Kospi 200 선물을 이용한 헤지성과 비교

- 최소분산모형, 벡터오차수정모형, 이변량모형 -

김 종 권 *

1. 서론

많은 연구들은 선물시장(futures market)에서 참가자들과 가격변동성 사이에서 관계에 초점이 맞추어져 있다. 하지만 이 논문은 선물(futures)을 이용한 헤지전략에 초점이 맞추어져 있으며 헤지전략의 선택기준은 헤지성과에 달려 있고 헤지(hedge)는 헤지기간의 데이터 특성에 부합하는 헤지모형과 헤지시점을 택하여야 한다는 점을 밝히고자 한다. 즉 주어진 헤지간에서도 헤지모형, 헤지시점을 어떻게 조합하느냐에 따라 다양한 헤지전략이 도출될 수 있으며 헤지는 헤지성과가 가장 높은 헤지전략을 선택하면 되는 것이다.

본 연구는 Kospi 200에 해당하는 현물주식의 보유에 따른 가격변동위험을 헤지하고자 할 때의 헤지기간별, 헤지모형별, 헤지시점별 헤지성과를 추정하고자 한다. 헤지기간은 1분, 5분, 10분, 30분, 1시간, 2시간, 1일 2회, 1일, 1주일, 1개월로 구분하여 헤지성과를 비교분석한다. 헤지모형은 최소분산모형, 벡터오차수정모형(Vector Error Correction : VEC)모형, 이변량 GARCH모형, 이변량 EGARCH모형을 사용하여 모형별 헤지성과를 비교분석한다.

헤지시점은 헤지기간 1일, 1주일, 1개월에서 헤지시점별 헤지성과를 비교분석한다. 헤지기간 1일에서는 하루거래시간 중 09시30분, 10시30분, 11시30분, 13시, 14시, 15시 가격에 의한 헤지성과를 비교분석한다. 헤지기간 1주일에서는 월, 화, 수, 목, 금, 토요일의 15시(토요일은 11시 30분)가격에 의한 헤지성과를 비교분석한다. 헤지기간 1개월은 1일, 5일, 10일, 15일, 20일, 25일, 30일의 15시 가격에 의한 헤지성과를 비교분석한다. 헤지성과는 분산의 감소비율로 측정되는데 각각의 헤지기간에 따른 헤지모형별, 헤지시점별로 내표본(in-sample)과 외표본(out-of-sample) 방식에 의해 구성된다.

본 논문의 구성은 다음과 같이 이루어진다. 제1장의 서론에 이어 제2장에서는 선행연구에 대한 이론적인 고찰을 하고 제3장에서 헤지모형을 설정 및 데이터 분석, 단위근 및 공적분 검정을 실시한다. 제4장에서는 헤지모형별 추정과 헤지성과를 헤지기간별, 헤지모형별, 헤지시점별로 비교한다. 마지막으로 제5장에서 결론을 맺기로 한다.

* LG투자증권 책임연구원

2. 선행연구 조사

Keynes(1930)나 Hicks(1953) 등의 전통적 헤지이론에 의하면 헤지란 선물과 현물에서 동일량에 대해 반대포지션을 취함으로써 가격변동위험을 완전히 제거하는 활동이라고 정의하였다. 이러한 전통적 헤지이론에 대하여 Working(1953)은 헤지의 다목적 개념을 도입하여 헤지란 단순히 위험을 극소화하는 것이 아니라 기대수익을 극대화시키려는 노력이라고 정의하고 있다. 이를 헤지의 기대수익이론이라 하는데 Working(1953)에 따르면 헤저는 가격예측에 따라 현물포지션에 대해 선택적으로 헤지를 하거나 혹은 헤지를 하지 않는다고 보았다. 이에 비해 Scholes(1981)는 헤지를 현물과 선물간의 스프레드로 보고 스프레드 거래자가 두 선물가격 차이에 대해 투기거래를 하는 것과 같이 헤저는 현물가격과 선물간의 차이인 베이시스에 대해 투기거래를 하는 것으로 볼 수 있다고 정의하였다.

Johnson(1960)과 Stein(1961)은 헤지의 목적을 현물시장에서 위험최소화의 제약조건에 따른 기대수익과 위험의 최적조합이라고 가정하고 헤지의 효율성은 헤지의 효율성은 현물가격과 선물가격의 움직임 사이에 상관관계가 얼마나 높으냐의 여부에 달려있다고 정의하였다. 이와 같이 위험과 수익과의 상충관계(trade-off)를 기본원리로 현물자산을 주어진 것으로 간주할 때 이 현물자산의 가격변동위험을 헤지하기 위해 선물을 얼마만큼 매입 또는 매도할 것인가를 결정하는 것을 포트폴리오 헤지이론이라 정의 내린다. Johnson(1960)은 헤지된 전체 포지션의 수익률 분산을 최소화시키는 최소분산헤지비율을 현물시장에서의 포지션에 대한 선물시장에서의 포지션의 비율로 도출하였다. 이 경우 헤지의 효율성은 현물시장에서 가격변동위험의 감소비율로 측정할 수 있다.

Rutledge(1972)는 헤저의 효용함수와 수익률 분포의 평균과 분산을 사용하여 위험수준 제약조건 하에서 헤지된 포지션의 기대수익률을 극대화시키는 최적화 문제로 헤지를 수학적인 접근방법을 설명하였다. 또한 Nelson-Collins(1985)는 위험최소화나 기대수익 극대화는 헤지의 극히 제한적인 목적일 뿐이므로 위험과 이익의 상호관계 하에서 헤지의 효용을 극대화하는 것이 헤지의 목적이라고 정의하였다. 이에 비해 Howard-DAntonio(1984)는 헤지성과는 위험과 수익률에 대한 효과를 모두 포함하여야 한다고 주장하였다. 그러나 Chang-Shanker(1987)는 Howard-DAntonio(1984)의 주장은 일반적이라기 보다는 특정한 경우에만 적용된다고 비판하였고 이에 대해 다시 Howard-DAntonio(1987)가 이들의 비판을 부분적으로 수용하여 단위 위험당 헤지성과 (hedging benefit per unit of risk)라는 것을 제시함으로서 이론적 논쟁을 지속하기도 하였다.

이외에 선물에 의한 헤지성과를 분석한 주요연구로는 Ederington(1979), Nadui-Shin(1981), Junkus-Lee(1985), Figlewski(1984, 1985), Peters(1986), Myers(1991), Baillie-Myers(1991), Kroner-Sultan(1993), Crain-Lee(1997) 등이다. 이들에 의한 연구의 주요결과를 보면 추정된 헤지비율은 1보다 작아 전통적 헤지비율은 적절하지 않으며 헤지기간이 길어질수록 헤지성과가 크며 이변량 GARCH모형이나 오차수정모형과 같은 시계열 모형을 이용할 경우 헤지성과가 개선된다는 것으로 나타내어 주고 있다. 특히 Crain-Lee(1997)는 유로달러선물 (Eurodollar futures)을 이용하여 유로달러옵션 포지션을 헤지하는 경우의 헤

지성과 분석에서 Black(1976)의 델타헤지, Ederington(1979)의 위험최소화헤지, Baillie-Myers(1991)의 이변량 GARCH 헤지, Nelson(1991)의 이변량 EGARCH헤지 모형간의 헤지성과를 비교하였는데 시간변동 헤지비율을 사용하는 GARCH모형이나 EGARCH모형에 의할 경우가 헤지비율을 일정하게 유지하는 위험최소화모형에 의할 경우보다 헤지성과가 높은 것으로 나타났다. 이와 함께 Grammatikos-Saunders(1983), Marmer(1986), Lindahl(1991)은 단일의 헤지비율이 과거 표본기간을 대표할 수 있는가를 보는 헤지비율의 안정성을 검증하였고 Malliaris-Urrutia(1991b)는 모형 추정기간의 길이와 헤지기간이 헤지성과에 미치는 영향을 비교분석하였다.

이러한 연구에 더 나아가 Chang(2000)은 S&P 500 주가지수 선물에서 헤징을 위한 수요를 연구하였다. 이 연구에서 변동성이 큰 기간 동안에 투기적 목적의 선물수요 증가가 헤지를 위한 수요의 범주에서 벗어나지 않아 주가지수 선물이 의도된 목적의 헤지에 사용되는 것이라는 것을 실증적으로 입증하였다. 즉 투기적 거래가 주가지수 선물의 변동성이 큰 기간에 과도하게 증가하지는 않는다는 것이다.

국내에서는 이상빈(1989), 장경천(1990)이 주가지수선물시장이 개설되기 전에 매경지수, 한경지수 등의 주가지수의 헤지가능성을 보았고 태석준(1996), 곽수종(1997), 정한규(1999)는 주가지수선물시장 개설이후 우리나라 시장에서 Kospi 200 선물의 최적헤지비율과 헤지성과를 비교분석하였다.

3. 헤지모형과 데이터분석

3.1 헤지모형

가. 헤지비율을 일정하게 유지하는 모형

헤저는 현물과 선물가격변화량간에 적절한 회귀식을 아래와 같이 구성하고 추정된 회귀계수 β을 최적헤지비율로 선택한다. 이 경우 헤저는 현물 1단위를 매입(long)하고 선물 β단위를 매도(short)함으로써 순포지션의 분산이 최소가 되는 헤지를 선택하게 된다. 현물과 선물간 순포지션의 분산을 최소화시킨다는 의미에서 이것을 최소분산헤지라고 부른다.

$$S_t - S_{t-1} = \alpha + \beta(F_t - F_{t-1}) + d_{1D_{1t}} + d_{2D_{2t}} + \varepsilon_t \qquad (1)$$

여기서 St-St-1는 t-1 시점에서 t시점까지의 현물가격변화량이고 Ft-Ft-1는 t-1 시점에서 t시점까지의 선물가격변화량이며 D1t ,Dt2는 각각 폐장 후 다음날 개장시까지(overnight) 및 점심시간 (lunch time)의 휴장기간에 대한 더미변수로 일중 데이터(intraday data)에 대하여만 사용한다. Kospi 200 현물과 선물가격 변화량 간에 식 (1)

과 같이 회귀식을 구성하고 추정되는 β을 헤지비율로 하는 최소분산 헤지전략을 바로 적용할 수가 있지만 여기에는 두 가지 문제점을 갖고 있다. 첫째 Kospi 200 현물과 선물가격이 공적분되어 있다면 최소분산 헤지모형은 데이터를 과도하게 차분(overdifferencing)하는 것이 되어 St와 Ft간의 장기적 관계를 불분명하게 한다. 이것은 β의 하향편의(downward bias)를 가져오게 된다(Engle-Granger(1987)). 둘째 최소분산 헤지모형은 현물과 선물시장에서의 위험은 헤지기간 동안 일정하다고 가정하는데 이것은 언제 헤지가 이루어지는가와 관계없이 헤지비율이 똑같다는 것으로 현실과는 차이가 있게 된다. 새로운 정보가 시장에 들어오게 되면 이들 자산의 위험이 변한다고 보는 것이 보다 현실적인데 이 경우 식(1) 모형에 의한 헤지비율은 최소위험 헤지비율이 아닐 수도 있다. 이러한 관점에서 Ederington(1979)이 적용한 최소분산모형은 문제를 안고 있다. Grammatikos-Sounders(1983), Malliaris-Urrutia(1991a, 1991b), Cecchetti-Cumby-Figlewski(1988) 등은 시간에 따라 변하는 분산을 반영하는 시간변동 헤지비율을 구하기 위해 Engle(1982)의 ARCH(Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)모형을 연구에 적용하였으며 Bollerslev(1990), Myers(1991), Baillie-Myers(1991), Kroner-Sultan(1993)은 최소위험헤지비율이 시간에 따라 변하는 연구결과를 보여주었다.

여기서 첫번째 문제를 개선하기 위해 Kospi 200 현물과 선물가격이 모두 I(1)변수이고 공적분되어 있는가를 검정한 후 이 두가지 조건이 충족되면 공적분방정식을 오차수정항(Error Correction Term: ECT)으로 포함하는 벡터오차수정(Vector Error Correction : VEC)모형을 다음과 같이 구성한다. 공적분방정식에서 St-1, Ft-1 은 각각 t-1기의 현물과 선물가격이고 δ는 공적분계수, C는 상수이다.

$$s_t = \alpha_{0s} + \alpha_{1s}(S_{t-1} - \delta F_{t-1} - C) + d_{1s}D_{1t} + d_{2s}D_{2t} + \sum_{i=0}^{m} \gamma_{is} s_{t-i} + \sum_{j=0}^{n} \theta_{js} f_{t-j} + \varepsilon_{st} \quad (2)$$

$$f_t = \alpha_{0f} + \alpha_{1f}(S_{t-1} - \delta F_{t-1} - C) + d_{1f}D_{1t} + d_{2f}D_{2t} + \sum_{i=0}^{m} \gamma_{if} s_{t-i} + \sum_{j=0}^{n} \theta_{jf} f_{t-j} + \varepsilon_{ft} \quad (3)$$

$$e_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{bmatrix} \sim N(0, H_t) \quad (4)$$

$$H_t = \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sf} \\ c_{fs} & c_{ff} \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서

s_t, f_t : 현물과 선물의 가격변화량

$\alpha_{0s}, \alpha_{1s}, \alpha_{0f}, \alpha_{1f}, d_{1s}, d_{2s}, d_{1f}, d_{2f}, \gamma_{is}, \gamma_{if}, \theta_{js}, \theta_{jf}$: 추정할 모수(parameters)

D_{1t}, D_{2t} : 휴장기간 (overnight and lunch time)에 대한 더미변수

e_t : (2 ×1) 잔차의 벡터

H_t : 잔차의 분산-공분산행렬

$c_{ss}, c_{ff}, c_{sf}, c_{fs}$: 잔차의 분산-공분산

$S_{t-1} - \delta F_{t-1} - C$ 오차수정항(Error Correction Term: ECT)

위의 벡터오차수정모형은 현물과 선물가격 간에 장기적으로 평균에 수렴하는 공적분 관계가 존재할 경우 장기적 균형관계를 보장하기 위해 오차수정모항을 모형에 포함한 것으로 Kroner-Sultan(1993)은 5개의 외환선물의 헤지성과 측정에서 오차수정모형을 사용하였다. 이때의 헤지비율은 모형을 추정함으로써 구해지는 현물과 선물가격 간의 공분산을 선물의 분산으로 나눈 비율인 Csf/Cff가 되며 표본기간 동안 일정하다.

나. 헤지비율을 변화시키는 모형

앞에서 살펴본 최소분산헤지모형과 벡터오차수정모형에 의한 헤지는 표본기간 동안 헤지비율을 일정하게 적용하고 있다. 그러나 새로운 정보가 시장에 들어와 자산의 위험이 변하게 되면 헤지비율도 변해야 할 것이기 때문에 헤지기간 동안 헤지비율을 일정하게 적용하는 것은 현실과 괴리가 있을 수 있다.

표본기간 동안 이분산 (time-dependent conditional heteroscedasticity)은 Bollerslev(1986)의 GARCH(p,q)모형으로 잘 설명된다. 우리가 자주 접하는 금융시계열들의 변동성은 지속성이 높은데 흔히 단순한 GARCH(1,1)모형으로도 대부분 잘 모형화할 수 있는 것으로 알려져 있다. 이와 함께 GARCH(1,1)모형은 꼬리부분이 두텁고 첨예한 분포(leptokurtic)를 갖는 시계열 자료를 모형화하는 경우에 적합한 것으로 알려져 있다. Baillie-Myers(1991), Crain-Lee(1997)는 헤지성과연구에서 이변량 GARCH(1,1)모형을 사용하였다. Kospi 200 현물과 선물가격 시계열간에 공적분관계가 있으므로 공적분 관계식을 오차수정항으로 GARCH모형의 평균방정식(mean equation)에 포함시킨 이변량 GARCH(1,1)모형을 다음과 같이 구성할 수가 있다.

$$s_t = a_{0s} + a_{1s}(S_{t-1} - \delta F_{t-1} - C) + d_{1s}D_{1t} + d_{2s}D_{2t} + \varepsilon_{st} \quad (6)$$

$$f_t = a_{0f} + a_{1f}(S_{t-1} - \delta F_{t-1} - C) + d_{1f}D_{1t} + d_{2f}D_{2t} + \varepsilon_{ft} \quad (7)$$

$$e_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{bmatrix} \mid \psi_{t-1} \sim N(0, H_t) \quad (8)$$

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{ss,t} & h_{sf,t} \\ h_{ss,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$[H_t]=$

$$\begin{bmatrix} h_{ss,t} \\ h_{sf,t} \\ h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^2_{s,t-1} \\ e_{s,t-1}e_{f,t-1} \\ e^2_{f,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{ss,t-1} \\ h_{sf,t-1} \\ h_{ff,t-1} \end{bmatrix}$$

여기서

s_t, f_t : 현물과 선물의 가격변화량

D_{1t}, D_{2t} : 휴장기간 (overnight and lunch time)에 대한 더미변수

e_t : (2×1) 잔차의 벡터

ψ_{t-1} : t-1시점에서의 정보집합

H_t : 잔차의 조건부 분산-공분산 행렬

$S_{t-1}-\delta F_{t-1}-C$오차수정항 (Error Correction Term : ECT)

[·] : N×N행렬의 하방삼각행렬 (lower triangular)을 $\frac{N\times(N+1)}{2}\times 1$벡터로 차례로 쌓아 표시하는(stacking) vector-half 연산자 (예를 들어 N=2인 이변량의 경우 2×2행렬을 3×1벡터로 표현한다).

이 경우 분산방정식(variance equation)에서 추정해야할 모수의 개수는 21개가 되는데 A와 B를 대각행렬(diagonal matrix)이라고 제약함으로써 추정해야할 모수의 개수를 9개로 줄일 수 있다. 이러한 제약은 분산-공분산 행렬의 각 요소가 자신의 과거값에만 의존하게 된다는 것을 가정하는 것이된다. 따라서 우리가 추정하게되는 계수는 평균방정식에서 4개(일중데이터는 8개)와 분산방정식에서 9개로 합계 13개(일중데이터는 17개)가 된다. 표본기간동안 변하는 헤지비율은 식(10)의 분산방정식을 추정하여 나오는 분산-공분산 행렬을 이용하게 된다.

비록 우리가 조건부 이분산을 반영하는 시간에 따라 변화하는 헤지비율을 적용하더라도 위의 이변량 GARCH모형은 조건부분산의 값이 항상 양(+)의 값을 갖게 하기 위하여 모수에 일정한 제약조건을 가하게 된다. 그러나 조건들은 조건부 분산과정을 필요이상 제약하게 될 가능성이 있다. 또한 일반적인 GARCH모형은 현재수익률의 잔차항의 제곱이 미래수익률의 변동성에 영향을 미치게 되어 조건부 변동성에 대한 충격이 양(+)인지 또는 음(-)인지에 관계없이 항상 대칭적인 효과를 가져오게 한다. 원래의 GARCH모형은 Black(1976)이후 널리 알려진 현재의 수익률과 미래의 수익률 변동성간의 음(-)의 상관관계를 고려하지 않고 있는 것이다. Nelson(1991)의 EGARCH모형은 변동성에 대한 비대칭적 정보효과를 고려하는데 유용한 모형이다. 말하자면 음(-)의 충격이 같은 크기의 양(+)의 충격에 비하여 변동성에 더 큰 영향을 미치는 부호효과를 반영하는 모형인 것이다. Crain-Lee(1997)는 Koutmos-Tucker(1996)가 주가와 주가지

수선물간 상호작용에 관한 연구에서 제시하였던 이변량 EGARCH(1,1)모형을 사용하였는데 LR검정결과 EGARCH모형이 GARCH모형에 비하여 적합성이 높다고 밝히고 있다.

본 연구에서 Kospi 200 선물의 헤지성과를 측정하기 위해 Crain-Lee(1997)가 사용한 이변량 EGARCH(1,1)모형을 도입하기로 한다. 이들과 모형구성에서의 차이점은 본 연구에서는 평균방정식에 현물과 선물가격 간의 공적분 관계식을 오차수정항으로 포함시키고 일중데이터의 경우 휴장기간에 대한 더미변수를 추가한 것이다.

$$s_t = \alpha_{0s} + \alpha_{1s}(S_{t-1} - \delta F_{t-1} - C) + d_{1s}D_{1t} + d_{2s}D_{2t} + \varepsilon_{st} \qquad (11)$$

$$f_t = \alpha_{0f} + \alpha_{1f}(S_{t-1} - \delta F_{t-1} - C) + d_{1f}D_{1t} + d_{2f}D_{2t} + \varepsilon_{ft} \qquad (12)$$

$$e_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{bmatrix} \mid \psi_{t-1} \sim N(0, H_t) \qquad (13)$$

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{ss,t} & h_{sf,t} \\ h_{ss,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} \qquad (15)$$

$$[H_t] =$$

$$\log\begin{bmatrix} h_{ss,t} \\ h_{sf,t} \\ h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \log\begin{bmatrix} h_{ss,t-1} \\ h_{sf,t-1} \\ h_{ff,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}$$

$$\times\left(abs\begin{bmatrix} e_{s,t-1}/\sqrt{hss,t-1} \\ e_{s,t-1}e_{f,t-1}/h_{sf,t-1} \\ e_{f,t-1}/\sqrt{h_{ff,t-1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E|Z_s| \\ E|Z_s|E|z_f| \\ E|Z_f| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} e_{s,t-1}/\sqrt{hss,t-1} \\ e_{s,t-1}e_{f,t-1}/h_{sf,t-1} \\ e_{f,t-1}/\sqrt{h_{ff,t-1}} \end{bmatrix}\Bigg)$$

여기서

s_t, f_t : 현물과 선물의 가격변화량

D_{1t}, D_{2t} : 휴장기간 (overnight and lunch time)에 대한 더미변수

e_t : (2×1) 잔차의 벡터

$E|Z_s|, E|Z_f|$: 표준화된 잔차 절대값의 기대값

H_t : 잔차의 조건부 분산-공분산 행렬

$S_{t-1} - \delta F_{t-1} - C$ 오차수정항 (Error Correction Term : ECT)

[·] : N×N행렬의 하방삼각행렬 (lower triangular)을 $\frac{N\times(N+1)}{2}\times 1$벡터로 차례로 쌓아 표시하는(stacking) vector-half 연산자 (예를 들어 N=2인 이변량의 경우 2×2행렬을 3×1벡터로 표현한다).

위의 모형에서 ε_t는 EGARCH(1,1)과정을 따르게 된다. 이변량 EGARCH모형의 분산방정식에서 우리가 추정해야할 모수의 개수는 30개가 되는데 A, B, G를 대각행렬이라고 제약함으로써 추정해야할 모수의 개수를 12개로 줄일 수 있다. 따라서 추정하게 되는 계수는 평균방정식에서 4개 (일중데이터는 8개)와 분산방정식에서 12개로 합계 16개 (일중데이터는 20개)가 된다.

이상에서 제시한 이변량 GARCH모형과 이변량 EGARCH모형에 의한 헤지비율은 선물의 조건부분산에 대한 현물과 선물간의 조건부 공분산의 비율인 $h_{sf,t}, h_{ff,t}$가 되며 표본기간 동안 변하게 된다. 여기서 $h_{sf,t}, h_{ff,t}$는 현물과 선물 가격변화량의 조건부 분산-공분산이며 식(10)과 식(15)의 추정과정에서 구해진다.

3.2 데이터분석

가. 표본의 추출

분석에 사용할 데이터는 Kospi 200 선물이 거래되기 시작한 1998년 1월부터 2000년 6월 30일 까지 현물과 선물의 30분 가격이며 한국증권거래소에서 구하였다. 먼저 kospi 200 선물의 최근월물에 대한 계속적인 만기이전(roll over)을 가정하는 것이 되는데 최근월물의 가격만을 사용하는 이유는 Kospi 200 선물의 거래가 최근월물에만 집중되어 있기 때문이다.

그러나 최근월물의 만기 이전을 가정함으로써 만기일 다음날 선물의 가격변화량을 구할 때 만기일이 서로 다른 두 개의 상품간의 가격변화량을 이용하는 오류를 범하게 된다. 이 문제를 해결하기 위해 본 연구에서는 최근월물 만기일과 그 다음날의 가격변화량은 만기일의 근월물가격과 만기일 다음날의 최근월물 (직전 최근월물 만기일까지는 근월물이었음) 가격간의 변화량을 사용한다.

이와 함께 Kospi 200 선물의 경우 현물거래가 마감한 15시 (2000년 9월 21일 이전까지 토요일은 11시 30분) 이후에도 15분간 거래가 더 지속되므로 현물과 선물간의 거래시간이 불일치하게 된다. 따라서 현물과 거래시간을 일치시키기 위해 현물거래 마감시간 이후의 선물가격은 분석에서 제외한다.

이상의 기준에서 의해 일중데이터 (intraday data)의 경우 오전 09시 30분부터 11시 30분까지와 오후 13시부터 15까지의 거래시간에서 실제거래가 일어난 경우만을 표본으로 추출하였다. 단 1998년 10월부터는 점심시간에도 거래가 이루어짐으로 해서 이 시간 동안의 거래도 포함시켰다.

일별데이터는 하루 거래시간 중 09시30분, 10시 30분, 11시 30분, 13시, 14시, 15시의 가격을 시점별로 표본으로 추출하였다. 주별데이터는 월, 화, 수, 목, 금, 토요일의 15시 가격(토요일은 11시 30분 가격)을 추출하였는데 만일 해당일이 휴일인 경우는 직전거래일의 가격을 사용하였다. 마지막으로 월별데이터는 매월 1일, 5일, 10일, 15일, 25일, 30일의 15시 가격을 추출하였는데 만일 해당일이 휴일이거나 토요일인 경우는 직전거래일의 가격을 사용하였다.

나. 기초통계

데이터에 대한 기초통계는 <표 1>과 같다. 각각의 헤지기간에서 현물과 선물가격 변화량의 평균은 모두 양(+)으로 나타나며 선물보다 현물가격 변화량의 평균이 높다. 현물과 선물가격변화의 왜도는 각각 양과 음의 값을 갖는 것으로 나타났고 통계적으로 유의한 결과를 보이고 있다. 첨도는 1% 수준에서 유의하게 정규분포보다 중심이 첨예한 것으로 나타나고 있다. 표본에 대한 정규성(normality) 검정에서는 1% 수준에서 정규성이 기각되고 있다.
기초통계분석결과로는 초과첨도가 있는 것으로 나타났고 데이터의 분산이 시간에 따라 변할 경우에는 적합성이 높은 GARCH모형이 유용할 것이라는 것을 예상해 볼 수 있다.

<표 1> Kosp:200 현물 및 선물 가격변화량의 기술통계

헤지기간	변수명	표본수	평균	최대값	최소값	표준편차	왜도	첨도	정규성
30분	현물	6.294	0.0182	10.6252	-11.4839	0.873178	0.444642	21.74830	92094.38
	선물	6.294	0.0120	8.6110	-14.1121	1.012052	-0.416994	19.62181	72407.21

주 : 1) Kospi 200 현물과 선물데이터는 1998.1월부터 2000.6월까지의 최근월물의 일별 가격변화량이며 표본기간 동안 선물은 최근월물의 만기이전(roll over)이 이루어지는 것으로 가정한다.
2) B-J(Bera-Jarque)는 정규성(normality)을 검정하는 것으로 통계량은 다음과 같으며 귀무가설 정규성(normality)하에서 χ^2분포를 따른다.

$$B-J=T\left[\frac{\text{왜도}^2}{6}+\frac{(\text{첨도}-3)^2}{24}\right]$$

다. 단위근 및 공적분 검정

전통적인 OLS 회귀분석방법에 의한 헤지비율추정모형은 통계적인 문제점을 지니고 있어 이 모형을 사용하여 추정한 헤지비율은 정확한 최적헤지비율이라고 할 수 없다. Witt et al.(1987)이 제시한 헤지비율을 구하는 전통적인 모형은 다음과 같다.

가격 헤지비율 $C_t = \alpha + bF_t + \varepsilon_i$ (16)

가격변화 헤지비율 $C_p - C_l = \alpha + \beta(F_p - F_l) + u_i$ (17)

변화율 헤지비율 $\frac{C_p - C_l}{C_l} = \gamma + \delta\frac{(F_p - F_l)}{F_p} + \omega_i$ (18)

단, C_t, F_t : t시점의 현물과 선물의 가격

C_p, F_p : 헤징을 시작했을 때 현물과 선물의 가격

C_l, F_l: 헤징을 제거했을 때 현물과 선물의 가격

a, α, γ: 회귀분석식(1), (2), (3)의 절편

b, β, γ: 회귀분석식 (1), (2), (3)의 기울기인 최적헤지비율

$\varepsilon_i, u_i, \omega_i$ 오차항 (random distribution terms)

식 (16), (17), (18)으로 추정한 헤지비율이 정확한 최적 헤지비율이라고는 할 수 없는 이유는 다음과 같이 설명할 수 있다. 먼저 식(16)을 사용하여 추정한 헤지비율에는 Granger와 Newbold(1974)가 지적한 가성적 회귀현상(spurious regression)이 포함되어 있고 또한 식(16)은 시간지체변수들(lagged variables)을 배제하고 있어 단기역동성(short-run dynamics)을 무시한다. 그리고 식(17)은 Ederington(1979), Figlewski(1984, 1985), Stulz, Wasserfallen, Stucki(1990) 등이 사용한 헤지비율 추정모형이며 이 식은 오차수정항(error correction term)을 무시하고 있기 때문에 이전기간의 균형오차(equilibrium error)의 영향을 포함하지 않고 있다. 마지막으로 식(18)도 시간지체변수들을 베제하고 있어 단기역동성을 배제하고 있다. 따라서 이들 세 가지 공식에 의하여 추정한 헤지비율은 정확한 채적헤지비율이라고 할 수 없다. 위에서 지적한 전통적 OLS 회귀분석모형의 결점을 보완하기 위해서는 단기역동성과 장기균형오차(long-run equilibrium error)를 동시에 고려할 수 있는 ECM을 이용할 필요성이 있다. ECM을 사용하기 위한 조건으로는 첫째, 시계열 자료가 불안정적이고 둘째, 시계열 자료는 공적분관계가 있어야 한다. 이들 조건이 충족되었는지를 확인하기 위하여 단위근 검정(unit root test)으로 Augmented Dickey-Fuller(ADF) 검정과 Phillips-Perron(PP) 검정이 사용되고 있다.

(1) 단위근 및 공적분 검정에 대한 이론적 설명

①. Augmented Dickey-Fuller(ADF) 검정

ADF 검정을 설명하기 전에 이 검정의 기초가 되는 Dickey-Fuller(DF) 검정을 먼저 살펴보기로 한다. DF검정은 시계열 y_t가 AR(1)의 과정으로 표현될 수 있다고 보고 y_t

와 y_{t-1}의 회귀계수가 1과 같은지(단위근을 갖는지) 여부를 검증하는 것이다. 그러나 절편과 선형추세의 가능성이 함께 존재하므로 Dickey와 Fuller(1981)는 다음의 3가지 모형을 상정하고 상황에 따라 적절한 모형을 선정하여 검정할 것을 제시하였다.

H_0 : $\rho=1$

H_0 : $|\rho|<1$

모형(1a) : $y_t=\rho y_{t-1}+\varepsilon_t$

모형(2a) : $y_t=\alpha+\rho y_{t-1}+\varepsilon_t$

모형(3a) : $y_t=\alpha+\gamma t+\rho y_{t-1}+\varepsilon_t$

위의 3가지 모형에 적용될 수 있는 검정통계량은 다음과 같이 된다.

$$\tau = \frac{\hat{\rho}}{se(\hat{\rho})}$$

단, $se(\hat{\rho})$: $\hat{\rho}$의 표준오차

그런데 DF 검정은 일반적으로 편의를 위해 다음과 같이 변형된 모형으로 추정된다.

H_0 : $\rho-1 = 0$ (즉, $\rho = 1$임)

모형(1b) : $\Delta y_t = (\rho-1)y_{t-1}+\varepsilon_t$

모형(2b) : $\Delta y_t = \alpha+(\rho-1)y_{t-1}+\varepsilon_t$

모형(3b) : $\Delta y_t = \alpha+\gamma t+(\rho-1)y_{t-1}+\varepsilon_t$

위의 식들 중에서 어느 것이 적절한지는 모형 (3b)에서 $H_0 : \gamma = 0$에 대한 DF 검정을 거쳐 판별할 수 있다. 이 때 검정통계량은 $\tau = \hat{\gamma} = se(\gamma)$(단, $se(\hat{\gamma})$는 $\hat{\gamma}$의 표준오차)이다. 마찬가지로 상수항에 대한 유의성 검정 ($H_0 : \alpha = 0$)을 통하여 위 모형 중에서 어떤 것이 단위근 검정에 이용되어야 하는가를 사전에 검정할 수 있게 된다.

DF검정의 취약점은 시계열변수는 AR(1)이고 오차항 ε_t는 상호 독립적이며 동일한 분산을 갖는 분포를 이루고 있다는 가정 즉, $\varepsilon_t \sim iid$ 에 기초하고 있다는 것이다. 일반적으로 추정 결과 도출되는 잔차항 ε_t는 대부분의 경우 자기상관현상을 가지고 있으며 따라서 일관성있는 추정량의 도출이 불가능하므로 DF검정의 유효성은 심각한 문제를 갖고 있다. ADF검정은 이러한 자기상관의 영향을 제거하기 위하여 DF검정을 수행하

기 위한 3가지 모형에 각각 차분추가항(augmented terms), y_{t-j} $(j = 1, \cdots, p)$를 추가시켜 추정할 것을 제시하고 있다.

Said와 Dickey(1984, 1985)는 이와 같이 차분추가항을 충분히 추가시켜 주면 이 때 산출되는 검정통계량은 자기상관의 효과가 제거된 상태에서 도출되는 효과를 가지므로 그의 분포가 DF 검정통계량과 점진적으로 (asypmtotically) 동일하게 된다는 사실을 나타내었다.

ADF검정은 DF검정과 동일한 방법으로 $\hat{\tau}$ 통계량을 다음의 식(19)에 적용하여 실시하며 (이 때 ADF 통계량은 DF통계량과 점진적으로 동일한 분포를 가지게 됨), ADF 검정에서 검정할 가설의 설정이나 검정방법 등도 DF검정의 경우와 동일하다.

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \delta_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{19}$$

그리고 $\hat{\tau}$ 통계량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = \frac{\hat{\tau}}{se(\hat{\gamma})}$$

여기서 유의할 사항은 DF 검정이나 ADF 검정은 시계열이 순수한 AR과정에 의해 생성되었다는 가정에 입각하여 전개되었다는 것이다. Said와 Dickey는 현실적으로 시계열이 MA과정에 의해 생성될 수도 있다는 점을 감안하여 시계열이 보다 일반적인 ARMA 과정에 의해 생성되었다는 가정하에서 단위근 검정을 수행할 것을 제시하였다. 물론 ARMA(p,d,q) 모형은 AR(1)으로 전환이 가능하므로 결국 Said-Dickey 검정은 형태상으로는 ADF 검정과 같아지며 단지 AR의 차수만이 달라진다는 특성을 지니고 있다.

②. Phillips - Perron (PP) 검정

$\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$와 같은 오차항에 대한 가정이 충족되지 못하는 보다 포괄적인 상황 즉 $\hat{\varepsilon}_t$가 자기상관은 물론 이분산 현상까지 갖는 경우를 상정하여 단위근 검정을 적용하고자 DF검정을 수정하게 되는데 이를 PP검정이라고 한다.

PP검정은 DF 검정통계량을 추정한 후 추정된 오차항의 분산 값을 이용하여 DF 검정통계량을 변환시킴으로써 자기상관 등의 영향을 제거시킨 검정통계량을 창출한 다음에 행하게 된다. PP검정을 위한 검정모형은 다음과 같이 된다.

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + \eta_t \tag{20}$$

η_t : 백색잡음항(white noise)

그리고 PP검정을 수행할 때 가설과 모형은 다음과 같이 된다.

$H_0 : \rho = 1$

$\Delta y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$

특히 PP검정시 시차수의 결정은 매우 중요한 데 만약 시차 수가 적을 경우 분산에 대해 편의추정량(biased estimator)을 가질 수 있고 반면에 시차수가 많을 경우에는 추정치가 유의하지 않은 시차를 사용할 우려가 있다는 데 주의해야 한다.

③. 공적분 검정 (Cointegration test)

Engle과 Granger(1987)에 의해 도입된 공적분 분석은 개별 시계열이 단위근을 가지고 있더라도 이들 시계열 간에 가성적 관계가 성립하지 않는 조건을 찾게 함으로써 회귀분석의 결과가 의미를 갖게 할 수 있다는 데 그 의의가 있으며 다음과 같이 정의할 수 있다. 벡터 X의 모든 원소가 d차 차분한 후 안정성을 가지고 [X→I(d)], 벡터 X의 선형결합 $U = \beta' X$가 (d-b)차 적분되도록 하는 0이 아닌 상수벡터 β가 존재할 때 즉 $U \to I(d-b)$, $b>0$이면 벡터 X의 원소들은 (d,b)차 공적분되었다고 하며 [X→CI(d,b)]β를 공적분 벡터(cointegration vector)라고 한다.
시계열 상호간 공적분의 존재는 다수 시계열 사이에 장기적인 균형관계가 있다는 것을 나타낸다. 만약 비정상적인 시계열 x_t와 y_t간에 이와 같은 공적분 존재여부를 Engle과 Granger의 방법에 의해 검정하고자 한다면 다음 회귀식을 이용하여 잔차항을 계산할 수 있다. 공적분 검정에 사용되는 모형은 식(21)과 같다.

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \tag{21}$$

두 개의 변수 x, y의 경우에 x와 y가 모두 I(1)인지 알기 위해 단위근 검정을 실시한다. 그리고 다음 단계로 x에 대해 y를 회귀 (또는 y에 대해 x를 회귀)하고 $\hat{u} = y - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x$ 구하게 된다. 그런 다음 $\hat{u}$에 대해 단위근 검정을 행한다. 만약에 x와 y가 공적분되었다면 $u = y - \alpha - \beta x$ I(0)이다. 반면에 만약 x와 y가 공적분되지 않았다면 u는 I(1)이 된다. u에 대해 단위근 검정을 적용할 것이기 때문에 귀무가설은 '단위근이 존재한다'로 표현된다. 따라서 공적분 검정을 위한 귀무가설과 대립가설은 다음과

같이 정리된다.

H_0 : u는 단위근을 가지고 있다. 또는 x와 y가 공적분되지 않는다.
H_1 : x와 y는 공적분되어 있다.

(2) 단위근 및 공적분 검정

일반적으로 경제변수들의 시계열자료는 대부분 불안정한 특성을 가지고 있는 것으로 알려져 있으며 이러한 불안정한 시계열자료를 이용하여 전통적인 회귀분석을 실시할 경우 실제로는 변수간에 아무런 상관관계가 없음에도 불구하고 외견상 의미있는 상관관계가 있는 것처럼 보이는 가성적 회귀현상(spurious regression)이 발생할 수 있다. 또한 시계열자료의 불안정성으로 인한 가성적 회귀문제를 해결하기 위해 일반적으로 차분과정을 거쳐 안정적 시계열을 도출한 다음 회귀분석을 한다.

그러나 차분과정은 시계열의 고유한 잠재정보를 상실시킴으로써 동태적이고 안정적인 장기균형관계를 도출할 수 없게 된다는 문제점을 내포하고 있다. 따라서 전통적인 회귀모형에 의해 추정된 헤지비율은 잘못된 추정치를 재공할 수 있으며 정확한 최적헤지비율이 아닐 가능성이 있다.

Granger(1981)와 Engle과 Granger(1987)는 재무 시계열의 불안정성 문제를 해결하기 위해 장기균형관계와 단기변동을 결합하는 공적분 이론을 사용하였다. 이들은 불안정적인 두 시계열이 각각 동차 적분되어 있고 그 시계열들의 선형결합이 안정적이면 두 시계열은 공적분관계에 있으며 두 변수가 공적분관계에 있으면 오차수정모형을 이용하여 추정하여야 한다고 하였다. 즉 공적분 분석에 의하면 비록 개별적인 시계열자료가 불안정할지라도 시계열자료가 동차 적분되어 공적분의 관계에 있으면 두 시계열의 선형결합은 안정적이며 두 변수간의 회귀결합에서는 가성회귀가 발생하지 않는다는 것이다.

따라서 본 연구에서는 KOSPI200 현물지수와 KOSPI200 선물지수 시계열의 불안정성 문제와 가성적 회귀문제를 해결하기 위하여 다음의 순서와 방법에 의하여 실증분석을 하기로 한다.

첫째, KOSPI200 현물지수와 KOSPI 200 선물지수 시계열자료의 안정성을 ADF 검정과 PP검정을 이용하여 단위근 검정을 한다. 둘째, KOSPI 200 현물지수와 KOSPI200 선물지수 시계열자료간의 공적분관계 여부를 확인하기 위해서도 역시 ADF 검정과 PP 검정을 한다. 셋째, 전통적 회귀분석과 벡터ECM에 의한 헤지비율을 구하여 두 모형의 설명력과 예측력을 비교한다.

① 단위근 검정

본 연구에서는 우선 KOSPI200 현물지수와 KOSPI200 선물지수 시계열의 안정성 여부를 판별하기 위해 앞에서 설명한 식(19)의 ADF검정과 식(20)의 PP검정을 이용하여 단위근 검정을 실시한다.

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \delta_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{19}$$

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + \eta_t \tag{20}$$

각 시계열 자료에 대해 식(19)와 식(20)과 같이 절편과 선형시간추세를 갖는 모형을 이용하여 시계열이 불안정적이라는 단위근 귀무가설을 검정하기로 한다. ADF 검정을 이용하는 경우 오차항이 백색오차(white noise)가 되도록 충분한 수의 차분 시차변수를 추가하는 데 차분추가항의 차수(p)는 표본자료의 정보량을 잘 반영하는 Akaike(1976)의 정보기준 AIC에 의거하여 AIC값이 최소가 되는 모형을 택하였다.

또한 귀무가설에 대한 유의성 검정은 MacKinnon(1991)이 제시하고 있는 유한표본크기에서의 임계치를 이용하는데 ADF 검정통계량의 값이 임계치보다 큰 것으로 나타나면 시계열은 안정적인 I(0)을 의미하게 된다.

② 공적분 검정

위와 같이 각 시계열에 대한 단위근 검정을 실시하여 자료의 안정성을 판별한 후 두 시계열간의 공적분관계를 검증하기로 한다. 시계열 상호간 공적분의 존재는 다수 시계열 사이에 장기적인 균형관계가 있다는 것을 나타낸다. 만약 비정상적인 시계열 x_t와 y_t간에 이와 같은 공적분 존재여부를 Engle과 Granger의 방법에 의해 검정하고자 한다면 다음 회귀식을 이용하여 잔차항을 계산하면 된다.

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \tag{21}$$

두 개의 변수 x, y의 경우에 x와 y가 모두 I(1)인지를 알기 위해 단위근 검정을 한다. 그리고 다음 단계로 x에 대해 y를 회귀 (또는 y에 대해 x를 회귀)하고 $u = y - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x$를 구한 후 $\hat{u}$에 대해 단위근 검정을 한다. 만약에 x와 y가 공적분되지 않았다면 u는 I(1)이 된다. u에 대해 단위근 검정을 적용할 것이기 때문에 귀무가설은 '단위근이 존재한다'이 된다.

<표 2> Kospi 200 현물 및 선물가격의 단위근 및 공적분 검정

헤지기간	변수명	표본	단위근 검정			
			ADF Test		PP Test	
			level	1st diff.	level	1st diff.
30분	현물	6,274	-1.1732	-33.9116***	-1.2053	-82.1896***
	선물	6,274	-1.2576	-34.7063***	-1.2917	-79.0385***

주 : 1) ADF 검정과 PP검정의 단위근(unit root) 가설을 기각하기 위한 MacKinnon 임계치 (Critical Value)는 1% -3.9638, 5% -3.4126, 10% -3.1249이다.
2) ***, **, * :각각 1%, 5%, 10% 수준에서 유의함.

현물과 선물가격 시계열에 대한 단위근 검정결과 Kospi 200 현물과 선물가격 데이터(price level)에 대하여는 ADF 및 PP검정 모두에서 단위근이 존재한다는 귀무가설이 기각되지 않는다. 그러나 1차 차분을 하게 되면 헤지기간 1개월을 제외하고는 ADF 및 PP검정 모두에서 단위근이 존재한다는 귀무가설이 1% 수준에서 기각된다.

Kospi 200 현물과 선물가격 시계열이 모두 I(1)변수이므로 이들 변수간에 공적분검정을 할 수 있다. PP검정에서 공적분되어 있지 않다는 귀무가설이 5% 수준에서 기각되고 있다. 따라서 표본기간에서 헤지기간별 현물과 선물가격 시계열간에는 적어도 1개 이상의 공적분방정식(cointegration equation)이 존재한다고 볼 수 있다. 이 경우 헤지성과를 분석하기 위해 현물과 선물가격 시계열간의 공적분방정식을 오차수정항으로 회귀식에 포함시킨 모형을 사용할 수 있게 되는 것이다.

<표 3> KOSPI 200 현물 및 선물가격의 공적분 검정

특성근(Eigenvalue	우도비 (Likelihood Ratio	5% 유의수준	1% 유의수준	공적분 갯수
0.008843	57.09054	15.41	20.04	없음
0.000225	1.409565	3.76	6.65	1개 존재함

주 : 1) **는 1% 또는 5%의 유의수준에서 귀무가설의 기각을 나타냄
2) 우도비검정(Likelihood Ratio) 결과를 보면 5%의 유의수준에서 공적분 관계가 1개 존재함을 알 수 있음

4. 헤지성과 분석결과

4.1 헤지모형의 추정

헤지비율을 구하기 위한 추정결과는 <표 4>, <표 5>, <표 6>, <표 7>, <표 8> 에서 보여지고 있다. 최소분산헤지모형의 추정결과인 <표 4>에서 계수 β는 1% 수준에서 유의한 것으로 나타나고 있다. 일중 헤지기간에서 휴장기간 더미변수 d_1(시장 폐장

후 다음날 개장 시까지(overnight)는 1% 수준에서 유의하지만 d_2(점심시간(lunch time))는 유의하지 않은 것으로 나타났다. d_1이 통계적으로 유의성을 가지는 것은 시장 폐장후 다음날 개장시까지의 기간이 18시간(오후 3시에서 다음날 오전 9시까지)으로 일중 헤지기간들보다 월등히 길어 가격변화량이 크기 때문으로 판단되며 d_2가 유의하지 못한 이유는 점심시간이 1시간 30분(11시 30분에서 오후 1시)으로 길지 않아서 일중 헤지기간 들에서의 가격변화량과의 차이가 크지 않았던 데에 영향을 받았기 때문으로 판단된다. 계수값 $\hat{\beta}$가 바로 최소분산헤지비율이 되는데 헤지기간이 길어질수록 당연히 커질 것으로 판단되며 헤지비율이 1보다 작아 선행연구에서처럼 1대 1체지는 적절하지 않은 것을 알 수 있다. R^2는 헤지성과가 될 수 있는데 이것은 Ederington(1979)에서 바로 증명이 되고 헤지기간이 길어질수록 당연히 커질 것으로 판단된다.

<표 4> 최소분산모형의 추정결과

헤지기간	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	d_1	d_2	F-값	R^2
30분	0.008671 (1.348365)	0.710031 (95.19021)	- 0.030649* (- 2.072991)	- 0.009427 (- 0.397859)	3021.750** (3021.750)	0.591138

주 : 1) OLS 추정을 위한 최소분산 헤지모형은 다음과 같이 구성된다.

$$S_t - S_{t-1} = \alpha + \beta(F_t - F_{t-1}) + d_1 D_{1t} + d_2 D_{2t} + \varepsilon_t$$

$S_t - S_{t-1}$, $F_t - F_{t-1}$: t-1시점까지의 현물과 선물의 가격변화

D_{1t}, D_{2t} : 휴장기간(overnight and lunch time)에 대한 더미변수

2) ( )안은 t값임. *, ** : 각각 5%와 1% 수준에서 유의함

벡터오차수정모형의 추정결과로는 다음 식 (24)와 (식 25)에 나타나 있는데 헤지비율은 현물과 선물의 공분산을 선물의 분산으로 나눈비율로 계산된다. 이 결과로는 선물의 분산 C_{ff}가 현물의 분산 C_{ss}보다 크게 나타난다.

<표 5>와 <표 6>은 이변량 Garch(1,1) 모형의 추정결과를 보여주고 있는데 분산방정식에서 잔차의 시차변수에 대한 제곱 (ε^{2}_{t-1})의 계수와 조건부 분산의 시차변수 (h_{t-1})의 계수는 1% 수준에서 유의한 것으로 나타났다. 따라서 H_t가 시차를 갖는 잔차의 제곱뿐만 아니라 시차를 갖는 조건부 분산 그 자체에 의해서도 설명된다는 것을 알 수 있다. 또한 t시점의 분산에 대한 설명에 기여하는 정도를 나타내는 계수값의 크기는 잔차의 시차변수에 대한 제곱인 Arch 항에 대한 계수값이 조건부 분산에 대한 시차변수인 Garch 항보다 큰 것을 알 수 있다. 한편 평균방정식에서 오차수정항은 1% 수준에서 유의한 값을 갖고 있는 것으로 나타났다.

$$\Delta S_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{n1}\beta_{1i}\Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^{n2}\beta_{2i}\Delta F_{t-i} + \sum_{i=1}^{n1}\beta_{3i}\Delta d_{1_{t-i}} + \sum_{i=1}^{n1}\beta_{4i}\Delta d_{2_{t-i}} + \gamma_1 S_{t-i} + \gamma_2 F_{t-i} + \gamma_3 d_{1_{t-i}} + \gamma_4 d_{2_{t-i}} + \varepsilon_{st} \quad (22)$$

$$\Delta F_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{n1}\beta_{1i}\Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^{n2}\beta_{2i}\Delta F_{t-i} + \sum_{i=1}^{n1}\beta_{3i}\Delta d_{1_{t-i}} + \sum_{i=1}^{n1}\beta_{4i}\Delta d_{2_{t-i}} + \gamma_1 S_{t-i} + \gamma_2 F_{t-i} + \gamma_3 d_{1_{t-i}} + \gamma_4 d_{2_{t-i}} + \varepsilon_{ft} \quad (23)$$

추정결과로는

$$\begin{aligned}\Delta S_t = \; & 0.0001 - \underset{(-4.1036)}{0.1524\Delta S_{t-1}} - \underset{(-6.1839)}{0.1375\Delta S_{t-2}} - \underset{(-14.1615)}{0.4953\Delta F_{t-1}} - \underset{(-9.8422)}{0.2095\Delta F_{t-2}} \\ & - \underset{(-1.4701)}{0.0333\Delta d_{1_{t-1}}} + \underset{(1.0766)}{0.0243\Delta d_{1_{t-2}}} - \underset{(-1.6198)}{0.0608\Delta d_{2_{t-1}}} - \underset{(-0.0377)}{0.0490\Delta d_{2_{t-2}}} \quad (24) \\ & - \underset{(-21.2038)}{1.0427 S_{t-i}} - \underset{(-126.1810)}{0.9262 F_{t-i}} - \underset{(-4.1995)}{0.0556 d_{1_{t-i}}} - \underset{(-4.2641)}{0.0892 d_{2_{t-i}}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta F_t = \; & -0.0004 - \underset{(-13.3299)}{0.5548\Delta S_{t-1}} - \underset{(-10.7889)}{0.2698\Delta S_{t-2}} - \underset{(-3.6704)}{0.1438\Delta F_{t-1}} - \underset{(-4.2515)}{0.1014\Delta F_{t-2}} \\ & + \underset{(2.3811)}{0.0606\Delta d_{1_{t-1}}} + \underset{(2.5799)}{0.0655\Delta d_{1_{t-2}}} + \underset{(1.1016)}{0.0463\Delta d_{2_{t-1}}} + \underset{(0.0422)}{0.0024\Delta d_{2_{t-2}}} \quad (25) \\ & + \underset{(14.5569)}{0.8023 S_{t-i}} - \underset{(-126.1810)}{0.9262 F_{t-i}} - \underset{(-4.1995)}{0.0556 d_{1_{t-i}}} - \underset{(-4.2641)}{0.0892 d_{2_{t-i}}}\end{aligned}$$

$$e_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{bmatrix} \mid \phi_{t-1} \sim N(0, H_t) \qquad (26)$$

$$H_t = \begin{bmatrix} 0.5742 & 0.5419 \\ 0.5419 & 0.7213 \end{bmatrix} \qquad (27)$$

<표 5> 이변량 Garch(1,1)모형의 추정결과

변수	계수값	z통계값	변수	계수값	z통계값
Arch(1)	0.3655	25.2692	Arch(1)	0.3757	24.7579
Garch(1,1)	0.3342	32.6759	Garch(1,1)	0.2695	23.0061

<표 6> Kospi200 선물 및 현물의 이변량 Garch(1,1)모형에서 각각의 분산방정식 결과

변수	계수값	z-통계값	변수	계수값	z통계값
d_1	0.0122	1.4695	d_1	-0.0210	-2.2656
d_2	-0.0002	-0.0110	d_2	0.0031	0.1812
선물	0.7343	286.9863	현물	0.8715	212.1653
C	0.0003	0.0660	C	0.0015	0.2300
오차수정항	0.6482	112.6453	오차수정항	-0.8804	-95.3614

이변량 Egarch(1,1)모형의 추정결과는 <표 7>과 <표 8>에 나타나고 있다. 평균방정식에서 오차수정항에 대한 계수값은 1% 수준에서 유의한 것으로 나타났다. 분산방정식에서 조건부 분산의 시차변수 (h_{t-1})의 계수 값 A_{11}, A_{12}, A_{13}의 1% 수준에서 유의하였다. 규모효과(magnitude effect)를 나타내는 계수 값과 부호효과(sign effect)를 나타내는 계수 값은 각각 식 (16)의 $B_{11}, B_{13}, G_{11}, G_{13}$에서 알 수 있듯이 1% 수준에서 유의한 것으로 나타났다. <표 8>의 규모효과 계수값에서 알 수 있듯이 B_{ii}와 G_{ii}가 모두 양(+)의 값을 갖게 되면 같은 크기의 양(+)의 가격변화가 음(-)의 가격변화보다 높은 변동성을 가져오게 된다는 것을 나타낸다. 한편 일반적으로 규모효과의 계수가 양(+)의 값이고 부호효과의 계수가 음(-)의 값을 갖게되면 현물과 선물의 오차항 ε_{st-1}과 ε_{ft-1}의 부호가 다를 때 변동성이 더 크게 된다.

<표 7> 이변량 Garch(1,1)모형의 추정결과

변수	계수값	z-통계값	변수	계수값	z통계값
d_1	0.0148	1.9548	d_1	-0.0081	-0.8832
d_2	0.0082	0.3481	d_2	-0.0004	-0.0023
선물	0.7267	262.7795	현물	0.8663	216.5491
C	-0.0187	-3.4219	C	0.0153	2.3596
오차수정항	-9.9025	-200.2851	오차수정항	0.6492	2.0060

<표 8> Kospi200 선물 및 현물의 이변량 Garch(1,1)모형에서 각각의 분산방정식 결과

변수	계수값(z통계값)	변수	계수값(z통계값)	변수	계수값(z통계값)
A_{11}	0.5059(34.7820)	B_{11}	0.6579(2.1550)	C_{11}	1.4144(91.7546)
A_{12}	- 0.1310(- 11.2141)	B_{12}	0.0092(0.0114)	C_{12}	0.0191(0.5156)
A_{13}	0.5861(58.4248)	B_{13}	0.0377(8.4536)	C_{13}	0.0988(2.0041)

4.2 헤지성과의 분석

헤지성과의 분석은 내표본(in-sample)과 외표본(out-of-sample)에 의한 두 가지 방식으로 이루어진다. 내표본에 의한 방식은 주어진 표본기간에서 모형의 추정과 헤지성과의 측정이 이루어진다. 이에 반하여 외표본에 의한 방식은 주어진 표본기간을 반으로 나누어 앞의 반에 해당하는 표본으로 모형을 추정하고 나머지 반의 표본으로 헤지성과를 측정하게 된다. 이 경우 이변량 Garch모형과 이변량 Egarch모형은 모형의 추정에서 구해진 모수를 사용하여 시간에 따라 변하는 헤지비율을 구하고 헤지성과를 구하게 된다.

① 헤지모형별 헤지성과 : 내표본

<표 9>에서 헤지모형별로 헤지성과를 나타내고 있다. 헤지모형간 비교에서는 기존의 문헌의 결과와 다르게 이변량 Garch모형과 변동성에 대한 비대칭적인 정보효과까지 고려하는 이변량 Egarch모형의 평균헤지성과가 각각0.6119와 0.5909로 가장 높은 것을 알 수 있었다. 반면에 최소분산헤지모형과 벡터오차수정모형의 헤지성과가 가장 낮은 것으로 나타났다.

이상의 헤지모형별 헤지성과의 차이가 통계적으로 유의한지 보기 위해 분산분석(ANOVA)을 하였다. 4개 모형을 대상으로한 분산분석에서 F값은 1725.06으로 1% 수준에서 모형별 헤지성과의 차이가 통계적으로 유의하다는 것을 알 수 있었다.

<표 9> 헤지모형별 헤지성과의 비교 : 내표본

헤지기간	최소분산헤지	VEC헤지	Garch헤지	Egarch헤지	평균
30분	0.0676	0.2287	0.6102	0.5900	0.3741

주 : 1) Garch와 Egarch헤지는 오차수정항이 포함된 모형을 사용한 것임
2) 헤지성과는 헤지된 포지션과 헤지되지 않은 포지션간 분산의 비율을 1에서 차감한 분산의 감소비율 (percent reduction in variation)로 측정함

② 헤지모형별 헤지성과 : 외표본

<표 10>은 외표본에 의할 경우 헤지기간별 헤지성과를 나타내는데 전반적으로 내표본과 별다른 차이점은 없는 것으로 나타났다. 헤지모형별로는 내표본의 경우와 같이 이변량 Garch고형에 의한 헤지성과평균이 0.6102로 가장 높고 그 다음이 이변량 Egarch모형에 의한 헤지성과가 높은 것으로 나타났다. 한편 최소분산헤지모형과 벡터오차수정모형은 내표본에 비하여 약간 외표본의 헤지성과가 높은 것으로 나타났다. 외표본에 의한 헤지모형별 헤지성과에 대한 분산분석결과 4개 모형간 헤지성과에는 F값이 1692.25로 1% 수준에서 통계적으로 유의한 차이점이 발견되었다.

<표 9> 헤지기간별 헤지성과의 비교 : 외표본

헤지기간	최소분산헤지	VEC헤지	Garch헤지	Egarch헤지	평균
30분	0.0558	0.2039	0.6119	0.5909	0.3663

5. 요약 및 결론

본 연구에서는 Kospi 200 선물을 이용한 헤지성과를 추정하였다. 헤지성과를 추정하기 위한 헤지도형으로는 최소분산헤지모형, 벡터오차수정, 이변량 Garch(1,1)모형, 이변량 Egarch(1,1)모형을 이용하였다. 헤지성과는 30분 단위의 헤지모형별로 비교 분석되었다.

헤지성과분석결과 첫째 헤지모형의 추정후 구해진 헤지비율이 모두 1보다 작아 선행연구에서와 같이 1대 1헤지는 적절하지 못한 것으로 판단된다. 둘째 헤지모형별 헤지성과의 차이는 통계적으로 유의성을 가지는 것으로 나타났다. 우선 내표본의 경우에는 기존의 문헌의 결과와 다르게 이변량 Garch모형과 변동성에 대한 비대칭적인 정보효과까지 고려하는 이변량 Egarch모형의 평균헤지성과가 각각0.6119와 0.5909로 가장 높은 것을 알 수 있었다. 반면에 최소분산헤지모형과 벡터오차수정모형의 헤지성과가 가장 낮은 것으로 나타났다. 외표본의 경우에는 내표본의 경우와 같이 이변량 Garch모형에 의한 헤지성과평균이 0.6102로 가장 높고 그 다음이 이변량 Egarch모형에 의한 헤지성과가 높은 것으로 나타났다. 한편 최소분산헤지모형과 벡터오차수정모형은 내표본에 비하여 약간 외표본의 헤지성과가 높은 것으로 나타났다.

따라서 앞으로 이 분야에 대한 연구가 보다 심층적으로 잘 전개되어야 할 것으로 생각된다. 그리고 여기서의 한계점으로는 첫째, 보다 복잡한 옵션모형 등이 포함되어야 할 것이다. 둘째, 모형이 4개가 사용되어졌지만 보다 많은 Time Series모형 예를 들어 구조적인 벡터자기회귀모형(Structural Vector Autoregressive)과 Non-Parametric 및 Semi-Parametric모형에 의한 추정 등 보다 많은 모형들이 추가되어야 할 것으로 판단된다. 셋째, 기존의 연구의 결과에서 헤지시점별로 헤지성과가 통계적 유의성을 갖는 것으로 분석되어졌음으로 헤지시점별 분석도 병행되어야 할 것으로 보인다.

6. 참 고 문 헌

[1] 곽수종, Kospi 200 선물의 최적헷지비율 및 헷지효과 분석, 한국선물학회, Vol.5, 1997, pp.1-30.

[2] 국찬표.구본열, 「현대재무론」, 비봉출판사, 1994.

[3] 김명직.장국현, 「금융시계열분석」, 경문사, 1998.

[4] 이상빈, 한국증권시장에서 주가지수선물을 이용한 헤지 가능성 분석, 한국과학기술원, 1989.6

[5] 이재하.장광열, Kospi 200 선물을 이용한 헤지전략, 한국증권학회, Vol 1, 2000, pp.443-482.

[6] 장경천, 한국증권시장에서 주가지수선물의 헤징효과에 관한 의태분석, 증권학회지 제12편, 1990.

[7] 정한규, Kospi 200 현물 및 선물간 최적헤지비율의 추정, 재무관리연구 제16권 제1호, 1999.6., pp.223-243.

[8] 조대우, 외환선물거래의 헤징효과측정에 관한 연구, 서울대 대학원 박사학위논문, 1990.12.

[9] Crain,S.J. and J. H. Lee, Hedging In Interest Rate Markets : Options On Futures Versus Futures, 한국재무학회, 1997년도 추계학술발표회 논문집.

[10] 태석준 kospi 200 선물가격의 적정성과 헤징효과에 관한 분석, 인하대학교 박사학위 논문, 1996.6.

[11] Baillie, R. and Myers, R., Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge,

[12] *Journal of Applied Econometrics 6* (1991), 109-124.

[13] Black, F., The Pricing of Commodity Contrats, *Journal of Financial Economics 3:1/2* (September 1976), 167-179.

[14] Bollerslev, T., Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates : A Multivariate Generalized ARCH Approach, *Review of Economics and Statistics, 72* (1990), 498-505.

[15] Cecchetti, S., R. Cumby, and S. Figlewski, Estimation of the optimal futures hedge, *Review of Economics and Statistics, 70* (1988), 623-630.

[16] Chan, K., Chan, K. C., and Karolyl, G. A., Intraday Volitility in the Stock Index and Stock Index Futures Markets, *Review of Financial Studies, Vol.4,* (1991), 657-684.

[17] Chang, J. K. and Latha Shanker, A Risk-Return Measure of Hedging Effectiveness : A Comment, *Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 22* (September 1987), 373-376.

[18] Chang, E., Chou, r., and Nelling, E., Market Volatility and the Demand for Hedging in Stock Index Futures, *The Journal of Futures Market, Vol. 20, No.2* (2000), 105-125.

[19] Ederington, L. H., The hedging performance of the new futures markets, *Journal of Finance 34* (1979), 157-170.

[20] Engle, R. and Granger, C., Cointegration and Error Correction Representation, Estimation, and Testing, *Econometrica 55* (1987), 251-276.

[21] Figlewski, S., Hedging performance and basis risk in the stock index futures, *Journal of Finance 39* (1984), 657-669.

[22] Figlewski, S., Hedging With Stock Index Futures : Theory and Application in a New Market, *The Journal of Futures Market, Vol. 5, No.2* (1985), 183-199.

[23] Grammatikos, T. and Saunders, A., Stability and the Hedging Performance of Foreign Currency Futures, *The Journal of Futures Market, Vol. 3, No.3* (1983), 295-305.

[24] Hicks, J. R., Value and Capital, London, 1953.

[25] Howard, C. T. and DAntonio, L. J. A Risk-Return Measure of Hedging Effectiveness, *Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol.19, No.1* (1984.3), 101-112.

[26] Howard, C. T. and DAntonio, L. J. A Risk-Return Measure of Hedging Effectiveness : A Reply, *Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol.22,* (September 1987), 377-381.

[27] Johnson, L., The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures, *Review of Economic Studies 27* (1960), 139-151.

[28] Junkus, J. C. and Lee, C. F. Use of Stock Index Futures in Hedging Decisions, *The Journal of Futures Markets, Vol.5, No.2* (1985), 201-222.

[29] Keynes, J. M., *Treatise on Monday*, Vol.2, London, 1930.

[30] Koutmos, G. and M. Tucker, Temporal relationships and dynamic interations between spot and futures stock markets, *The Journal of Futures markets 16* (1996), 55-69.

[31] Kroner. K.., and Sultan, J., Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures, *Journal of Financial Quantitative Analysis 28, No.4* (December 1993), 535-551.

[32] Lee, J. H. and Linn, S. C., Intraday and Overnight Volatility of Stock Index and Stock Futures Returns, *The Review of Futures Market* (1993), 1-27.

[33] Lindahl, M., Risk-Return Hedging Effectiveness Measures for Stock Index Futures, *The Journal of Futures Markets* (August 1991), 399-410.

[34] Mackinnon, J. G., *Critical Value for Cointegration Tests for in R.F. Engle and C.W.J. Granger, Long-run Economic Relationships*, Oxford University Press, 1991.

[35] Maddala, G. S. and In-Moo Kim, Unit Roots, Cointegration and Structural Change, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 1998.

[36] Malliaris, A. G. and Urrutia, J., Tests of Random Walk of Hedge Ratios and Measures of Hedging Effectiveness for Stock Indexes and Foreign Currencies, *The Journal of Futures Markets 11* (1991a), 55-68.

[37] Malliaris, A. G. and Urrutia, J., The impact of the lengths of estimation periods and hedging horizons on the effectiveness of a hedge : evidence from foreign currency futures, *Journal of Futures Markets 11* (1991b), 271-289.

[38] Marmer, H. S., Portfolio Model Hedging with Canadian Dollar Futures : A Framework for Analysis, *The Journal of Futures Markets* (1986), 83-92.

[39] Myers, R., Estimating time-varying optimal hedge ratios on futures markets, *Journal of Futures Markets 11* (1991), 39-53.

[40] Naidu G. N. and Shin, T. S., Effectiveness of Currency Futures Markets in Hedging Foreign Exchange Risk, Management International Review, Vol.21. No.4 (1981), 5-16.

[41] Nelson, R. D. and Collins, R. A., A Measure of Hedgings Performance, The *Journal of Futures Markets, Vol.5, No.1,* (1985), 45-55.

[42] Peters, E., Hedged-Equity Portfolios : Components of Risk and Return, *Advances in Futures and Options Reserch 1* (1986), 45-55..

[43] Rutledge, David J., Hedgers Demand for Futures Contracts : A Theoretical Framework with Applications to the United States Soybean Complex, *Food Research Institute Studies 11* (1972), 237-256.

[44] Scholes, M. S. The Economics of Hedging and Spreading in Futures Markets, The *Journal of Futures Markets, Vol.11, No.2,* (1981), 265-286.

[45] Stein, J., The Simultaneous Determination of Spot and Futures Prices, *American Economic Review 51* (1961), 1012-1025.

[46] Working, H, Futures Trading and Hedging, *American Economic Review 43* (June 1953), 314-343.

[47] Working, H, New Concepts Concerning Futures Markets and Prices, *American Economic Review 52* (June 1962), 431-459.