 사용할 수 있다.

전술한 바와 같이 말뚝의 단면이 일정하고 어떠한 저항력도 작용하지 않는다면 힘과 속도의 파형은 타격시 식(4)에 의한 비례관계를 이룬다.

이러한 관계는 흙의 저항력, 또는 말뚝의 단면변화 등에 의한 반사파가 측정계의 위치에 도달할 때까지 지속된다. 흙의 저항력에 의한 반사파는 타격후 $2x/c$ 의 시간이 경과했을 때 발생하며 이때 x 는 저항이 발생한 곳의 깊이이다. 반사파가 측정계의 위치까지 도달하는데 걸린 시간과 파의 속도를 알 수 있으므로 저항이 발생한 곳의 위치를 결정할 수 있다. 흙의 저항력은 힘의 파형에 대해서는 증가를 가져오며 속도파형에 대해서는 같은 비례로 감소를 가져온다.

4.2 동재하시험방법

4.2.1 동재하시험 장비 및 해석

동재하시험 장비에는 해머, 변형률계 (strain transducers), 가속도계 (accelerometer), 향타분석기 등이 필요하며 이들에 대한 사양 및 동재하시험의 작업절차는 ASTM D 4945-96(high strain dynamic testing of piles)에 나타나 있다. 그러나 측정된 자료를 이용하여 이를 해석하는 방법은 여러 회사에서 제안된 동적재하시험법들에 따라 다른 이름으로 불려진다.

여기서는 전술한 바와 같이 향타분석기를 이용한 시험법을 설명하기로 하였으므로 해석법도 동회사에서 제안한 Case방법(Pile Dynamics Inc., 1995)과 CAPWAP 방법(CASE Pile Wave Analysis Program : GRL Associate, Inc., 1996)으로 설명한다.

1) 간편법(Case 방법)

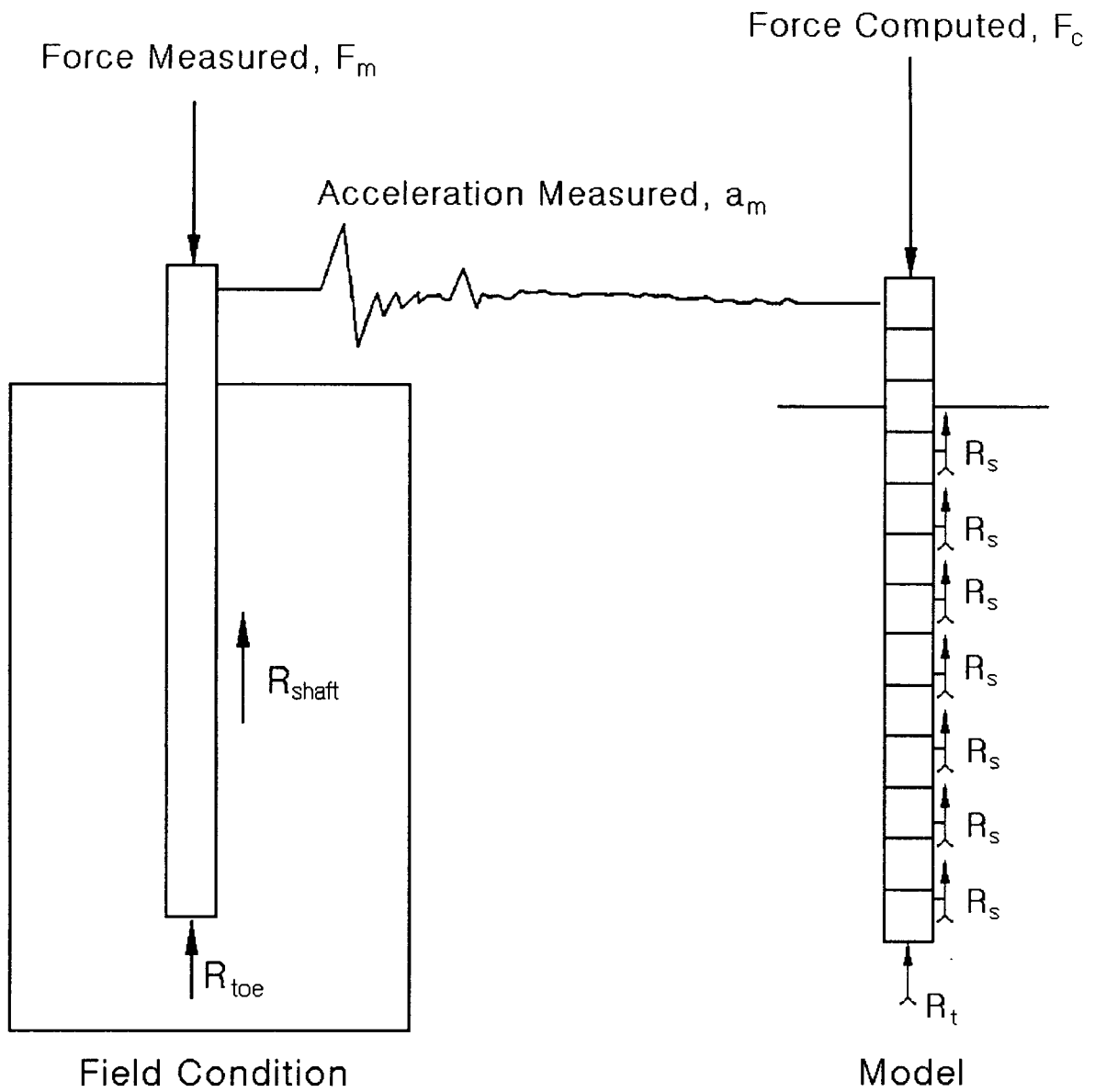
이 방법은 동재하시험의 지지력 해석방법 중 간편 계산법이라 할 수 있다. 본 Case방법은 말뚝 두부에 변형률 측정기와 가속도 측정기를 설치하여 계측한 값을 가지고 말뚝의 지지력을 예측하는 방법으로 계측치를 공식에 대입하여 구하는 방법이다. Case 방법으로는 지지력을 현장에서 즉시 구할 수 있는 장점이 있다.

2) CAPWAP 방법

CAPWAP 방법은 Case 방법과 같이 말뚝두부에서 측정된 힘과 시간, 또는 가속도와 시간과의 관계를 이용하여 지지력을 예측하는 방법이나, Case 방법에서처럼 약산 공식을 이용하지 않고 프로그램을 이용하여 구하는 방법이다. CAPWAP은 Case Western Reserve University 에서 의해 개발되었으며 향타분석기로부터 얻어진 힘과 속도파를 이용, 말뚝에 작용하는 힘과 말뚝의 변위를 정량화 하여 시행착오법에 의한 signal matching과정을 통해 말뚝의 경계조건 즉, 말뚝의 지지력, 지반저항력의 분포, quake 및 damping 계수 등을 결정하는 방법이다.

이 방법에서는 파동이론분석의 경우와 같이 말뚝을 응력파의 이동시간이 동일한 연속적인 요소로 모델링한 후 가정된 경계조건을 사용하여 계산된 파형이 향타분석기에 의해 실측된 파형과 최대한 일치될 때까지 경계조건을 바꾸어가며 반복 계산한다. 그림 5는 CAPWAP방법에 대한 개념도이다.

CAPWAP은 이러한 반복 작업결과 산출된 경계조건을 이용, 정재하시험을 모사하여 하중재하에 따른 말뚝의 침하량과 지반의 정적저항력 관계를 나타내주며 이와 함께 관입 깊이별 주면마찰력의 분포도 제시해준다.



- | | |
|------------|----------------------------|
| 1. Measure | F_m, a_m |
| 2. Compute | $F_c = F_c(a_m, R_s, R_t)$ |
| 3. Compare | $F_m \leftrightarrow F_c$ |
| 4. Correct | R_s, R_t |
| 5. Iterate | (go to 2) |

그림 5 CAPWAP방법의 개념도 (GRL Associate, 1996)

4.3 동재하시험의 적용

일반적으로 국내의 경우 실무에서 동재하시험을 실시하는 주요 목적은 시공된 말뚝의 지지력을 측정하는 목적, 즉 정재하시험을 대체하는 것이었다. 그러나 동재하시험을 적절히 활용할 경우 정적지지력 측정 외에 아래와 같은 내용을 확인할 수 있으며 말뚝의 항타와 관련한 제반사항들을 확인하여 보다 합리적인 시공을 할 수 있도록 해 준다.

- ① **항타에너지 측정** : 말뚝에 실제로 전달되는 항타에너지를 측정할 수 있으며 이로부터 항타장비의 효율을 확인하여 항타공식의 신뢰도를 높여준다.
- ② **항타응력 측정** : 말뚝재료에 발생하는 압축 및 인장 항타응력을 측정하므로 말뚝재료의 파손 가능성을 판단할 수 있다. 따라서 말뚝재료가 허용하는 최대 범위까지 항타응력을 유지하는 시공 기준을 적용함으로써 시공의 효율을 극대화 시킬 수 있다.
- ③ **항타장비의 적합성 판정** : 항타에너지 및 항타응력 측정을 통하여 해당 지반조건과 말뚝조건에서 사용되고 있는 항타장비의 적합성을 판정할 수 있다.
- ④ **말뚝의 건전도 확인** : 말뚝재료의 손상이나 용접이음부위의 건전도를 확인할 수 있다.
- ⑤ **지반조건의 확인** : 말뚝이 시공되는 지반조건이 당초 조사된 내용과 상이할 경우 중대한 하자를 발생시킬 수 있다. 동적측정결과와 분석내용(예 CAPWAP 결과 등)으로부터 주면마찰력 분포를 적절히 해석하면 이와 같은 지반조건을 역으로 확인할 수 있어 적절한 대책을 강구할 수 있다.
- ⑥ **시간경과효과의 확인** : 항타말뚝의 지지력은 항타시점으로부터 경과한 시간에 따라 변화한다. 이 내용을 재래식 정재하시험으로 확인하는 것은 사실상 불가능하다. 동재하시험을 항타시 시험과 일정시간 경과후의 재항타시험을 동일 말뚝에 대하여 시행하면 시간경과효과를 확인할 수 있다.
- ⑦ **선단지지력과 주면마찰력의 분리 측정** : 말뚝기초의 설계 또는 해석은 선단지지력과 주면마찰력으로 구분하여 해석된다. 그러나 재래식 정재하시험의 경우 특별한 계측을 적용하지 않는 한 이 두가지 성분을 구분할 수 없는 실정이다. 동재하시험을 실시하면 선단지지력과 주면마찰력을 구분하여 측정할 수 있는 바 설계기술 향상과 문제점 발생시 대책마련에 효과적이다.
항타분석기로 얻은 동적측정결과로부터 말뚝의 지지력 및 항타관입성을 평가하기 위해서는 동적 측정결과 분석용 프로그램(예 CAPWAP 등)을 이용한 해석이 필요하다. 해석 프로그램으로부터 결정된 극한지지력으로부터 허용지지력을 구하기 위해서는 여러 가지 방법이 있을 수 있는데 이중 일정 안전율을 적용하는 경우는 허용하중 평가에 있어 항타에너지 문제로 인해 일관되지 못한 결과를 줄 수가 있다. 따라서 동재하시험결과로부터 허용하중을 구하는 방법으로 해석방법으로 구한 하중-침하량 관계를 Davisson 방법으로 판정하여 안전율 2.0을 적용하는 방법이 합리적이다. 물론 시험시 타격 에너지가 충분할 경우(순침하량이 2.5mm 이상) 일정안전율을 적용할 수 있다.

동재하시험은 단순히 말뚝의 정적지지력 측정외에 항타와 관련한 다양한 정보를 얻을 수 있는 항타말뚝의 시공관리에는 가장 효율적인 도구라 할 수 있다. 그러나 동재하시험의 실시와 결과해석이 유익한 자료로 활용될 수 있기 위해서는 ① 충분한 타격에너지를 가하여 선단부까지 타격에너지가 전달되는 조건 ② 시험기술자가 동재하시험에 대하여 충분한 이해를 하고 각종 입력자료를 적절하게 입력하여야 하는 조건 ③ 동재하시험 결과를 해석하는 기술자가 말뚝의 지지력에 대하여 지식과 이해를 하여 적절한 해석을 하여야 하는 조건 등이 만족되어야 한다.

그러나 이러한 조건들은 일반기술자들이 확인하기에는 곤란한 부분이며 일부 지방서에는 동재하시험과 정재하시험을 동일한 말뚝에 대하여 실시하고 그 결과를 비교하는 과정을 통하여 동재하시험의 실시 내역 및 동재하시험을 실시하고 해석하는 기술자의 적격성을 검증하도록 하는 경우도 있다. 따라서 동

재하시험에 대한 전반적인 이해가 증진되는 시점까지는 정재하시험에 의한 검증이 도움이 될 것으로 추천된다(한국지반공학회, 1999).

4.4 동재하시험의 적용 사례

4.4.1 항타 해머의 적합성 분석

말뚝이 설계조건에 부합되게 시공되기 위해서는 시공중 수직도 유지, 적절한 해머쿠션 및 말뚝쿠션 사용 그리고 적절한 타격에너지의 유지 등 항타시스템의 정비가 필요하다. 그러나 이들 제반 조건들을 육안으로만 확인하기에는 한계가 있다. 동재하시험을 적절히 활용하면 시공과 관련한 항타시스템의 적합성 여부를 확인할 수 있으며 또 적절한 대책을 수립할 수 있다.

그림 6은 400mm PHC말뚝을 램중량이 7톤인 유압해머로 직항타 하면서 측정한 동재하시험 자료이다. 이 시험은 말뚝에 계기를 부착한 상태로 연속하여 타격을 가하면서 말뚝을 항타 관입시킨 기록으로 이를 PDAPLOT이라 한다. 따라서 PDAPLOT에는 매 타격별로 Case지지력 및 항타응력 등을 확인할 수 있기 때문에 시공과 관련하여 여러 가지 유용한 판단을 할 수 있다.

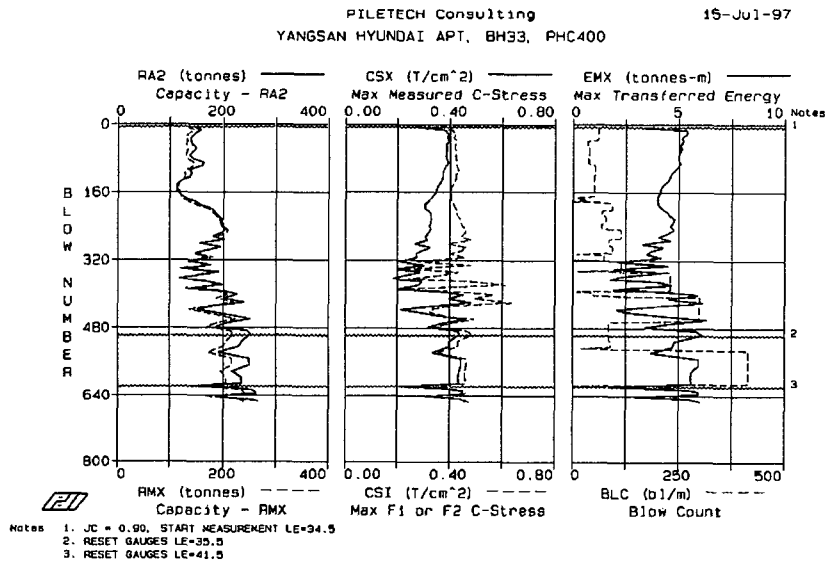


그림 6 PHC말뚝 항타시 측정한 PDAPLOT

PDAPLOT상 지지력에는 큰 문제가 없지만 압축항타응력 기록에는 국부적으로 과잉집중응력이 발생하는 것이 확인되었다. 그림 6의 CSX(2개 계기의 평균 항타응력)는 PHC말뚝의 재료 허용범위인 480kg/cm^2 미만이지만 CSI(2개 계기 중 크게 측정된 항타응력)는 이를 초과함을 나타내고 있다. 즉 부분적으로 응력이 초과하여 말뚝재료가 손상됨을 확인할 수 있었다.

이러한 현상은 여러 가지 원인이 있을 수 있지만 이 사례에서는 해머쿠션이 불량한 것이 원인이었다. 유압해머를 분해하여 해머쿠션을 조사한 결과 완전히 파손되었음을 확인하였고 이를 교환하였다(그림 7 참조).

본 사례와 같은 문제점은 기존의 정재하시험만으로는 대처할 수 없음을 알 수 있다. 본 사례에서 설명한 것과 같이 항타시스템의 점검을 위해서는 말뚝에 계기를 부착하고 연속적으로 항타를 시행하면서 계측하는 시험이 필요하다. 그 결과로부터 PDAPLOT을 작성하여 적절한 판단과 대책을 강구할 필요가 있다. PDAPLOT은 항타시스템 점검 뿐만아니라 지반조건을 확인을 위해서도 필요한 경우가 많다. 따라

서 시공 초기에 항타시스템 점검, 지반조건 확인 및 시공관리 기준 설정을 위해서는 이와 같은 동재하시험이 필요하다. 그러나 현재 우리나라에서는 이러한 정도의 동재하시험은 제대로 시행되지 않고 있으며 단순한 지지력 측정을 위한 동재하시험이 거의 대부분이다.



(a) 파손된 hammer cushion



(b) hammer cushion 교환

그림 7 파손된 해머쿠션과 그 교환

4.4.2 시간경과효과 확인

현장의 지질조건(시험 말뚝에서 가장 인접한 시추공)은 상부로부터 21.0m 정도까지 붕적층으로 구성되었으며 이하는 연암의 기반암으로 이루어졌다. 붕적층은 점토 및 모래 섞인 자갈층과 점토층이 교호로 나타나고 기반암은 세립사암(국부적으로 실트스톤)이다. 지형조건은 산악부의 급경사지이고 시추공수가 충분치 않아 시추공 조건을 시험말뚝의 지질조건으로 보기는 불충분한 면이 있다.

말뚝은 $\phi 609\text{mm} \times 12(\text{t})\text{mm}$ 인 강관말뚝이며, 유압10톤(DKH10)의 해머를 이용하여 선굴착(굴착심도 18.0m) 후 직항타하는 방법으로 시공되었다.

항타시 항타분석기를 이용한 동재하시험이 이루어졌으며 이후 재항타 시험이 이루어 졌다. 항타시 시험은 관입깊이 19.6m부터 실시하였으며 관입 깊이 20.4m(램낙하고 0.8m, 타격당관입량 3mm/타)에서 시공이 종료되었다. 이때의 허용지지력은 171톤으로 평가되었다.

본 현장에는 말뚝지지력의 시간경과효과를 파악하기 위해 재항타시험이 계획되었다. 따라서 시공후 8일이 경과한 후 재항타시험을 실시하였는데 이 때의 지지력은 161톤으로 시공당시 지지력보다 작게 나타났다. 즉, relaxation이 발생하였다. 본 건의 경우 추가적인 관련 조사가 이루어지지 않고 전술한 바와 같이 조사된 지질조건과 시험 결과를 관련시키는 것이 불충분한 점이 있어 relaxation의 원인을 파악하기에는 곤란하였지만 상부 풍화된 기반암 조건과 관련이 있는 것으로 추정된다.

본 현장에서는 이러한 relaxation에 대한 대책으로 추가 항타하는 것이 제안되었는바 동 말뚝은 20.4m에서 21.5m 까지 추가 항타(항타 종료 조건은 램낙하고 0.6m에서 타격당 관입량 2mm/타) 되었다. 추가 항타된 말뚝의 허용지지력은 초기 재항타시(BOR, Beginning Of Restrike) 161톤에서 최종 재항타시(EOR, End Of Restrike) 197톤으로 지지력은 증가된 것으로 판정되었다.

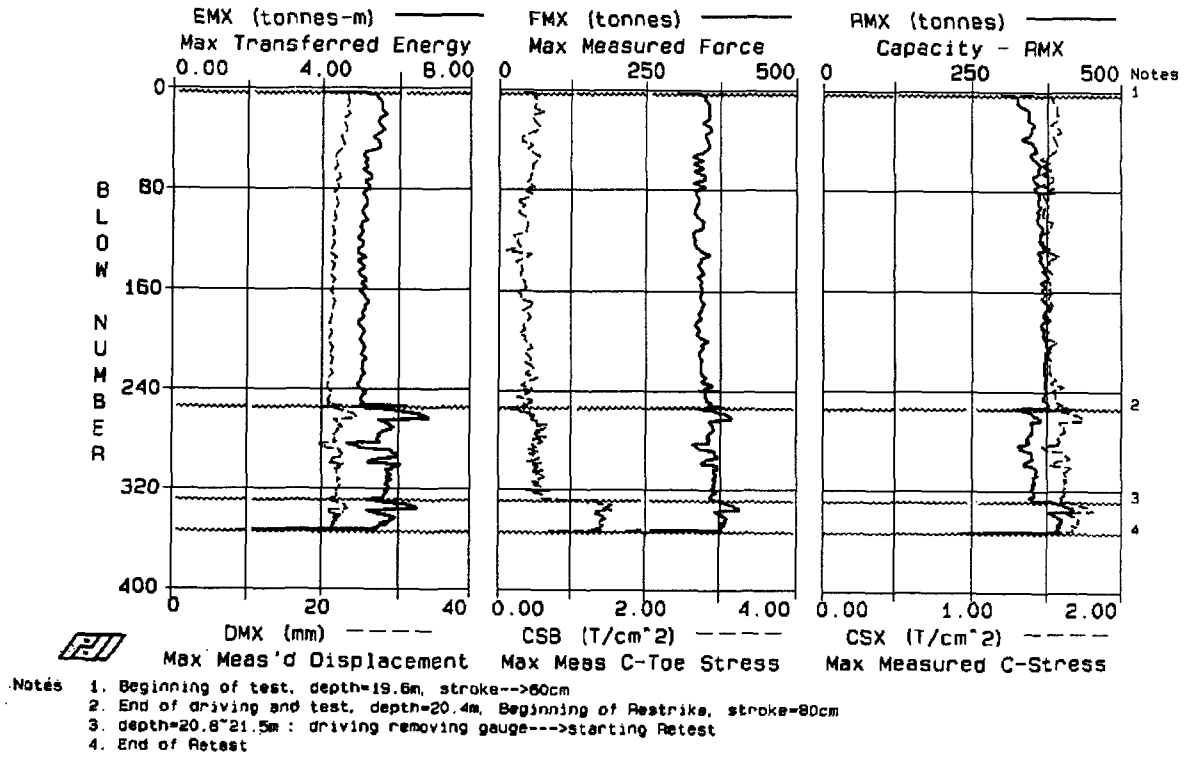


그림 8 항타분석기의 측정 결과 도시 예

그림 8은 상기에서 언급한 항타의 전 과정을 항타분석기로 측정하여 도시(PDAPLOT 사용)한 것으로 이미 설명한 현상을 한 그림에서 알아 볼 수가 있다. 그림 8에서와 같이 타격에너지(EMX)와 Case지지력(RMX)의 변화를 통해서 지지력이 감소한 것을 알 수 있고 또한 타격당 말뚝에 걸리는 응력(CSB, CSX)도 확인 할 수가 있다. 정확한 지지력은 해당 타격(그림 8에서의 해당 타수)의 동적 데이터를 CAPWAP분석을 실시(그림 9 참조)하여 각각의 하중-침하량을 도시한 그림 10을 통해 알 수가 있다. 본 예는 현장에서 일어나는 위험층의 조건을 항타분석기를 이용한 동재하시험방법으로 찾아내어 대책을 강구한 것으로 동재하시험의 유용성 중의 일 예를 보여 주는 것이다.

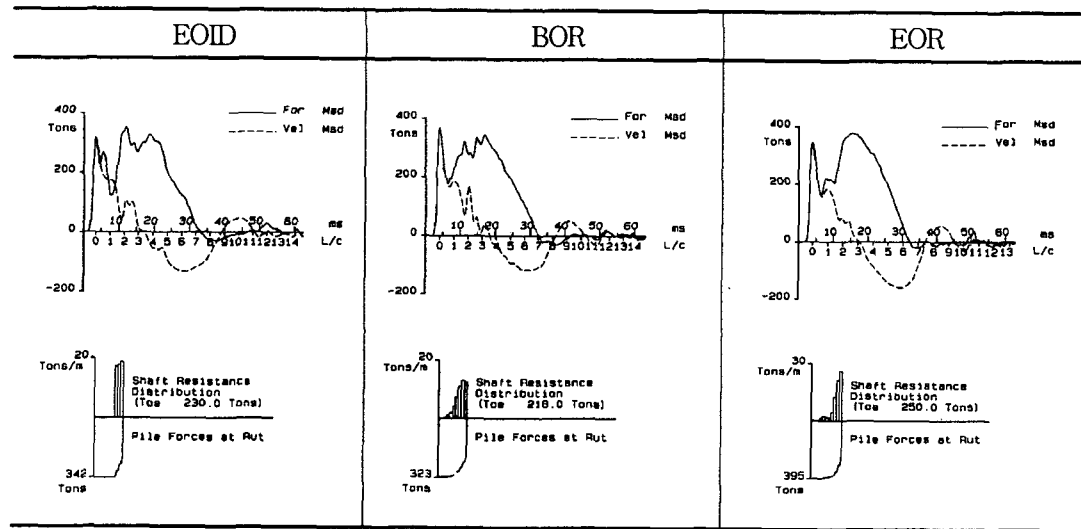


그림 9 각 경우별 타수마다 CAPWAP 분석 결과 예

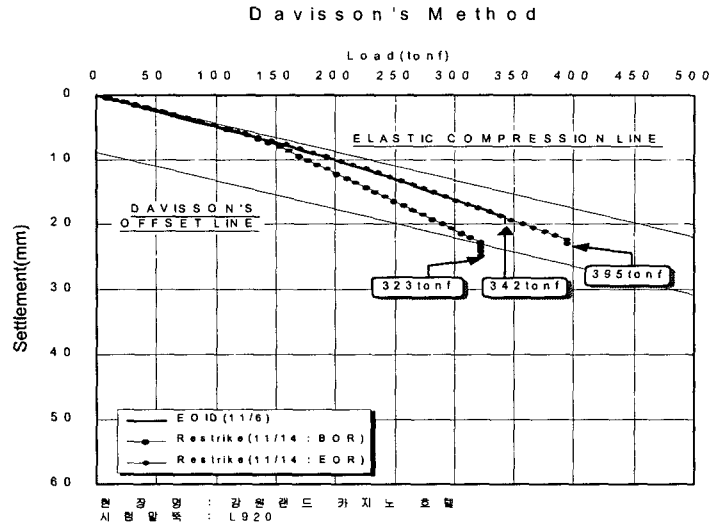


그림 10 CAPWAP분석 결과 중 하중-침하량 곡선 예

5. 결론

본 논문에서는 항타시 측정자료를 가지고 이론을 적용하여 지지력을 예측하는 방법인 항타공식, 과도이론분석, 동재하시험에 대해 고찰하였으며 이를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 항타공식은 시공말뚝 전부에 대해 간편하게 품질관리를 수행할 수 있는 유일한 방법이라 할 수 있다. 이러한 항타공식은 장점이 지나치게 강조되어 실무에서 많이 활용되고 있으며 이러한 경향은 향후에도 계속될 것으로 전망된다. 이러한 점을 고려하여 본 논문에서는 실무적으로 항타공식을 신뢰도 있게 활용할 수 있는 방안을 제안하고 이를 현장에 직접 적용한 예를 제시하였다.
- (2) 과도이론 분석은 타입말뚝의 항타시공관입성을 분석하는데 있어 매우 유용한 도구이다. 본 논문에서는 과도이론분석의 기본 원리를 설명한 후 과도이론 분석시 간과하기 쉬운 주의 사항에 대해 고찰하였다. 아울러 과도이론분석통해 항타장비의 최적 조합 및 과도이론분석결과를 실측자료와 비교한 사례를 분석해 보았다.
- (3) 말뚝이 설계 조건을 만족시키기 위해서는 지지력 이외에 여러 가지 조건들이 충족되어야 한다. 동재하시험은 지지력만을 알 수 있는 정재하시험으로는 확인할 수 없는 여러 가지를 측정할 수 있으므로 말뚝의 품질 관리 목적에 적합하다. 본 논문에서는 동재하시험의 원리를 설명하고 동재하시험을 통해 해머의 적합성 분석 및 시간경과 효과를 분석한 현장 사례에 대해 논의하였다.

참 고 문 헌

1. 이명환, 윤성진(1992), "말뚝의 설계하중 결정방법에 대한 비교", 한국지반공학회, 92 봄 학술발표회 논문집, pp. 69~102.
2. 조천환, 이명환(2001), "새로운 항타공식의 적용", 한국지반공학회 논문집, 제 17권 제 5호, pp. 157~164.
3. 천병식, 조천환(1999), "Set-up 효과를 반영한 타입말뚝의 과도이론해석", 한국지반공학회 논문집, 제 15권

제 2호, pp. 95~104.

4. 한국지반공학회(1999), 강관말뚝의 설계와 시공 가이드, pp.99.
5. 한국지반공학회(2002), 깊은기초(지반공학시리즈4), 구미서관 발행, pp. 193~265.
6. 홍헌성, 조천환, 김성희, 엄재경, 이명환(1997), "항타공식에 의한 말뚝지지력 산정의 신뢰도 연구", '97 봄 학술발표회 논문집, 한국지반공학회, pp.55~62.
7. Broms, B.B. and Choo, L.P.(1988), "A Simple Pile Driving Formula Based on Stress-Wave Measurements", Proceedings of the 3rd International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles, BiTech Publisher, Ottawa, pp.591~600.
8. Cheng, Y.M. and Tsui, Y.(1996), "Use of PDA Results in Pile Capacity Estimation", Second International Conference on Soft Soil Engineering, Nanjing, pp.1053~1057.
9. Davisson M.T.(1973), "High Capacity Piles", Soil Mechanics Lecture Series, Soil Mechanics and Foundation Division, Illinois Section of ASCE, pp.81.
10. Goble, G. and Rausche, F.(1986), WEAP 86 Program Documentation.
11. GRL Associates, Inc.(1996), CAPWAP User Manual
12. GRL Associates, Inc.(1996), GRLWEAP User Manual
13. Hirsch, T. Carr, L., and Lowery, JR.(1976), Pile Driving Analysis Wave Equation Manual, TTI Program.
14. Likins, G., Hussein, M., and Rausche, F.(1988), "Design and Testing of Pile Foundation", Proceedings of 3rd Int. Conf. on Application of Stress-Wave Theory to Piles, Ottawa, pp.644~658.
15. Paikowsky, S.G. and Chernauskas, L.R.(1992), "Energy Approach for Capacity Evaluation of Driven Piles", F. Barends(ed.), Proceedings of 4th International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles, A.A. Balkema, The Hague, pp.595~601.
16. Paikowsky, S.G. and LaBelle, V.A.(1996), "Examination of the Energy Approach for Capacity Evaluation of Driven Piles", Proceedings of the 5th International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Pile, pp.1133~1149.
17. Peck, R.B.(1942), "Discussion to Pile Driving Formulas : Progress Report of the Committee on the Bearing Value of Pile Foundations", Proc. ASCE, 68, pp.323~324.
18. Pile Dynamics Inc.(1995), PDA User Manual.
19. Pile Dynamics Inc.(1998), GRLWEAP.
20. Rausche, F., Moses, F., and Goble, G.,(1972), "Soil Resistance Prediction from Dynamics", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.98, No.9, pp.917~937.
21. Smith, E.A.L.(1960), "Pile Driving Analyses by the Wave Equation", Journal of the Soil Mechanics. and Foundation Division, ASCE, Vol. 86, pp.35~61.
22. Svinkin, M.R.(1996), "Soil Damping in Wave Equation Analysis of Pile Capacity", F. Townsend, M. Hussein & M. McVay(eds.), Proceedings of the Fifth International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles, University of Florida, pp.128~143.
23. Tavenas, F. and Audy, R.(1972), "Limitations of the Driving Formulas for Prediction the Bearing Capacities of Piles in Sand", Canadian Geotechnical Journal, Canada, 9(1), pp.47~62.
24. US DOT(1996), Design and Construction of Driven Pile Foundation, FHWA, pp.15-1~16-15.