

---

## OTSKE를 적용한 IMM 기동표적 추적방법 연구

이호준\* · 홍우영\*\* · 고한석\*

\*고려대학교 · \*\*해군사관학교

Investigation of tracking method for a maneuvering target using IMM with  
OTSKE

Hojun Lee<sup>\*</sup> · Wooyoung Hong<sup>\*\*</sup> · Hanseok Ko<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Korea University · <sup>\*\*</sup>Korea Naval Academy

E-mail : hojun@ispl.korea.ac.kr

### 요 약

본 논문에서는 다양한 기동표적에 대해 적은 연산량으로 효과적인 추적을 위한 방법에 대해 기술한다. 일반적으로 사용하는 KF는 기동하지 않는 표적의 추적에는 효과적인 반면 표적이 기동하는 경우에는 열악한 추적 성능을 발휘한다. 이에 대해 여러 운동상태를 고려한 IMM이 적합한 대안으로 고려된다. 하지만 IMM은 모델의 수가 증가할수록 연산량이 증가한다는 제한사항을 가지고 있다. 따라서 기동표적 추적에서 IMM의 제한사항을 보완하기 위해 KF를 Two-Stage로 나누어 각각 필터링을 수행하는 Optimal Two-Stage Kalman Estimator (OTSKE)를 IMM 구조에 적용하고 더 나아가 기존의 IAC 알고리즘에 적용하여 IMM과 유사한 추적성능을 발휘하면서도 연산량은 약 58% 감소시킬 수 있었다.

### ABSTRACT

In this paper, we propose a new tracking algorithm that achieves good tracking performance in maneuvering targets while capping the computation load to "low". Kalman Filter (KF) is generally known to be poor in tracking maneuvering targets. IMM, on the other hand, compensates the weakness inherent in the mundane KF and is considered as a promising alternative for tracking maneuvering targets. However, IMM suffers from substantially increased computational load as the number of models increases. To remedy this problem, we propose a new method focused to reducing the computational load and attaining the desirable tracking performance at least as good that of IMM. It is achieved by essentially adopting the structure of IMM and injecting Optimal Two-Stage Kalman Estimator (OTSKE). The representative simulation shows a reduction in computational load with the proposed OTSKE but further reduction is shown achieved (by about 58%) with the Interacting Acceleration Compensation(IAC)-OTSKE approach.

### 키워드

Optimal Two-Stage Kalman Estimator, IAC 알고리즘, IMM-OTSKE, IAC-OTSKE

### I. 서 론

해양환경에서의 표적은 수중 및 수상 표적 뿐만 아니라 공중 표적 등 다양하며 이러한 다양한 표적을 얼마나 정확히 추적하는가는 중요한 문제이다.

표적추적 분야에서 보편적으로 사용되는 필터로 Kalman Filter (KF)가 있다. KF는 시간 간선 단계와 관측값 간선단계를 통해 최적의 예측으로 오차값을 최소로 줄일 수 있다. 하지만 KF는 상태벡터의 차수가 증가함에 따라 계산량이 증가한다. 또한 기동하지 않는 표적에는 최적의 추적성능을 발휘하나 기동하는 표적의 추적에는 제한된 성능을 발휘한다.

이의 해결을 위해 먼저 상태벡터를 두 부분으로 나누어 차수를 줄이는 Two-Stage Kalman Estiamtor

(TSKE)가 제안되었다.

이것은 KF의 가속도 부분을 Bias 필터로 다른 부분을 Bias Free (BF) 필터로 나누는 방법이며 대수적 제한조건이 필요없이 BF필터에 Bias의 랜덤잡음의 영향을 반영하는 Optimal Two-Stage Kalman Estimator (OTSKE)가 제안되었다 [1].

기동표적의 추적에는 다중모델(Multiple Model) 방법이 제안 되었으며 연산량 및 추적성능을 고려한 Interacting Multiple Model (IMM) 이 최적의 방법으로 고려된다. 하지만 모델의 수가 증가함에 따라 연산량이 증가하고 이를 해결하기 위해 TSKE를 IMM에 적용한 IAC 알고리즘이 제안되었다[2]. 이

방법은 계산량은 IMM에 비해 줄어드는 반면 성능은 IMM과 유사하다.

본 논문에서는 위에서 제시된 OTSKE를 IMM에 적용하기 위한 기법에 대해 기술하고 더 나아가 기존 IAC 알고리즘을 보완하여 OTSKE를 적용하는 기법을 제시하고자 한다.

## II. 본론

### 1. 문제의 정의

일반적인 표적의 상태방정식은 다음과 같다.

$$X_{k+1} = F_k X_k + W_k \quad (1)$$

$$Z_k = H_k X_k + N_k \quad (2)$$

여기서  $X_k$ 는 상태벡터로  $X_k = [x \ y \ \dot{x} \ \ddot{x}]^T$ 로 가정한다.  $Z_k$ 는 관측값이고  $W_k$ ,  $N_k$ 는 평균이 0, 분산은  $E[W_k W_k^T] = Q_k \delta_{kk}$ ,  $E[N_k N_k^T] = R_k \delta_{kk}$ 인 백색잡음이며  $E[W_k N_k^T] = 0$  이다.

이때 상태벡터 및 관측값, 전이행렬들을 다음과 같이 Two-Stage로 표현된다.

$$X_k = \begin{bmatrix} \bar{X}_k \\ \alpha_k \end{bmatrix}, \quad F_k = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ 0 & C_k \end{bmatrix}, \quad W_k = \begin{bmatrix} w_k^{\bar{x}} \\ w_k^{\alpha} \end{bmatrix},$$

$$H_k = [L_k \ M_k]$$

이) 벡터들 및 행렬들의 차원은  $\bar{X}_k \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ ,  $A_k \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ,  $B_k \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ ,  $C_k \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $w_k^{\bar{x}} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ ,  $w_k^{\alpha} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ ,  $L_k \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ ,  $M_k \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 이다.

따라서 (1), (2)는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{X}_{k+1} = A_k \bar{X}_k + B_k \alpha_k + w_k^{\bar{x}} \quad (3)$$

$$\alpha_{k+1} = C_k \alpha_k + w_k^{\alpha} \quad (4)$$

$$Z_k = L_k \bar{X}_k + M_k \alpha_k + N_k \quad (5)$$

추가적으로 KF에서의 오차 공분산 및 칼만이득은 다음과 같이 Two-Stage로 표현된다.

$$Q_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_k & Q_k^{\alpha} \\ (\bar{Q}_k^{\alpha})' & Q_k^{\alpha} \end{bmatrix}, \quad P_k = \begin{bmatrix} \bar{P}_k & \bar{P}_k^{\alpha} \\ (\bar{P}_k^{\alpha})' & \Sigma_k \end{bmatrix}, \quad K_k = \begin{bmatrix} \bar{K}_k \\ K_k^{\alpha} \end{bmatrix}$$

KF는 상태벡터의 차수가  $m$ 일 때 그 공분산에서  $m^3$ 의 연산량을 갖고 특히  $\bar{P}_k^{\alpha}$ 가 여분의 계산량이 된다. 따라서 KF를 Two-Stage로 나누면 차수 및 여분의 계산량을 감소시켜 전체적인 연산량을 감소시킨다.

### 2. Optimal Two-Stage Kalman Estimator (OTSKE)

OTSKE는 KF의 상태벡터에 포함되어 있는 Bias(가속도)를 따로 분리하여 위치, 속도인 BF필터와 가속도인 Bias필터의 Two-Stage로 나누고 Bias필터의 랜덤잡음에 대한 보상을 위해 BF필터에 Bias필터의 입력값을 반영한다. BF필터의 필터링은 KF와 동일하나 아래와 같이 예측과정에서

$u_k$ 와  $\bar{Q}_k^{\alpha}$ 를 반영한다.

$$\bar{X}_{k+1/k} = A_k \bar{X}_k + u_k \quad (6)$$

$$\bar{P}_{k+1/k} = A_k \bar{P}_k A_k^T + \bar{Q}_k^{\alpha} \quad (7)$$

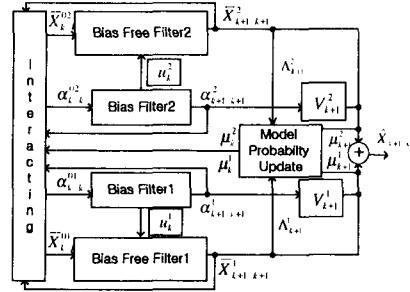


그림 1. IMM-OTSKE의 구조

$$\bar{X}_{k+1/k+1} = \bar{X}_{k+1/k} + \bar{K}_{k+1} \tilde{z}_{k+1} \quad (8)$$

$$\bar{P}_{k+1/k+1} = [I - \bar{K}_{k+1} H_k] \bar{P}_{k+1/k} \quad (9)$$

여기서  $u_k$ 과  $\bar{Q}_k^{\alpha}$ 은 다음과 같다.

$$u_k = (\bar{U}_{k+1} - U_{k+1}) \alpha_{k+1/k} \quad (10)$$

$$\bar{Q}_k^{\alpha} = \bar{Q}_k - \bar{Q}_k^{\alpha} \bar{U}_{k+1} - U_{k+1} (\bar{Q}_k^{\alpha} - \bar{U}_{k+1} Q_k^{\alpha}) \quad (11)$$

Bias필터의 필터링도 예측 및 생신과정이 KF와

동일하나 BF필터의  $\tilde{z}_{k+1}$ ,  $\bar{S}_{k+1}$ 이 반영된다.

$$T_{k+1} = L_k U_k + M_k \quad (12)$$

$$\tilde{z}_{k+1}^{\alpha} = \tilde{z}_{k+1} - T_{k+1} \alpha_{k+1/k} \quad (13)$$

$$S_{k+1}^{\alpha} = \bar{S}_{k+1} + T_{k+1} \Sigma_{k+1/k} T_{k+1}^T \quad (14)$$

$$K_{k+1}^{\alpha} = \Sigma_{k+1/k} T_{k+1}^T (S_{k+1}^{\alpha})^{-1} \quad (15)$$

마지막으로 BF필터와 Bias필터를 결합한다.

$$\hat{X}_{k+1/k+1} = \bar{X}_{k+1/k+1} + V_{k+1} \alpha_{k+1/k+1} \quad (16)$$

$$\hat{P}_{k+1/k+1} = \bar{P}_{k+1/k+1} + V_{k+1} P_{k+1/k+1} V_{k+1}^T \quad (17)$$

여기서 결합행렬은 다음과 같다.

$$\bar{U}_{k+1} = (A_k V_k + B_k) C_k^{-1} \quad (18)$$

$$U_{k+1} = \bar{U}_{k+1} + (Q_k^{\alpha} - \bar{U}_{k+1} Q_k^{\alpha}) (\Sigma_{k+1/k}) C_k^{-1} \quad (19)$$

$$V_{k+1} = U_{k+1} - \bar{K}_{k+1} T_{k+1} \quad (20)$$

### 3. OTSKE의 IMM 적용 (IMM-OTSKE)

OTSKE를 IMM에 적용하기 위해 [3]을 기본으로 [그림 1]과 같은 구조를 취한다. 2개의 모델에 대해 상태벡터 및 공분산을 아래와 같다.

$$X'_{k/k} = \bar{X}'_{k/k} + V'_k \alpha'_{k/k} \quad (21)$$

$$P'_{k/k} = \bar{P}'_{k/k} + V'_k \Sigma'_{k/k} V'^T_k, \quad t=1, 2 \quad (22)$$

#### 단계 1. 융합과정

Bias필터의 상태벡터 및 공분산과 BF필터에서 상태벡터는 IMM과 동일하나 BF필터의 공분산의 융합에 다른 Bias필터의 상태벡터가 반영된다.

$$\bar{X}_{k+k}^{0t} = \sum_{i=1}^2 \bar{X}_{k+k}^i \mu_{k+k}^{i,t} \quad (23)$$

$$\bar{P}_{k+k}^{0t} = \sum_{i=1}^2 \mu_{k+k}^{i,t} (\bar{P}_{k+k}^i + [\bar{X}_{k+k}^i + V_k^i \alpha_{k+k}^i - B_{k+k}^{0t}]' \times [\bar{X}_{k+k}^i + V_k^i \alpha_{k+k}^i - B_{k+k}^{0t}]') \quad (24)$$

여기서  $B_{k+k}^{0t} = \sum_{i=1}^2 \mu_{k+k}^{i,t} (\bar{X}_{k+k}^i + V_k^i \alpha_{k+k}^i)'$  이다.

단계 2. 필터링은 (6)~(20)과 동일하다.

단계 3. 모델 가능도 계산에서는 Bias필터의 예측오차 및 공분산을 반영한다.

$$\Lambda_{k+1}^1 = G[\bar{z}_{k+1}^{a,t}, 0, S_{k+1}^{a,t}] \quad (25)$$

단계 4. 모델 확률 계산은 IMM과 동일하다.

단계 5. 모델 확률 결과값 융합은 다음과 같다.

$$\hat{X}_{k+k+k+1} = \sum_{i=1}^2 \mu_{k+k+1}^i (\bar{X}_{k+k+k+1}^i + V_{k+k+1}^i \alpha_{k+k+k+1}^i) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+k+k+1} &= \sum_{i=1}^2 \mu_{k+k+1}^i (\bar{P}_{k+k+k+1}^i + V_{k+k+1}^i \Sigma_{k+k+k+1}^i V_{k+k+1}^i' \\ &\quad + [\bar{X}_{k+k+k+1}^i + V_{k+k+1}^i \alpha_{k+k+k+1}^i - \hat{X}_{k+k+k+1}^i] \\ &\quad \times [\bar{X}_{k+k+k+1}^i + V_{k+k+1}^i \alpha_{k+k+k+1}^i - \hat{X}_{k+k+k+1}^i]') \end{aligned} \quad (27)$$

#### 4. IAC 알고리즘에의 적용 (IAC-OTSKE)

IAC 알고리즘은  $\bar{X}_{k+k}^1 = \bar{X}_{k+k}^2 = \bar{X}_{k+k}$ ,  $\bar{P}_{k+k}^1 = \bar{P}_{k+k}^2 = \bar{P}_{k+k}$ ,  $\alpha_{k+k}^1 = 0$ ,  $\alpha_{k+k}^{01} = 0$ ,  $\Sigma_{k+k}^1 = 0$ ,  $\Sigma_{k+k}^{01} = 0$ 로 하여 BF 필터 1개, Bias필터 1개로 간략화 한 것으로 [2]에서 제시되었으며 필터의 개수가 IMM에 비해 절반으로 줄어 연산량을 감소시킨다. 본 논문과 [2]의 차이는 TSKE 대신 OTSKE를 사용하였다는 것과 BF 필터의 동작잡음의 반영에서 모델확률을 반영하였다는 점이다. [2]에서는 BF 필터에 일관적으로 큰 동작잡음을 부여하였으나 동작잡음은 모델별로 다르게 부여되므로 동작잡음에 모델의 확률값을 반영하였다. 상태방정식은 아래와 같으며 연산과정은 위의 (9)~(11)와 동일하다.

$$X_{k+k}^1 = \bar{X}_{k+k}, X_{k+k}^2 = \bar{X}_{k+k} + V_k \alpha_{k+k}^2 \quad (28)$$

$$P_{k+k}^1 = \bar{P}_{k+k}, P_{k+k}^2 = \bar{P}_{k+k} + V_k \Sigma_{k+k}^2 V_k' \quad (29)$$

단계 1. 융합과정

Bias필터

$$\alpha_{k+k}^{02} = \mu_{k+k}^{02} \alpha_{k+k}^2 \quad (30)$$

$$\Sigma_{k+k}^{02} = \mu_{k+k}^{02} [\Sigma_{k+k}^2 + \mu_{k+k}^{12} (\alpha_{k+k}^2) (\alpha_{k+k}^2)'] \quad (31)$$

BF필터

상태ベ터는  $\bar{X}_{k+k}^0 = \bar{X}_{k+k}$ 이며 공분산은  $V_0^1 = 0$ ,

$$V_0^2 = V_k, \sum_{i=1}^2 \mu_{k+k}^{i,t} = 1$$

$$\bar{P}_{k+k}^0 = \bar{P}_{k+k} + \left[ \sum_{i=1}^2 \mu_i^t \mu_{k+k}^{i,t} \mu_{k+k}^{i,t} \right] (V_k \alpha_{k+k}^2) (V_k \alpha_{k+k}^2)' \quad (32)$$

단계 2. 필터링은 예측과정이 다음과 같고 다른부분은 OTSKE와 동일하다.

$$\bar{X}_{k+k+k} = A_k \bar{X}_{k+k} + \mu_k^2 u_k^2 \quad (33)$$

$$\bar{P}_{k+k+k} = A_k \bar{P}_{k+k} A_k' + [\mu_k^1 \bar{Q}_k^1 + \mu_k^2 \bar{Q}_k^{X,2}] \quad (34)$$

단계 3. 모델 가능도 계산

1번모델은 BF필터의 모델 가능도를 계산한다.

$$\Lambda_{k+1}^1 = G[\bar{z}_{k+1}, 0, S_{k+1}] \quad (35)$$

단계 4. 모델 확률 계산은 IMM-OTSKE와 동일하다.

단계 5. 결과값 융합

$$\hat{X}_{k+1} = \bar{X}_{k+k+k+1} + V_{k+1} \mu_{k+k+k+1}^2 \alpha_{k+k+k+1}^2 \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1} &= \bar{P}_{k+k+k+1} + V_{k+1} [\mu_{k+k+k+1}^2 \Sigma_{k+k+k+1}^2 \\ &\quad + \mu_{k+k+k+1}^1 \alpha_{k+k+k+1}^2 (\alpha_{k+k+k+1}^2)' W_{k+1}'] \end{aligned} \quad (37)$$

### III. 모의실험

#### 1. 시나리오

표적은 어뢰로 최초 속도 50Knot, 위치는 X, Y 축상 [20Km 10Km]이며 0초부터 30초간 등속도로 -X축 방향으로 진행하다 30초부터 36초간 반시계방향으로  $10.29m/s^2$ 의 가속도로 회전하고 37초에서 60초간 등속도 진행후 60초에서 66초간 시계 방향으로  $5.145m/s^2$ 의 가속도로 회전하고 80초까지 등속도 진행한다.

능동소나는 원점상에 위치하고 있으며 관측값은 방위각( $\theta_b$ ), 고각( $\theta_r$ ), 거리( $r$ )정보이나 편의상 방위각 및 고각만 고려한다. 관측 오차는 방위각  $\sigma_{\theta_b} = 0.1^\circ$ , 거리상  $\sigma_r = 20m$ 이다.

#### 2. 관측값 변환

방위, 거리정보를 X, Y 정보로 변환하였다 [4].

$$z_t = \begin{bmatrix} r \cos \theta_b \\ r \sin \theta_b \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}$$

$$R_{11} = r^2 \sigma_{\theta_b}^2 \sin^2 \theta_b + \sigma_r^2 \cos^2 \theta_b$$

$$R_{12} = R_{21} = (\sigma_r^2 - r^2 \sigma_{\theta_b}^2) \sin \theta_b \cos \theta_b$$

$$R_{22} = r^2 \sigma_{\theta_b}^2 \cos^2 \theta_b + \sigma_r^2 \sin^2 \theta_b$$

#### 3. 설계 파라미터

IMM은 등속도(CV), 동가속도(CA) 2개 모델로 구성한다. IMM-OTSKE는 CV, CA 모델을 BF 필터와 Bias 필터로 분할한다. IAC-OTSKE는 CV모델인 BF 필터 1개와 CA 모델에서의 Bias 필터 1개로 구성한다.

동작잡음과 전이 확률은 동일하게 부여하였다.

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}, \text{모델1: } \sigma_1 = 1m/s^2, \text{모델2: } \sigma_2 = 7m/s^2$$

#### 4. 초기화

최초 두 샘플링 관측값은 가지고 위치 및 속도를 추정하여 초기값  $X_{0,0}$ 을 설정하였다. 이 값을 바탕으로 OTSKE의 초기값은 아래와 같다.

$$\bar{X}_{0,0} = X_{0,0}, \alpha_{0,0}^1 = \alpha_{0,0}^2 = 0, V_0^2 = 0, \bar{Q}_0^{X,2} = \bar{Q}_0^2,$$

$$u_k^2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0], \bar{P}_{0/0} = 10^3 \times I(4), \Sigma_{0/0} = O(2)$$

### 5. 실험결과

연산량을 측정하기 위해 MATLAB에서 덧셈과 곱셈의 회수를 계산해 주는 "flops" 명령을 사용하였으며 한 샘플링동안의 곱셈 및 덧셈의 횟수를 "flops"로 측정한 결과가 표 1이다.

표 1. 한 샘플링 동안의 연산량

구 분	IMM	IMM-OTSKE	IAC-OTSKE
연산량	4770	3642	1977
절감량	0%	24%	58%

여기서 IMMO-OTSKE의 감소 원인은 상태 벡터 차수의 감소로 인한 것이다.

그림 1, 그림 2는 IMM, IMMO-OTSKE, IAC-OTSKE의 거리 및 속도 오차의 RMSE으로 1000번 실시 된 평균값이다. 표 2는 각 필터들의 RMSE 값을 시간평균낸 것으로 IMMO-OTSKE가 가장 양호한 성능을 보이고 있다. IMMO-OTSKE는 비기동구간에서는 IMM보다 오차가 적고 기동구간에서는 오차가 증가했다. 한편 IAC-OTSKE는 전체적인 성능이 IMM 보다 조금 떨어졌으나 큰 차이는 아니다.

표 2. RMSE 비교

구 분	RMSE	비 고
IMM	36/22/25	
IMM-OTSKE	39/20/24	최대/최소/평균 (m)
IAC-OTSKE	33/23/26	

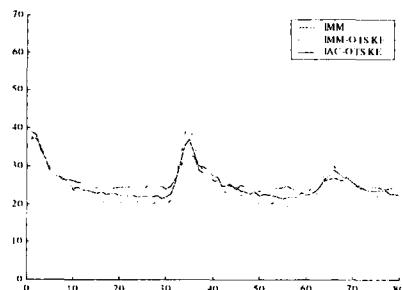


그림 1 RMSE 거리오차

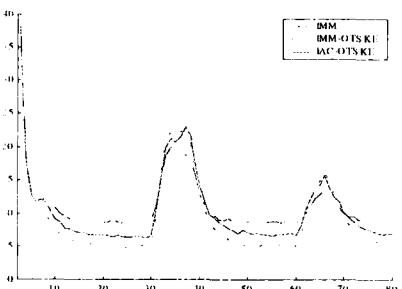


그림 2. RMSE 속도오차

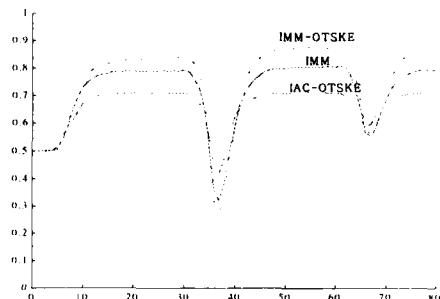


그림 3. 모델 확률의 변화

[2]와 [그림 3]을 비교하면 OTSKE를 적용하는 것이 좀더 IMM과 유사한 모델전이를 하고 있다.

### V. 결론

본 논문에서는 OTSKE를 IMM에 적용하여 기동 표적에 대한 추적성능 및 연산량의 24%~58%의 절약을 보였다. 결과적으로 IMM보다는 적은 연산량을 가지고 이와 유사한 추적성능을 가진다. 한편 TSKE에 비해 OTSKE가 좀더 IMM에 유사하고 최적인 성능을 발휘하였다.

차후로 잠음환경하에서의 기동표적에 대한 추적 성능 향상을 위한 연구가 필요하다.

### 참고문헌

- [1] Chien-Shu and Fu-Chuang Chen, "Optimal Solution of the Two Stage Kalman Estimator", IEEE Tran on Automat Contr, V.44, p.194 - p.199, Jan 1999.
- [2] G.A.Watson, W.D. Blair, "Interacing Acceleration Compensation Algorithm For Tracking Maneuvering Targets", IEEE Tran on A&E Syst V.31, p.1152 - p.1158, July 1995.
- [3] G.A.Watson , W.D. Blair, "Interacting Multiple Bias Model Algorithm With Application To Tracking Maneuvering Targets", IEEE Proc of 31th Conf D&C, p.3790 - p.3795, Dec 1992.
- [4] Yaakov Bar-Shalom, XR Lee , Multitarget - Multisensor Tracking : Principle and Technique, YBS, p.38 - p.41 , 1995.