

# 개선된 물리기반 변형모델링

정대현<sup>0</sup> 이종원 유관우

경북대학교 컴퓨터공학과, (주)KOG, 경북대학교 컴퓨터공학과

{ktshadow<sup>0</sup>, wonlee, kwryu}@hosanna.net}

## Improved dynamic deformable modeling

Dae-Hyun Jeong<sup>0</sup> Won Lee Kwan-Woo Ryu

Dept. of Computer Engineering, Kyungpook National University, Kog soft,

Dept. of Computer Engineering, Kyungpook National University

### 요약

컴퓨터상의 물체들을 사용자가 원하는 형태로 변형시켜주는 것은 그래픽스에서 흥미로운 과제이다. 본 논문에서는 사용자의 입력에 따라 자연스러운 변형을 보여주는 방법을 제시한다. 단지 컴퓨터 상에서 물체들의 물리적인 성질만 주어진다면, 물리기반 모델링을 이용해서 어떤 물체들에 대해서도 변형에 대한 동작이 가능하다. 본 논문에서 제시한 개선된 변형 모델은 컴퓨터 게임이나 시뮬레이션등에 널리 사용될 수 있을 것이다.

### 1. 서 론<sup>1)</sup>

컴퓨터상에서 사용자가 원하는 모양으로 풍선이나 축구공같은 물체를 놀려버리거나 찌그러뜨릴 수 있도록 하는 것은 흥미로운 일이다. 미리 정해진 모양이 아니라 사용자가 그 때마다 입력에 따라 반응해서 모양이 변형되도록 하는 것, 즉 시뮬레이션적 요소는 컴퓨터 그래픽스에 있어서 중요한 문제이다. 이 문제를 해결하기 위한 중요한 연구중의 하나가 물리기반 모델링이다. 이것은 물체들의 대부분은 물리법칙에 의해 동작되어진다는 생각에서부터 시작한다. 그래서, 그래픽스의 물체들의 움직임도 실제 세계에서와 같이 물리법칙을 적용해서 움직인다면, 자연스럽게 움직일 것이다. 사용자가 입력으로 힘이나 속도를 주게 되면 물리법칙에 의해 물체들의 움직임을 자동적으로 계산하겠다는 것이 물리기반 모델링이다. 물리기반 모델링으로 거의 모든 자연현상의 움직임을 구현하고 있다. 딱딱한 공의 움직임부터, 부드러운 풍선, 부서지는 유리창, 바람에 날려 울고있는 풍경(chimebell), 이뿐 아니라 헛빛이 쏟아지는 물, 화약에 의한 폭발과 연기, 부서지는 파도위에 움직이는 유람선 등등 우리가 상상할 수 있는 실제세계의 거의 모든 것들을 물리기반 모델링으로 구현할 수 있다[5, 6, 8].

본 논문에서 다루고 있는 문제는 변형을 물리기반 모델링으로 구현해서 사용자의 입력에 따라 물체가 변형되도록 하는 것이다. 변형 중에서 가장 혼란 것은 탄성변

형과 소성변형이다. 이러한 모습들을 컴퓨터 상에서 구현하기 위해 많은 연구들이 있어왔다[2, 3, 4, 7]. 그런데 물리기반 모델링이라고 해서 기계학 분야에서의 탄성역학과 소성역학을 이용해서 구현할 수는 없다. 왜냐하면 고려해야 할 요소로 인해 수식들은 복잡해지고, 더불어 컴퓨터에서 모의실험하기엔 너무나 느리다. 실제로 기계역학분야에서 개발한 시뮬레이터는 자동차의 찌그러짐을 보기에도 24시간이 모자랄 정도다. 컴퓨터 그래픽스에서 과학적 정확성과 이론적 근거를 요구하지 않는다. 다만, 그럴 듯한 동작을 원하는 속도로 보여주는 것이다. 그래서 물리기반 모델링에 있어서 탄성변형과 소성변형에 대한 구현을 기계역학과는 상당히 차이가 난다[1].

물리기반 모델링을 이용한 변형모델은 많이 있다]. 최근에는 유한요소법을 써서 변형 모델을 구현한 연구들이 있다. 하지만, 구현하기에도 복잡하며, 유한요소법에 대해 잘 모른다면 이해하기도 쉽지 않다. 질점-스프링모델도 구현하기 쉬워서 많이 이용되고 있지만, 3차원에서 쓰기엔 문제점이 존재한다.

구현하기도 쉽고, 3차원물체 변형에서도 쓸 수 있는 모델이 Terzopoulos의 모델이다[9, 10]. 동작도 그럴 듯하고, 간단한 모델이라서 많이 쓰인다. 그래서 본 연구에서는 Terzopoulos의 모델을 기반으로 변형을 구현한다. 그리고 이 Terzopoulos의 모델을 구현하기에 보다 쉽도록 개선한다. 본 연구의 개선된 모델은 특히 소성변형의 구현은 무척 간단하다. 그리고 속도면에서도 보다 더 빠른 형태의 변형을 보장한다.

본 논문에서는 우선 Terzopoulos의 모델을 제시하고, 이에 대한 개선모델을 서술한다.

1) 이 논문은 2002년도 경북대학교 특성화사업팀(KNURT) 연구비에 의하여 연구되었음

## 2. Terzopoulos의 변형모델

변형모델을 구성하기 위해서 그림과 같이 하나의 물체들을 작은 점들의 모임으로 만든다. 그림 1은 하나의 물체를 와이어프레임으로 나타낸 것으로서, 각 선들의 교차점들이 이 물체들을 이루는 질점들이다. 하나의 물체가 변형은 그 물체를 이루고 있는 질점들의 위치가 변화하는 것이다. 그러므로 변형을 구현하는 것은 각 질점들의 위치를 구하는 문제와 같다.



그림 1. 와이어프레임으로 본 육면체 모델

한 질점을  $a$ 라고 하고, 그 위치를  $r$ 이라고 둔다. 질점에 대해 힘이 가해질 때, 그 질점의 위치를 결정하는 식인 라그랑제 방정식은 다음과 같다[9].

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \mu \frac{\partial r}{\partial t} \right) + \gamma \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial \epsilon(r)}{\partial r} = f(r, t) \quad (1)$$

여기서  $\mu$ 는 그 질점의 질량,  $\gamma$ 는 제동계수(damping density),  $f(r, t)$ 는 그 질점에 가해지는 외부힘이다. 그리고  $\epsilon(r)$ 은 변형에 의해 발생하는 내부의 잠재에너지이다. 이 잠재에너지를 위치에 대해 미분을 하면 질점들 서로 영향을 주는 내부힘이 된다. 각 질점들은 위의 라그랑제 방정식에 의해 그 위치가 정해지는데  $\frac{\partial \epsilon(r)}{\partial r}$ 를 구하는 과정은 다음과 같다.

하나의 질점을  $s_0$ , 그 인접하는 점을  $s_1=s_0+ds$ 라고 두면 그 두 점 사이의 유클리드 거리는 다음과 같이 주어진다.

$$\|r(s_0) - (s_1)\|^2 = ds^T G(s_0) ds \quad (2)$$

여기서  $3 \times 3$  행렬  $G(s_0)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$G_{ij}(s_0) = \frac{\partial r}{\partial s_i}(s_0) \cdot \frac{\partial r}{\partial s_j}(s_0) \quad (3)$$

이  $G$ 를 이용해서 변형에 의해 생긴 에너지를 구할 수 있는데, 본 논문에서와 같이 3차원 물체라면 다음과 나

타낸다[4].

$$\epsilon(r) = \int \|G - G^0\|_F^2 ds_1 ds_2 ds_3 \quad (4)$$

이것을 각 방향좌표에 대해서 편미분을 하면, 한 질점에 가해지는 내부힘이 된다. 그러나, 이것을 편미분해서 나타내기란 어렵기 때문에 다음과 같이 근사화 시킨다[10].

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon(r)}{\partial r} &= w_{00}e - w_{100}\frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{\partial e}{\partial s_1}\right) - w_{010}\frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{\partial e}{\partial s_2}\right) \\ &- w_{001}\frac{\partial}{\partial s_3}\left(\frac{\partial e}{\partial s_3}\right) + w_{200}\frac{\partial^2}{\partial s_1^2}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial s_1^2}\right) + w_{020}\frac{\partial^2}{\partial s_2^2}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial s_2^2}\right) \\ &+ w_{200}\frac{\partial^2}{\partial s_1^2}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial s_1^2}\right) + w_{020}\frac{\partial^2}{\partial s_2^2}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial s_2^2}\right) + w_{002}\frac{\partial^2}{\partial s_3^2}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial s_3^2}\right) \\ &+ w_{002}\frac{\partial^2}{\partial s_3^2}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial s_3^2}\right) + 2w_{110}\frac{\partial^2}{\partial s_1 \partial s_2}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial s_1 \partial s_2}\right) \\ &+ 2w_{101}\frac{\partial^2}{\partial s_1 \partial s_3}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial s_1 \partial s_3}\right) \\ &+ 2w_{101}\frac{\partial^2}{\partial s_2 \partial s_3}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial s_2 \partial s_3}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $e$ 는 그 질점의 원래위치에서 다음위치로 옮겨갔을 때의 그 변화된 거리벡터를 나타낸다. 주어진 식들을 컴퓨터에 구현하기 위해서 이산화 한다[9].

## 3. 개선된 변형모델

### 3.1 탄성변형의 개선

위의  $e$ 를 구하기 위해 원래상태에서의 질점들의 위치를 물체좌표계에서 항상 저장을 해야 한다. 물체가 움직이면, 그 질점들의 원래 위치를 그 물체가 움직인 만큼 움직여 주어야  $e$ 를 구할 수 있다. 따라서, 모든 질점들의 위치 뿐만 아니라 질점들의 원래위치를 저장하고 있으면서, 물체가 움직이면 질점들의 원래위치에 대한 정보를 모두 갱신해야 한다.

본 논문에서는 위의 식에서  $e$ 에 대해서 새로운 식으로 대체한다. 즉, 하나의 텐서와 유사한 형태이다[1].

$e$ 를 다음과 같이 변형된 이산화 형태로 나타낸다.

For  $i = 1..3, j = 1..3$ ,

$$D_i^+(s)[m, n, k] = (r[m+1, n, k] - r[m, n, k]) / 16 - \delta_{ij}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i=j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

여기서  $h_i$ 는  $s_i$ 방향으로 원상태에서의 절점들의 간격이다. 위 식에 의하면  $\frac{\partial r}{\partial s_i}$  를  $D_i^+$ 식으로 나타내었다. 물체상에서 절점들은 균일한 간격으로 있었기 때문에, 그 간격들의 차이를 변형에너지로 나타낸다. 그래서 물체가 이동하고, 회전하더라도 그 때마다 물체들의 원래위치를 계산해주고, 저장할 필요가 없다. 단지 점들사이의 간격의 변화량만 알면 구할 수 있다.

### 3.2 소성변형의 개선

기존의 Terzopoulos모델에서는 변형되는 양만큼 비례해서 원래위치의 변화율의 속도를 결정한다. 변화율을 구한다음, 그 변화율에서 원위치를 바꾸고, 그런 다음  $e$ 를 변화시킨다. 소성변형을 위해서 이러한 일련의 과정을 해주어야 한다. 본 논문에서는 앞에서 제시한 수식(6)을 다음과 같이 변형시켜서 소성변형을 구현한다.

$$D_i^+(s)[m, n, k] = (r[m+1, n, k] - r[m, n, k]) / h_i - (\overline{d}_{ij} - d)$$

여기서  $d$ 는 힘에 비례에서 증가하는 변수이다. 임계값이상의 힘이 가해지게 되면 그에 비례해서  $d$ 값을 힘의 방향으로 증가시키거나 감소시킨다.  $i=j$ 인 경우 각  $d$ 값은  $x, y, z$ 방향으로의 소성변형이고,  $i \neq j$ 인 경우 밀림(shear)소성변형을 만든다. 각 절점에 대한  $d$ 값만 저장해 놓는다면 간단하게 소성변형을 구현할 수 있다.

### 4. 구현결과



결과 1



결과 2



결과 3



결과 4

결과 1은 절점에 힘이 가해졌을 경우의 변형모습이고, 결과 2는 원래 상태로 돌아가는 과정이다. 결과 3은

완전탄성변형후의 모습, 결과 4는 소성변형의 모습이다.

### 5. 결론

본 논문에서는 물리기반 모델링을 사용하여 변형가능 모델을 제시했다. Terzopoulos의 모델을 기반으로 구현하기 쉽고, 자연스러운 탄성변형, 소성변형을 구현하였다. 물체의 탄성저항이나 소성저항등을 입력으로 주고, 사용자에 원하는 위치에 힘을 주게 되면 물체의 변형을 볼 수 있다.

### [참고문헌]

- [1] 전만수, 이형일. 연속체역학에서 유한요소법까지. 피어슨 에듀케이션, 2002.
- [2] Baraff, D., and Witkin, A. 1998. Large steps in cloth simulation. In *Proc. SIGGRAPH '98*, p. 43-54.
- [3] Desbrun, M., Schroder, P., and Barr, A. 1999. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow. In *Proc. SIGGRAPH '99*, 317-324.
- [4] Gibson, S. F., and Mirtich, B. 1997. A survey of deformable models in computer graphics. *Technical Report TR-97-19*, Mitsubishi Electric Research Laboratories, Cambridge, MA.
- [5] House, D., Breen, D. *Cloth Modeling and Animation*. A K Peters, 2000.
- [6] Kass, M., and Miller, G. Rapid, 1990. stable fluid dynamics for computer graphics. In *Computer Graphics (SIGGRAPH '90 Proceedings)*, F. Baskett, Ed., vol. 24, 49-57.
- [7] O'Brien, J. F., Hodgins, J. K., "Graphical Modeling and Animation of Brittle Fracture." In *Proc. SIGGRAPH '99*, pp 137-146.
- [8] Parent, R. *Computer Animation*. Academic Press, 2002.
- [9] Terzopoulos, D., Platt, J., Barr, A., and Fleischer, K. Elastically deformable models. In *SIGGRAPH 87 Conference proceedings*, Annual Conference Series, pages 205-214. ACM SIGGRAPH, Addison Wesley, July 1987.
- [10] Terzopoulos, D., and Fleischer, K. Modeling inelastic deformation: Viscoelasticity, plasticity, fracture. In *SIGGRAPH 88 Conference Proceeding*, pages 269-278. ACM SIGGRAPH, Addison Wesley, Aug. 1988.