

## 기구학적 전이를 이용한 케이싱 오실레이터의 순기구학 해석

백재호\*, 배형섭, 이은준(부산대 대학원 기계공학과), 박명관(부산대 기계공학부)

### Direct Position Kinematics Solution For Casing Oscillator Using the Kinematic Inversion

Jae-Ho Baik\*, Hung-Sub Bae, Eun-Jun Rhee, Myeong-Kwan Park (Mechanical Eng. Dept. PNU)

#### ABSTRACT

This paper presents a novel pose description corresponding to the structure characteristics of parallel manipulators, which is convenient and intuitionistic to us. A class of 3-RSR parallel manipulator is considered here. Through analysis on geometry theory, we obtain a new method of the closed-form solution to the forward kinematics. The closed-form solution contains two different meanings-analytical and real-time. So we reach the goal of practical application and control.

A numerical example is also presented and are verified by an inverse kinematics analysis. It shows that the method has a practical value for real-time control.

**Key Words :** Parallel Manipulator (병렬형 매니퓰레이터), Direct Position Kinematics (순기구학), Kinematic Inversion (기구학적 전이)

#### 1. 서론

대구경 말뚝 타설 공사에 이용되는 건설기계인 케이싱 오실레이터는 강철제 케이싱을 유압 실린더로 오실레이팅(Oscillating) 시킴으로써 지반 깊이 삽입하는 작업을 하는 기계이다. 케이싱을 삽입하는 작업은 적정 심도까지 케이싱을 지평선에 수평으로 작업할 수 있느냐가 중요한 요소이나 현재 사용되는 케이싱 오실레이터는 균일하지 않는 지반의 상태와 기계자체의 동특성에 의해 케이싱을 수평으로 삽입하는데 어려움이 많다. 그래서 케이싱 오실레이터의 수평을 자동으로 할 수 있는 오토 밸런싱(Auto-balancing) 기능을 가진 케이싱 오실레이터에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다.[1]

케이싱 오실레이터의 오토 밸런싱에 관한 연구는 그 구조가 4 자유도의 병렬형 매니퓰레이터와 동일하며 기구학 해석이 선행되어야 한다. 일반적으로 병렬형 매니퓰레이터는 몇 개의 직렬형 매니퓰레이터의 기구학적 연쇄로 이루어져 있으므로 기구학 해를 구할 때 역기구학 해는 몇 개의 직렬형 매니퓰레이터와 유사한 형태로 나누어 진다. 그러므로 역기구학 문제는 비교적 쉽게 해를 구할 수

있다. 그러나 순기구학에서는 말단 부분의 운동이 모든 작동기의 운동의 영향을 받으므로 문제를 풀 때 따로 생각할 수 없다. 본 연구에 사용된 케이싱 오실레이터는 역기구학 해는 나와 있으나 순기구학 달리 해가 나와 있지 않음으로서 실시간 오토 밸런싱기능의 구현에 여려움이 많았다.

순기구학 문제는 제어의 관점에서 길이가 주어졌을 때 말단부의 상응하는 자세를 결정하는 것이다.

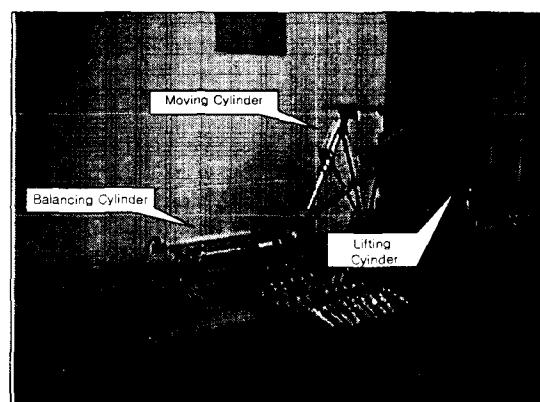


Fig. 1 Shape of New Casing Oscillator

일반적으로 순기구학을 푸는 방식은 두 가지가 있다. 하나는 수치해석적 방법이고 다른 하나는 닫힌해 해석을 통해 얻을 수 있는 대수적인 방법이다. “닫힌형태의 순기구학 해”는 정확성과 실시간 해석이라는 두 가지 장점을 가진다.

구체적으로 수치해석적 방법에 의한 순기구학 해석은 계산이 복잡하고 오차의 누적이 발생함으로써 실제 위치와 먼 결과를 도출하게 되고 이는 실제적인 응용과 제어에서 많은 손실을 준다.

따라서 본 연구에서는 케이싱 오실레이터 형태의 병렬형 매니퓰레이터를 기구학적 전이를 이용하여 새로운 위치 서술방법을 제시하고 등가의 변환 행렬을 구하고, 새롭게 제시된 형태의 매니퓰레이터의 순기구학 닫힌 해를 보여준다.

## 2. 순기구학 닫힌해 해석

### 2.1 병렬형 매니퓰레이터의 구조

본 연구에서 사용된 수정된 케이싱 오실레이터의 실제 모습은 Fig. 1 과 같다. 이는 새로운 구조의 병렬형 매니퓰레이터로 상판의 두 모서리에 연결된 두 개의 실린더의 끝 부분을 하판에 접촉하여 평행하게 움직이는 실린더의 한 끝에 원활한 동작이 가능한 유니버설 조인트로 연결하여 상판의 기울기를 빠르게 조절하고 작업영역을 확장 시킬 수 있는 기능을 가지도록 하였다. 작동기는 유압으로 구동 되고 상판, 하판과 연결하된 작동기 (Actuator)는 모두 볼 조인트로 구속되어 있다. 케이싱 오실레이터의 기구학적 모델은 Fig. 2 에서 보는 바와 같다. 전체적으로 5 개의 작동기로 구성되어 있으며, 하판은 바닥에 고정되어 있고 상판은 직선운동만을 수행하는 5 개의 작동기에 의해 움직인다.

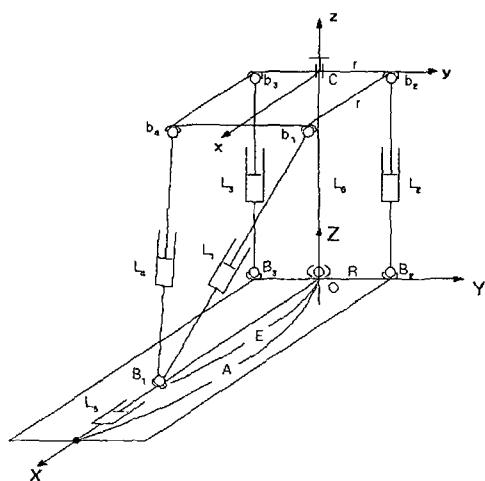


Fig. 2 Kinematic Model of the Casing Oscillator

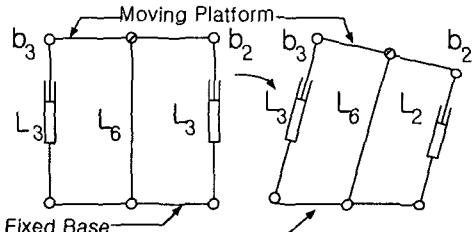


Fig. 3 Relation to  $L_6$ ,  $L_2$ , and  $L_3$

### 2.2 기구학적 전이를 이용한 새로운 좌표계

위의 Fig. 2에서 제시된 기구학적 모델은 역기구학 해석에는 무리 없이 사용될 수 있으나 순기구학 해석에 사용 되기에는 각 작동기의 복잡한 영향으로 닫힌 형태의 해로 표현하기 어렵다.

그러므로 기준 프레임을 바꾸는 기구학적 전이 (Kinematic Inversion)를 적용하여 [2] 베이스와 플랫폼을 바꾼 기구학적 모델은 Fig. 4 와 같다. 여기서  $L_2$ ,  $L_3$ 의 동작은  $L_6$ 의 움직임으로 단순화 시키고  $L_5$ 는 움직임에 따라 E의 변위가 변하므로 E를 하나의 작동기로 둘 수 있으며  $L_1$  단순화 시키고  $L_5$ 는 움직임에 따라 E의 변위가 변하므로 E를 하나의 작동기로 둘 수 있으며  $L_1$ 과  $L_4$ 는  $B_1$ 에 의해 구속되어 있으므로 단순화 시킨 기구학적 모델이 Fig. 4 이 된다. 또한 Fig. 3과 같이  $L_6$ 는 항상 상판과 직각을 유지하고  $L_2$ ,  $L_3$ 와 같은 거리( $r$ ) 만큼 떨어져 있으므로  $L_6$ 의 길이는  $L_2$ 와  $L_3$ 의 평균값이 되고  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_6$  각각의 방향은 같아진다. 이는 플랫폼의 회전 중 Roll 회전인  $\Psi$  값을 결정하게 되고 다음 식 (1)과 같이 나타난다.

또한  $L_2$ 와  $L_3$ 의 움직임은  $L_6$  하나의 작동기의 운동으로 표현할 수 있다.

$$\tan(\Psi)^{-1} = \frac{L_2 - L_3}{b_3 b_2} \quad (1)$$

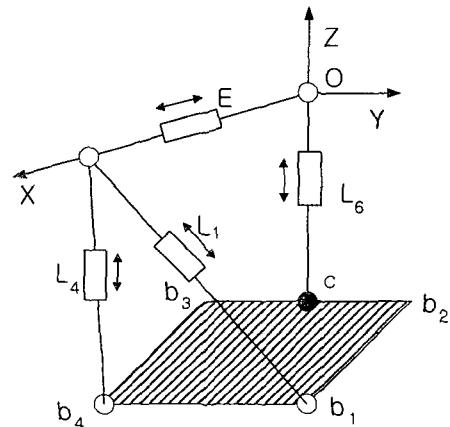


Fig. 4 Kinematic Model using in kinematic invention

### 2.3 순기구학 닫힌 해 해석과 동차 행렬

Fig. 2에서 상판의 회전을 기술하는 회전 행렬(Rotation Matrix)은 다음과 같다.[3]

$$R(\psi, \theta, \phi) = R(z, \psi)R(y, \theta)R(x, \phi)$$

$$\begin{bmatrix} C\phi C\theta & C\phi S\theta \psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta \psi + S\phi S\psi \\ S\phi C\theta & S\phi S\theta \psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta \psi - C\phi S\psi \\ -S\phi & C\theta S\psi & C\theta C\psi \end{bmatrix}$$

그러나 Fig. 4에서 제시된 모델의 회전행렬은 회전의 기준이 되는 베이스를 하판에서 상판으로 변환하는 기구학적 전이(kinematic inversion)를 실시함으로써 Fig. 2에 제시된 모델과 비교해요, 룰, 피치값의 회전한 크기는 같으나 방향이 반대로 나타나게 된다. 그러므로 케이싱 순기구학식의 동차변환식의 회전  $R'$ 은 다음과 같다.

$$R'(-\psi, -\theta, -\phi) = R(z, -\psi)R(y, -\theta)R(x, -\phi)$$

$$\begin{bmatrix} C\phi C\theta & C\phi S\theta \psi + S\phi C\psi & -C\phi S\theta \psi + S\phi S\psi \\ -S\phi C\theta & -S\phi S\theta \psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta \psi + C\phi S\psi \\ S\phi & -C\theta S\psi & C\theta C\psi \end{bmatrix}$$

여기서 Fig. 4의 플랫폼은  $\overline{B_1 O}$ 로 단순화되고 이때  $B_1$ 과  $O$ 의 두 점을 알 수 있으면 플랫폼(platform)의 Y축과 Z축에 대한 Fig. 4의 회전 피치( $\theta$ )와 요( $\phi$ )각을 알 수 있게 되고 식(1)에 의해 플랫폼의 X축에 대한 회전 룰( $\psi$ )각을 알 수 있으므로 전체 시스템의 회전을 알 수 있다.

여기서 Fig. 5과 같이  $B_1$ 은  $L_1$ 과  $L_4$ 의 길이의 변화에 따라서 중심이  $(r, \alpha, 0)$ ,  $Y=\alpha$ 이고 반지름이  $\beta$ 인 원의 궤적을 따라 움직이게 된다.[4] 이 원의 식을 구하기 위해서는 Fig. 6과 같은 좌표계에서  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 구하면 다음과 같다.

$$(r-\alpha)^2 + \beta^2 = L_1^2 \quad (2)$$

$$(r+\alpha)^2 + \beta^2 = L_4^2 \quad (3)$$

식(2)과 식(3)를 이용  $\alpha$ 를 구하면 식(4)와 같다.

$$\alpha = \frac{L_4^2 - L_1^2}{4r} \quad (4)$$

이때 식(4)를 식(1)에 대입하면 식(5)와 같이  $\beta$ 를 구할 수 있다

$$\beta = [L_1^2 - (r - \frac{L_4^2 - L_1^2}{4r})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

그러므로  $B_1$ 의 궤적은 아래와 같다.

$$(x-r)^2 + (y-\alpha)^2 + z^2 = \beta^2 \quad (6)$$

또  $B_1$ 은 Fig. 4의  $L_6$ 와  $E$ 에 의해서 이루어지는 또 다른 궤적을 구할 수 있고 이 궤적은 케이싱 오실레이터의 상판과  $L_6$ 가 항상 수직을 이룬다는

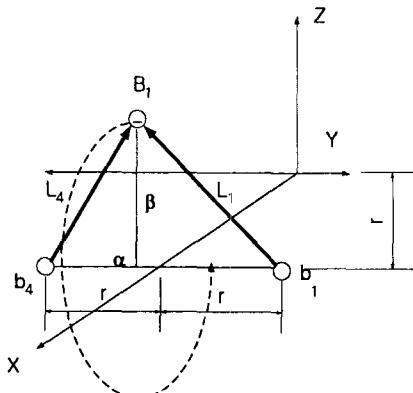


Fig. 5 Location and Description of  $B_1$  connected  $L_1$  and  $L_4$

구속조건에 의해  $L_6$ 의 길이가  $c$  일 때 중심이  $(0,0,c)$ 이고 반지름이  $E$ 인 구로써 나타난다. 이는 아래와 같이 간단하게 나타낼 수가 있다.

$$x^2 + y^2 + (z-c)^2 = E^2 \quad (7)$$

그러므로  $B_1$ 의 궤적은 식(6)과 식(7)의 조건을 만족하는 점이라 할 수 있다. 두 식을  $y=\alpha$ 를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (x-r)^2 + z^2 &= \beta^2 \\ x^2 + (z-c)^2 &= E^2 - \alpha^2 \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)을 풀면 식(9)와 같다.

$$\begin{aligned} [(x^2 - 2rx + r^2) + z^2] - [x^2 + (z^2 - 2cz + c^2)] \\ = \alpha^2 + \beta^2 - E^2 \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)를  $z$ 로 정리하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$z = \frac{(\alpha^2 + \beta^2 + c^2 - r^2 - E^2 + 2rx)}{2c} \quad (10)$$

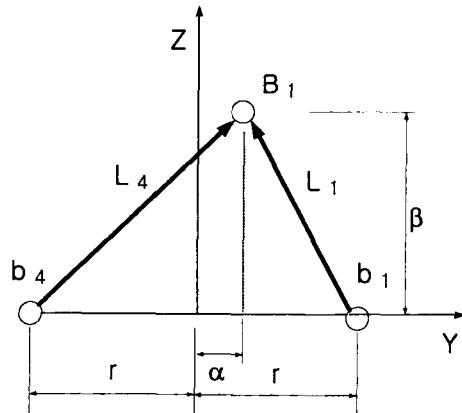


Fig. 6 Position of  $B_1$  connected  $L_1$  and  $L_4$

식(10)을 식(8)에 대입하여  $x$ 에 관한 식으로 풀면 다음과 같다.

$$(x - r)^2 + \left[ \frac{(\alpha^2 + \beta^2 + c^2 - r^2 - E^2)}{2c} + \left( \frac{r}{c} \right)x \right]^2 = \beta^2$$

$$t = \frac{(\alpha^2 + \beta^2 + c^2 - r^2 - E^2)}{2c} \quad (11)$$

위의 식들을 정리하여  $B_1$ 의 공간좌표  $(x, y, z)$ 를 풀면 아래 식(12)와 같다.

$$x = \frac{-[t(\frac{r}{c} - r)] \pm \sqrt{[t(\frac{r}{c}) - r]^2 - [1 + (\frac{r}{c})^2](r^2 + t^2 - \beta^2)}}{1 + (\frac{r}{c})^2}$$

$$y = \alpha$$

$$z = \frac{(\alpha^2 + \beta^2 + c^2 - r^2 - E^2 + 2rx)}{2c} \quad (12)$$

또  $O$ 의 좌표는 공간좌표에서  $(0, 0, c)$ 이므로  $\overline{OB}_1$ 가 기준 좌표계와 이루는 요와 피치각  $\phi, \theta$ 을 구할 수 있고 룰 값은 앞의 식(1)에 의해 구해진다.

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{z - c}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left( \frac{L_2 - L_3}{2r} \right) \quad (13)$$

여기서  $L_6$ 의 길이  $c$ 를  $c = z_c$ 로 두고 케이싱 오실레이터의 순기구학 동차행렬을 구하면 식(14)와 같다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\phi C\theta & C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi & -C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi & 0 \\ -S\phi C\theta & -S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta C\psi + C\phi S\psi & 0 \\ S\theta & -C\theta S\psi & C\theta C\psi & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} z_c(-C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi) \\ z_c(S\phi S\theta S\psi + C\phi S\psi) \\ z_c(C\theta C\psi) + \Delta z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

### 3. 순기구학 작업영역해석

#### 3.1 순기구학식에 의한 작업공간 해석

케이싱 오실레이터의 각 작동기의 길이의 범위는 Table. 1과 같다. 이를 식(12)에 대입하여  $B_1$ 의 좌표를 구하고  $O$ 의 좌표도 알 수 있으므로 식(13)에 대입하여 요, 룰, 피치각을 구할 수 있다. 이를 식(14)의 동차 행렬에 대입하면 그림 Fig.7과 같이 각 작동기의 변화에 따른 케이싱 오실레이터 상판에 대한 작업공간을 해석할 수 있다.

Table. 1 Limits of Actuator

Actuator	Limits of Actuator (mm)
$L_1$	$673.3 \leq L_1 \leq 773.3$
$L_2$	$417.5 \leq L_2 \leq 542.5$
$L_3$	$417.5 \leq L_3 \leq 542.5$
$L_4$	$673.3 \leq L_4 \leq 773.3$
$L_5$	$487.5 \leq L_5 \leq 773.3$
$E$	$1280 - L_5$

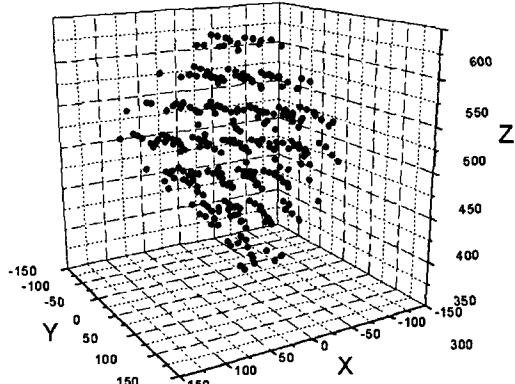


Fig. 7 Working Space of Casing Oscillator

### 4. 결론

본 논문은 4 자유도 병렬형 매니퓰레이터인 케이싱 오실레이터의 순기구학 닫힌해를 해석하여 그 동차 행렬을 유도하여 작업영역을 구하였다. 기구학적 전이를 이용하여 순기구학 닫힌해를 구함으로써 케이싱 오실레이터의 순기구학 해석과 실시간 제어에 활용이 가능해졌고, 기타 유사한 병렬형 매니퓰레이터의 해석에 유용하게 사용될 뿐만 아니라 케이싱 오실레이터형 병렬형 매니퓰레이터는 시뮬레이터 혹은 공작기계 등 다양한 부분에서 응용 가능할 것으로 기대된다.

### 참고문헌

1. 이은준, 배재만, 박명관, “케이싱 오실레이터의 역기구학 해석”, 한국정밀공학회지, 제 17 권, 12 호 pp. 47-53, 2000.
2. Duffy, J., Statics and Kinematics with applications to Robotics, Cambridge Univ. Press, 1996.
3. Nanua, P., Waldron, K. J., “Direct Kinematic Solution of a Stewart Platform,”, Robotics and Automation, IEEE Transactions , Volume 6 Issue 4 , pp. 438 -444 ,Aug. 1990.
4. Lung-Wen Tsai, Robot Analysis, John Wiley & Sons 1999.