

## 전기장을 받는 강유전체 내의 전도균열 성장거동

정경문\*, 박재연(전남대 대학원 기계공학과), 범현규(전남대 기계공학과)

### Conducting Crack Growth Behavior in Ferroelectrics Subjected to Electric Fields

K. M. Jeong, J. Y. Park(Mech. Eng. Dept., CNU), H. G. Beom(Mech. Eng. Dept., CNU)

#### ABSTRACT

The asymptotic problem of a semi-infinite conducting crack parallel to the poling direction in ferroelectric ceramics subjected to electric fields is analyzed. The main mechanism for the conducting crack growth behavior is thought to be ferroelectric domain switching leading to the development of a process zone around the crack. The shape and size of the switching zone is shown to depend strongly on the relative magnitude on the ratio of the coercive electric field to the yield electric field. It is shown that the crack growth can be either enhanced or retarded depending on the ratio of the coercive electric field to yield electric field.

**Key Words :** Ferroelectric ceramics(강유전체 세라믹), Conducting crack(전도균열), Asymptotic problem(점근문제), Domain switching(분역회전), Coercive electric field(항전기장), Yield electric field(항복전기장)

#### 1. 서론

강유전체 세라믹은 전기적으로는 절연체인 유전체의 일종으로서, 특수한 물리적 성질을 가진 물질이다. 강유전체의 특징적인 물성은 자발분극(spontaneous polarization)을 가지고 있어서, 자발분극이 전기장에 의해 역전(polarization reversal)되는 현상을 보인다. 이러한 특성을 이용하여 강유전체는 불휘발성 기억소자, 액츄에이터 및 센서 등에 광범위하게 적용되고 있다.

최근에 강유전체 세라믹의 신뢰성에 대하여 많은 연구자들에 의해 집중 연구되고 있다. 전기장이 강유전체 재료의 전도균열성장에 미치는 영향에 대한 연구는 현재까지 다른 결과들<sup>(1-4)</sup>을 제시하여 혼란을 가져오고 있다. 실험결과에 대한 이론적 검증의 해석결과로 선형유전체(linear dielectric) 이론을 적용하여 강유전체 세라믹내의 절연균열에 대한 파괴인성치가 전기장의 함수로서 대칭적인 변화를 보이는데, 이는 실험결과와 전혀 일치하지 않는다. 또한, 강유전체 세라믹의 파괴거동을 이론적으로 설명하기 위하여 분역회전을 이용하여 최근까지 결과<sup>(4,5)</sup>를 도출하고 있지만, 파괴인성치가 각각 다른 결과를 제시하는 실험결과를 모두 설명할 수 있는 단일화된 이

론적 해석결과가 없었다. 최근에 Beom과 Atluri<sup>(6)</sup>는 전기-기계적 하중을 받는 강유전체의 파괴거동에 대한 전기장의 영향을 해석하였다. 그들은 압전재료의 파괴거동에 대한 전기장의 영향에 대하여 다양한 실험적 관찰을 이론적으로 설명하기 위하여 단일화된 비선형 분역회전 모델을 제안하였다. 또한, 전기장의 작용방향과는 상관없이 강유전체 세라믹의 물성치인 항전기장과 항복전기장의 비가 균열선단 응력강도계수를 증가 또는 감소를 결정하는 중요한 인자임을 해석하였다.

본 연구의 목적은 전기적 하중을 받는 강유전체 세라믹내의 전도균열에 대하여 해석하고자 한다. 강유전체 세라믹내의 균열선단에서 발생하는 분역회전 영역을 이용하여 균열진전에 따른 응력강도계수를 결정하였다.

#### 2. 문제의 수식화

강유전체 세라믹에 전기장 또는 응력과 같은 외부하중이 균열선단에 작용하면  $90^\circ$  또는  $180^\circ$  분역회전을 일으킨다. 분역회전 기준은 Hwang 등<sup>(7)</sup>에 의해 제안되었으며 전기적 하중이 작용할 때의 분역회전 기준은 다음과 같다.

$$E_i \Delta P_i \geq 2 P_s E_c \quad (1)$$

여기서  $E_i$ 와  $E_c$ 는 전기장과 항전기장을 나타내고,  $\Delta P_i$ 는 자발분극 ( $P_s$ )의 변화이다. 전기적 하중이 강유전체 세라믹에 작용할 때 식 (1)을 만족하면 분역 회전이 발생한다. 90°분역회전으로 인한 분극과 자발변형률 ( $\Delta\gamma_{ij}$ )에 대한 변화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= \sqrt{2} P_s \begin{cases} \cos\left(\phi \pm \frac{3}{4}\pi\right) \\ \sin\left(\phi \pm \frac{3}{4}\pi\right) \end{cases} \\ \Delta\gamma_{ij} &= \gamma_s \begin{bmatrix} -\cos 2\phi & -\sin 2\phi \\ -\sin 2\phi & \cos 2\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\phi$ 는 초기 분극벡터가  $x_1$ 축에 이루고 있는 각도이고,  $\gamma_s$ 는 90°분역회전을 갖는 자발변형률이다. 180°분역회전에 대하여 회전변형률은 영(zero)이고, 분극에 대한 변화는 다음과 같다.

$$\Delta P_i = -2 P_s \begin{cases} \cos \phi \\ \sin \phi \end{cases} \quad (3)$$

전기적 하중을 받는 강유전체 내의 전도균열을 생각한다. 소규모(small scale) 조건하에서 균열선단 근처의 비선형영역은 다음과 같다.

$$R_0 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_E^\infty}{E_0} \right)^2 \quad (4)$$

여기서  $K_E^\infty$ 는 전기장이 작용하는 강도계수이고,  $E_0$ 는 항복전기장이다. 반경  $R_0$ 을 갖는 원형의 외부 ( $R > R_0$ ) 재료는 선형유전체이고, 내부 ( $R < R_0$ )는 완전히 포화상태인 재료로 생각할 수 있다. 전기장의 해는 전기적 비선형영역의 경계에 따라 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_R &= \frac{K_E^\infty}{\sqrt{2\pi}R} \cos \frac{1}{2}\theta \\ E_\theta &= -\frac{K_E^\infty}{\sqrt{2\pi}R} \sin \frac{1}{2}\theta \quad \text{for } R > R_0 \\ E_r &= 0 \\ E_\theta &= \begin{cases} \frac{2E_0R_0}{r} \cos \theta, & \frac{\pi}{2} < \theta < \pi \\ -\frac{2E_0R_0}{r} \cos \theta, & -\pi < \theta < -\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{for } R < R_0 \end{aligned} \quad (5)$$

균열선단의 응력강도계수는 모드 I에 대한 응력강도계수  $K_I^\infty$ 와 관련하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_I^{\text{tip}} = K_I^\infty + \Delta K_I^{\text{tip}} \quad (6)$$

여기서  $\Delta K_I^{\text{tip}}$ 는 분역회전 변형률에 의한 균열선단 응력강도의 변화로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta K_I^{\text{tip}} &= \eta |K_E^\infty| I(E_c/E_0; \operatorname{sgn}(K_E^\infty)) \\ I &= \frac{3}{2\pi} \int_0^\pi \sqrt{\frac{r}{R_c}} \sin \theta \sin \frac{5}{2}\theta d\theta \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $R_c$ 와  $\eta$ 는 다음과 같다.

$$R_c = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_E^\infty}{E_c} \right)^2, \quad \eta = \frac{Y\gamma_s}{(1-\nu^2)E_c} \quad (8)$$

여기서  $Y$ 와  $\nu$ 는 Young계수와 Poisson 비이다.

### 3. 결과 및 토론

전기적 하중만을 받는 강유전체 세라믹내의 분극과 같은 방향을 갖는 정지균열(stationary crack)을 생각한다. 균열면은 분극방향에 평행인  $\phi=0^\circ$ 의 경우에 대하여 계산한다. 분극벡터와 같은 방향을 갖는 양의 전기장이 작용할 때 전기장 강도계수  $K_E^\infty$ 는 양 (+)의 값을 갖고, 분극벡터와 반대방향인 음의 전기장에서는 음(-)의 값을 갖는다. 문제의 대칭성으로 인하여 균열선단 근처의 분역회전영역을 갖는 균열에 대한 모드 II의 응력강도계수는 없다.

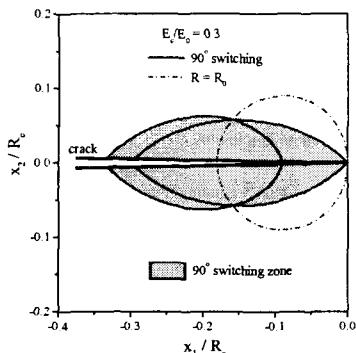
식 (2), (3)과 (5)를 식(1)에 대입하면 분극벡터와 같은 방향을 갖는 양의 전기장 ( $K_E^\infty > 0$ )에 대한 90°분역회전에 대한 영역을 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{r}{R_c} &= -\sqrt{2} \frac{E_c}{E_0} \cos \theta \sin \left( |\theta| - \frac{3}{4}\pi \right), \\ \frac{3}{4}\pi < |\theta| < \frac{\pi}{2} & \text{for } R < R_0 \\ \frac{R}{R_c} &= \frac{1}{2} \cos^2 \left( \frac{1}{2}|\theta| - \frac{3}{4}\pi \right), \quad \frac{\pi}{2} < |\theta| < \pi \text{ for } R > R_0 \end{aligned} \quad (9)$$

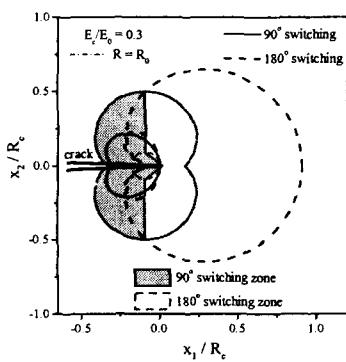
식 (9)와 비슷하게 음의 전기장 ( $K_E^\infty < 0$ )에 대한 회전영역은 다음과 같이 결정된다.

For 90° switching

$$\begin{aligned} \frac{r}{R_c} &= \sqrt{2} \frac{E_c}{E_0} \cos \theta \sin \left( |\theta| + \frac{3}{4}\pi \right), \quad \frac{\pi}{2} < |\theta| < \pi \text{ for } R < R_0 \\ \frac{R}{R_c} &= \frac{1}{4} (1 + \sin |\theta|), \quad |\theta| < \pi \text{ for } R > R_0 \end{aligned}$$



(a) Positive electric field



(b) Negative electric field

Fig. 1 Domain switching zones induced by an electric field

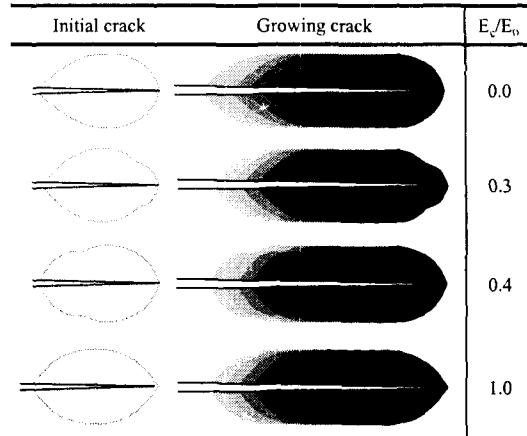
For 180° switching

$$\frac{r}{R_c} = -\frac{E_c}{E_0} \sin 2|\theta|, \quad \frac{\pi}{2} < |\theta| < \pi \text{ for } R < R_0$$

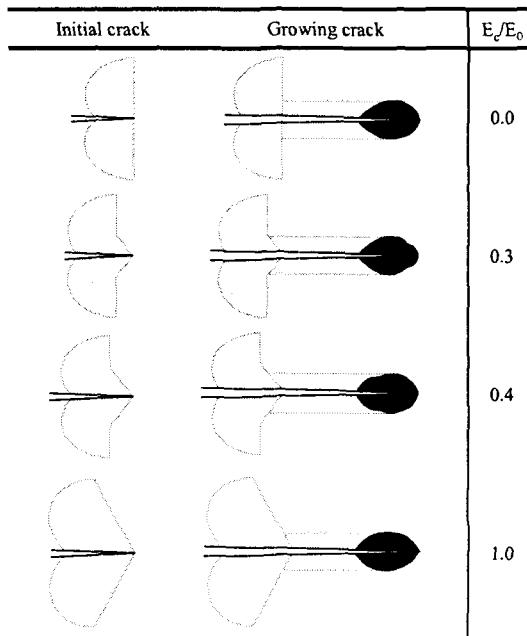
$$\frac{R}{R_c} = \frac{1}{2}(1 + \cos |\theta|), \quad |\theta| < \pi \text{ for } R > R_0 \quad (10)$$

180° 분역회전은 분극방향(poling direction)과 같은 방향의 전기장인 양의 전기장에서는 발생하지 않는다. 식 (9)와 (10)을 이용하여  $E_c/E_0=0.3$ 인 특정한 값에 대한 분역회전 영역을 전기장의 방향에 따라서 Fig. 1에 나타내었다.

균열이 성장하면서 분역회전 영역이 바뀌게 된다. 양(positive)의 전기장에서는 균열이 성장하면서 분극방향과 전기장의 방향은 같은 방향이므로 90° 회전만이 계속해서 생성되고 180°회전영역은 발생하지 않는다. 그러나 음(negative)의 전기장에서는 Fig. 1(b)와 같이 균열선단 앞부분에서 180°회전영역이 발생하므로 이 영역에서는 전기장의 방향과 분극방향이 같게 되므로 양의 전기장이 작용할 때의 분역회전 영역이 발생하게 된다. 따라서, 분극방향과 반대의 전기장이 작용하는 음의 전기장에서는 균열이 성



(a) Positive electric field



(b) Negative electric field

Fig. 2 Domain switching zones for electric-field-induced growing crack

장하면 양의 전기장이 작용할 때의 분역회전 영역이 생성된다. 균열이 성장하면서 전기장이 작용하는 방향에 대하여 다른 형상의 분역회전 영역을 갖는  $E_c/E_0$ 의 특정한 값에 따라 Fig. 2에 나타내었다.

전기장과 분극의 방향에 따라 Fig. 2에서 결정된 분역회전영역과 식 (7)을 이용하여 균열선단 응력강도계수를 계산하였다. 성장하는 균열(growing crack)에 대하여 전기장의 방향에 따라 Fig. 3에 균열선단 응력강도의 변화를 나타내었다. 균열이 성장하면서 양의 전기장에서는 약간의 균열선단 응력 강도계수의

증가를 보이고 음의 전기장에서는 증가한 후에 안정적 상태에 도달하게 된다.  $E_c/E_0 < 0.4$ 인 경우에는 초기 균열의 응력강도계수의 값이 음의 값을 가지므로 균열이 성장하지 않는다. 강유전체 세라믹의 재료 물성치가  $E_c/E_0 < 0.4$ 인 재료는 초기에 파괴가 발생하지 않기 때문에 큰 의미를 갖지 못한다. 그러나,  $E_c/E_0 > 0.6$ 인 재료는 균열이 진전하면 계속해서 성장하게 된다.

#### 4. 결론

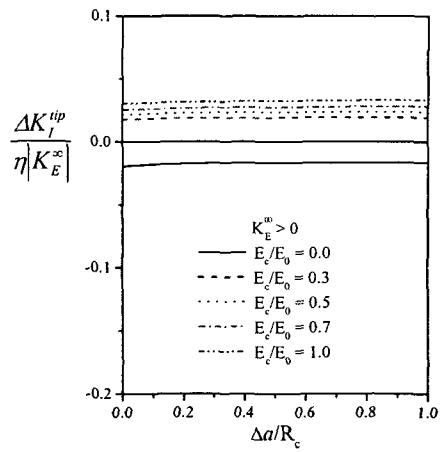
전기적 하중을 받는 강유전체 세라믹내의 분극방향에 평행인 반무한 전도균열의 성장에 대하여 해석하였다. 균열선단 근처의 분역회전 영역의 경계는 전기적 비선형 이론을 이용하여 분역회전으로 인한 균열선단 응력강도계수를 결정하였다. 분역회전 영역은 항전기장과 항복전기장의 비에 크게 의존한다. 분극방향과 전기장의 방향에 따라 성장하는 전도균열에서의 균열선단 응력강도계수를 해석하였다. 양의 전기장이 작용할 때는 균열이 성장하면서 안정적 상태에 바로 도달하게 되고, 음의 전기장에서는 균열선단 응력강도계수가 증가한 후에 안정적 상태에 도달하게 된다. 강유전체 세라믹 내에서 전도균열이 성장하게 되면 변환된 분역회전영역에 의하여 강유전체 세라믹의 인성이 감소하게 되는 것을 비선형 강유전체 분역회전 모델을 이용하여 해석하였다.

#### 후기

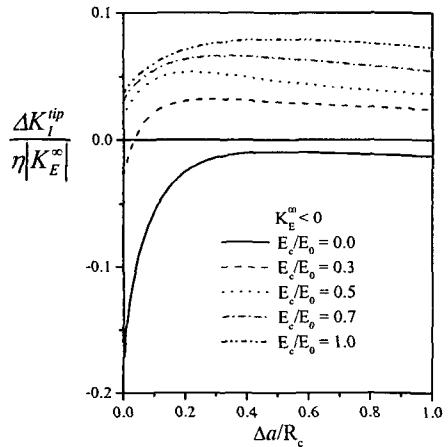
본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R05-2002-000-00851-0)지원으로 수행되었음.

#### 참고문헌

- Heyer, V., Schneider, G. A., Balke, H., Drescher, J. and Bahr, H.-A., "A Fracture Criterion for Conducting Cracks in Homogeneously Poled Piezoelectric PZT-PIC 151 Ceramics," *Acta mater.*, Vol. 46, pp. 6615-6622, 1998.
- Ru, C. Q. and Mao, X., "Conducting Cracks in a Piezoelectric Ceramic of Limited Electrical Polarization," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 47, pp. 2215-2146, 1999.
- Fu, R., Qian, C.-F. and Zhang, T.-Y., "Electrical Fracture Toughness for Conductive Cracks Driven by Electric Fields in Piezoelectric Materials," *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 76, pp. 126-128, 2000.
- Rajapakse, R. K. N. D. and Zeng, X., "Toughening of Conducting Cracks due to Domain Switching," *Acta mater.*, Vol. 49, pp. 877-885, 2001.
- Yang, W. and Zhu, T., "Switch-Toughening of Ferroelectric Under Electric Field," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 46, pp. 291-311, pp. 1998.
- Beom H. G. and Atluri, S. N., "Effect of Electric Fields on Fracture Behavior of Ferroelectric Ceramics," Submitted to *J. Mech. Phys. Solids*.
- Hwang, S. C., Lynch, C. S. and McMeeking, R. M., "Ferroelectric/Ferroelastic Interactions and a Polarization Switching Model," *Acta Metall. Mater.*, Vol. 43, pp. 2073-2084, 1995.



(a) Positive electric field



(b) Negative electric field

Fig. 3 Change of the crack tip stress intensity factor for a growing crack