

System Identification 기법을 이용한 이송중인 웹의 사행 거동에 대한 모델링

권순오*, 김상훈(건국대 대학원 기계설계학과), 신기현(건국대 기계항공공학부)

Modeling of Lateral Dynamics of a Moving Web by Using the System Identification Technique

S. O. Kwon, S. H. Kim(Mechanical Design Eng. Dept., KKU),
K. H. Shin(School of Mechanical and Aerospace Eng., KKU)

ABSTRACT

Experimental study showed that the existing mathematical model^[1] doesn't fully describe the lateral motion of a moving web for different operating conditions. So, a physically interpretable model of lateral motion of a moving web in a typical web guidance system, operated at Konkuk Univ., was developed using the system identification technique. A well-known Least Square Method based on ARX model was used for the system identification. Lateral displacement of the web was measured at the exit of each span by infrared sensors. The model obtained from identifying a linear time-invariant system for a typical operating condition yields an improved prediction capability of the lateral dynamics of the moving web compared to other mathematical models proposed in literature^[1].

Key Words : Web(웹), Lateral dynamics(사행 거동), Mathematical model(수학적 모델), ARX model(ARX 모델), Offset pivot guider(오프셋 피봇 가이더),

1. 서론

연속공정시스템에서 이송하는 웹은 이송방향(machine direction) 뿐 아니라, 류러의 정렬불량, 류형상, 소재의 형상 등에 따라 폭방향으로의 사행거동(lateral motion)을 하게 된다. 최종 생산품의 품질을 크게 떨어뜨리게 되는 중요한 요소가 되는 웹의 사행거동을 제어하기 위해 가이더를 사용하게 된다. 즉, 웹의 사행을 해석하기 위한 수학적 모델과 그 해석은 Shelton^{[1],[2]}, Campbell, Shiever 등에 의해 이루어 졌으며, 이러한 해석을 바탕으로 가이더 시스템의 개발에 관한 연구가 이루어지고 있다. 사행에 관한 수학적 모델을 바탕으로 한 해석은 시스템의 운전상황에 따라 실제의 현상과는 다소의 차이를 보이게 되며, 이를 보완하기 위한 연구가 지속적으로 이루어지고 있는 현실이다.

본 연구에서는 가이더를 포함하는 시스템에 대한 기존의 수학적 모델을 정리하고, 수학적 모델과 계측결과가 많은 오차가 나타나는 부분을 실험적으로 확인하였으며, 이에 대해 알려진 ARX 모델(AutoRegressive with eXternal input)을 바탕으로 한 최소자승법(the least squares method)을 통해 보다 정확한 실험적 모델을 얻었다.

이렇게 얻어진 실험적 모델은 기존의 가이더의 제어기법이 출력신호의 되먹임 구조만으로 이루어져 외란에 대한 견실성이 떨어지는 제한점을 극복

고 보다 안정된 시스템 개발을 위한 기초모델로 활용될 수 있을 것이다.

2. 웹 가이딩 시스템

다중 스팬으로 구성되는 웹 이송 시스템에서는 웹의 사행변위를 조절하기 위해 다양한 형태의 스티어링 가이더(steering guider)가 사용된다. 이 중, 본 연구에서는 Fig. 1 과 같이 두 개의 평행한 류러를 동일한 중심점(pivot point)을 기준으로 회전시킴으로써 사행제어의 응답속도를 증가시킨 오프셋 피봇 가이더(offset pivot guide)를 사용하였다.

웹의 사행 운동에 대한 수학적 모델의 검증과 실험적 규명을 위해 Fig. 1 의 오프셋 피봇 가이더를 3 종 스팬 웹 이송시스템에 설치하여 소재의 사행변위를 인위적으로 발생시키는 동시에 이에 대한 사행 제어시스템을 실험적으로 구현할 수 있도록 구성하였다.

이와 같은 웹 가이딩 시스템의 전체 개략도는 Fig. 2 와 같다. 다음 장에서는 오프셋 피봇 가이더를 포함하는 시스템에 대한 웹의 사행 운동을 기술하기 위한 1 차 및 2 차의 수학적 모델을 기준의 연구 결과들을 바탕으로 정리하였고, 시뮬레이션과 실험을 통해 모델의 정확성을 확인하였다.

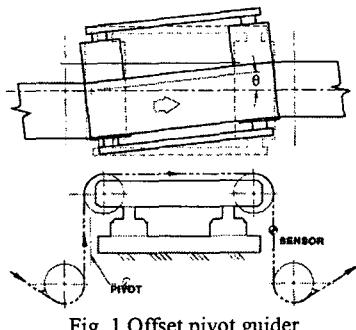


Fig. 1 Offset pivot guider

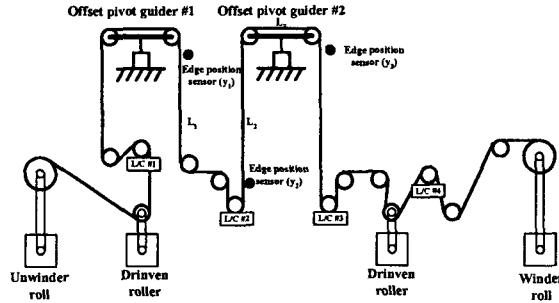


Fig. 2 3-span web transport system with 2 sets of offset pivot guiders

3. 수학적 모델

Shelton, Campbell, Siever 등에 의해 제안되어온 웹의 사행 거동에 관한 모델을 바탕으로, 오프셋 피봇 가이더 시스템을 지나는 웹의 사행 거동에 대한 수학적 모델을 정리하였다. 이는 크게 1 차 모델과 2 차 모델로 구분될 수 있는데, 1 차 모델은 웹의 폭 방향 탄성거동에 의한 곡률(curvature)을 무시한 모델이다.

3.1 1 차 모델

Fig. 3 과 같이 고정된 인접한 두 롤러 사이를 지나는 소재의 사행 거동에 대한 좌표계와 변수를 정의하면, 입측 롤러에서의 변위(y_0)에 대한 출측 롤러에서의 사행변위(y_L)의 수학적 모델은 식(1) 및 (2)와 같다^[1].

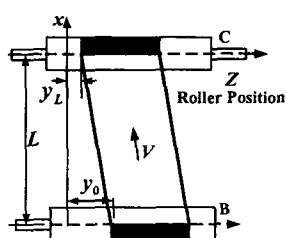


Fig. 3 1st order model of a lateral motion of a moving web

$$\frac{dy_L}{dt} = -V \left(\frac{y_L - y_0}{L} \right) \quad (1)$$

$$\frac{Y_L(s)}{Y_0(s)} = \frac{1}{T_1 s + 1} \quad \text{단, } T_1 = L/V \quad (2)$$

3.2 2 차 모델

소재의 폭방향 거동에 있어 탄성변형을 고려한 2 차 모델은 Fig. 4 와 같이 인접한 두 롤러를 지나는 소재에 대해 롤러의 비틀림각(θ_i)이 모두 0 이라면, 식(3) 및 (4)와 같이 표현된다^[2].

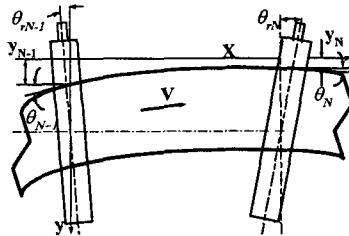


Fig. 4 Coordination of a web between two rollers

$$\frac{d^2 y_N}{dt^2} = V^2 \frac{\partial^2 y_N}{\partial x^2} \Big|_L = -\frac{V}{L} f_2(KL) \frac{dy_N}{dt} - \frac{V^2}{L^2} f_1(KL) y_N \quad (3)$$

$$-\frac{V}{L} f_3(KL) \frac{dy_{N-1}}{dt} + \frac{V^2}{L^2} f_1(KL) y_{N-1}$$

$$\frac{Y_N(s)}{Y_{N-1}(s)} = \frac{-\frac{f_3(KL)}{\tau} s + \frac{f_1(KL)}{\tau^2}}{s^2 + \frac{f_2(KL)}{\tau} s + \frac{f_1(KL)}{\tau^2}}, \text{ where } \tau = \frac{L}{V} \quad (4)$$

$$f_1(KL) = \frac{(KL)^2 \{ \cosh(KL) - 1 \}}{KL \sinh(KL) - 2 \cosh(KL) + 2}$$

$$f_2(KL) = \frac{KL \{ KL \cosh(KL) - \sinh(KL) \}}{KL \sinh(KL) - 2 \cosh(KL) + 2}$$

$$f_3(KL) = \frac{KL \{ \sinh(KL) - KL \}}{KL \sinh(KL) - 2 \cosh(KL) + 2}$$

위 식(3)과 식(4)에서 첨자 N 과 N-1 은 각각 롤러의 위치, L은 각 스펜의 길이, V는 이송속도, 그리고 K는 장력과 웹의 탄성계수 및 단면에 대한 관성모멘트로 정의되는 상수 $\sqrt{T/EI}$ 이다.

3.3 모델의 정확성 (시뮬레이션 및 실험)

3.1 과 3.2 절의 웹의 사행 거동에 관한 수학적 모델들을, Fig. 2 의 시스템에 적용하여, 사행 거동에 관한 시뮬레이션을 수행하고, 동일한 조건에 대한 실험결과를 비교하였다.

식(1)과 (2)로부터 웹의 사행 거동은 운전속도와 스펜의 길이에 의해 크게 영향을 받으며, 운전장력의 영향은 매우 미흡함을 알 수 있다.

다음의 Fig. 5는 Fig. 2의 모의시험장치에서 첫 번째 가이더를 통해 발생시킨 사행변위에 대한 그 다음 스팬(downstream)에서의 사행응답을 변위센서로 측정하고, 동일한 조건에 대해 식(4)의 수학적 모델을 이용하여 시뮬레이션을 수행한 결과를 나타낸다. 운전장력은 사행 거동에 미치는 영향이 미흡하고, 스팬의 길이는 고정되었으므로, 운전속도에 따른 사행거동의 실험결과를 정리하였다. 매끄러운 점선은 동일한 조건에 대한 시뮬레이션에 의해 얻어진 응답을 나타낸다. 실험에는 폴리프로필린(polypropylene) 웹 소재를 사용하였고, 운전조건은 Table. 1과 같다.

Table 1 Simulation conditions

width	0.33	m
thickness	14	μm
elastic modulus	398	kg/mm ²
tension	3	kg _f
Span length [L ₁ , L ₂ , L ₃]	[1.0 0.95 0.381]	m
Velocity	(a) 2, (b)3, (c)4, (d)5	m/s

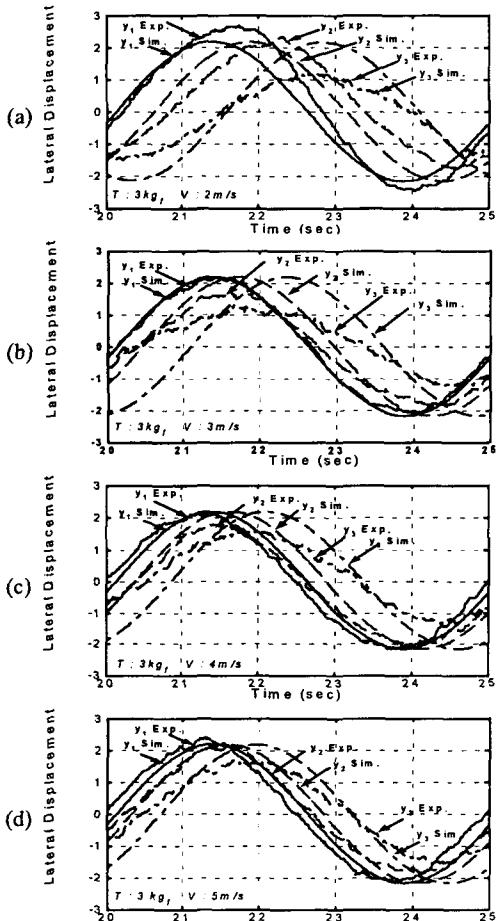


Fig. 5 Lateral displacement (Sim. & Exp.)

Fig.5 의 (a),(b),(c),(d)는 운전장력은 3kg_f로 동일하고, 운전속도는 2, 3, 4, 5m/s에 대한 실험 및 시뮬레이션 결과이다. 운전속도가 증가할수록 시스템의 시정수(time constant)가 감소함에 따라 사행 응답의 시간지연이 감소함을 확인할 수 있다. y₁과 y₂에 대한 실험 및 시뮬레이션 결과는 대체로 일치함을 확인 할 수 있으나, y₃에 대한 시뮬레이션과 실험 결과간의 오차는 저속(2, 3m/s)으로 갈수록 더욱 크게 발생함을 알 수 있다. 이 속도 4 및 5m/s에서도 y₃에 대한 오차는 y₁과 y₂에 대한 시뮬레이션 및 실험 결과의 오차에 비해 상대적으로 크게 발생함을 확인할 수 있다. 기존의 수학적 모델들이 스팬의 길이와 소재의 폭의 비율이 충분히 크다는 가정을 통해 유도된 점과 비교하여, y₃가 측정된 스팬은 그 비율이 1에 가까워 이러한 가정을 만족하지 못 했기 때문이라고 판단된다. 따라서, 이러한 한계점을 극복하기 위해 보다 정확한 사행거동에 관한 모델이 필요하며, 관측된 데이터로부터 보다 정확한 사행 모델(system identification)을 얻고자 한다.

3. 실험적 모델 규명

사행거동에 관한 선형 모델링을 위해 ARX 모델에 기초한 최소자승법 알고리즘을 적용하였다. 사행외란을 발생시킬 가이더에 M 계열 신호(Maximum length sequence)를 입력하고, 각 스팬에서 측정한 사행 변위의 데이터를 이용하여 모델을 유도한다. 데이터 처리를 위해 Matlab 프로그램을 사용하였다.

다음의 Fig. 6은 입력한 M 계열 신호와 측정된 사행변위에 대한 데이터의 예를 나타낸다.



Fig. 6 Input random signal(y_r) and response signal(y₁)

ARX 모델로 표현되는 이산시간계 모델은 다음과 같다.

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t) \quad (5)$$

$$\text{단, } A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + a_3q^{-3} \dots + a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + b_3q^{-3} \dots + b_mq^{-m}$$

e(t) : zero mean white noise

Fig. 6과 같은 입력신호를 가이더에 인가하고, 각 스팬의 끝단에서 사행 변위를 측정하였다. 데이터 취득 주기(sampling period)는 0.01 초이며, 실험시간은 스팬간 응답 지연을 고려하여 이보다 충분히 긴 60 초로 하였다. 이렇게 측정된 데이터를 식(5)의

ARX 모델에 근거하여 최소자승법을 적용하여 모델을 구하였으며, 앞서 오차가 많았던 y_3 에 대한 모델 규명의 결과는 식(6)과 같다.

$$\frac{y_3(k)}{y_2(k)} = \frac{0.04345q^{-1} - 0.0419q^{-2}}{1 - 1.872q^{-1} + 0.8738q^{-2}} \quad (6)$$

각 스팬에서의 사행거동 모델의 차수는 1 차 또는 2 차로써 충분히 표현이 되며^[4], 여기서는 1 차 모델로 선정하였다. 식(6)의 ARX 모델이 2 차인 것은 사행변위 y_2 로부터 y_3 간은 두 개의 스팬으로 구성된 시스템이므로, 1 차 시스템으로 모델링한 각 스팬을 연결한 결과이다. ARX 모델을 이용한 출력신호와 ARX 모델 검증을 위해 측정된 출력신호를 Fig. 7에 나타내었고, 그 오차는 Fig. 8과 같다. y_3 신호에 대해 2 차의 ARX 사행모델은 3mm 범위 내의 오차를 가짐을 확인 할 수 있다.

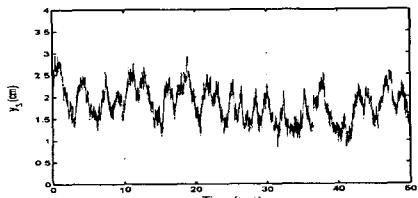


Fig. 7 Measured signal and estimated output of y_3

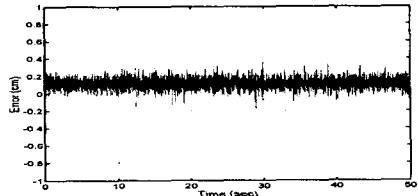


Fig. 8 Identified model error of y_3

Fig. 9는 식(2), (4), (6)의 모델들을 이용하여 Fig. 5에서 운전속도 3m/s의 조건에서 y_3 변위의 시뮬레이션과, 실험 결과를 나타낸 것이다. ARX 모델에 의한 출력이 기존의 사행모델에 의한 시뮬레이션 결과에 비해 실험 데이터와 근사한 결과를 나타냄을 확인할 수 있다. 이러한 ARX 모델은 Table 1의 운전조건에 대해 수행 되었으며, Fig. 9와 같이 기존의 수학적 모델에 비해 보다 근사한 모델을 얻을 수 있었다.

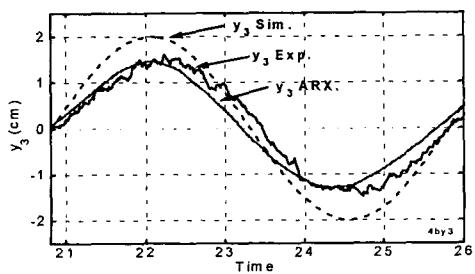


Fig. 9 Comparison with ARX and mathematical model

4. 결론

본 논문에서는 이송중인 웹 사행 거동에 관한 기존의 수학적 모델을 실제의 시스템에 대해 해석하고, 그 결과를 실험계측결과와 비교하여 모델의 정확성을 평가하였다. 그 결과, 기존의 수학적 모델은 대상이 된 시스템에 대해 사행거동을 예측하는데 있어, 스팬의 길이가 충분히 길지 않은 스팬에 대해 응답시간과 크기에서 다소의 차이가 있음을 확인 하였다.

이러한 오차를 극복하기 위하여 특정 운전조건에 대하여 입·출력 데이터로부터 ARX 모델을 이용하여 실험적 모델을 얻었으며, 기존의 동일한 운전조건에 대해 기존의 수학적 모델과 비교하여 시스템의 사행거동을 보다 정확하게 묘사함을 확인하였다.

후기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2001-000-00385-0)지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Shelton J.J., "Lateral Dynamics of a moving web", Ph.D Thesis, Oklahoma State University, Okla., 1968.
2. G. E. Young, J. J. Shelton, B. Fanng, "Interaction of Web Spans : Part II-Dynamcis", Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.111, pp.497-504, 1989.
3. G. E. Young, J. J. Shelton, C. Kardamilas, "Modeling and Control of Multiple Web Span Using State Estimation", Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.111, pp.505-510, 1989.
4. M. P. G. J., Bestman, C. H. L. Limpens, R. Babuska, "Modeling and Identification of a Strip Guidance Process with Internal Feedback", IEEE Trans. Control Systems Technology, Vol. 6, No. 1, pp.88-102, 1998.
5. L. Ljung, System Identification Theory for the User, Prentice Hall, 1999.
6. P. M. J. Van Den Hof, R. J. P. Schrama, "An Indirect Method for Transfer Function Estimation from Closed Loop Data", Automatica, Vol. 29, No.6, pp.1533-1527 1993
7. 김인수, 장유신, 황이철, 이만형, "스텐드간 간섭 현상을 고려한 연속 냉간 압연기의 모델규명에 관한 연구", Proc. 14th KACC, pp. 128-131, Oct. 1999