

복합구조물에 대한 비선형 직접스펙트럼법의 적용

The Application of a Nonlinear Direct Spectrum Method for Mixed Building Structure

강병두* 박진화** 전대한*** 김재웅****
Kang, Pyeong Doo Park, Jin Hwa Jun, Dae Han Kim, Jae Ung

ABSTRACT

Most structures are expected deform nonlinear and inelastic behavior when subjected to strong ground motion. Nonlinear time history analysis(NTHA) is the most rigorous procedure to compute seismic performance in the various inelastic analysis methods. But nonlinear analysis procedures necessitate more reliable and practical tools for predicting seismic behavior of structures. Some building codes propose the capacity spectrum method. This method is the concept of an equivalent linear system, wherein a linear system having reduced stiffness and increased damping is used to estimate the response of the nonlinear system. This procedure are conceptually simple, but the iterative procedure is time-consuming and may sometimes lead to no solution or multiple solutions. This paper presents a nonlinear direct spectrum method(NDSM) to evaluate seismic performance of structures, without iterative computations, given by the structural initial elastic period and yield strength from the pushover analysis, especially for mixed building structure.

1. 서론

지진요구(seismic demand)의 평가는 구조물의 붕괴방지와 기능수행의 관점에서 비선형 거동의 고려가 필요하다. 지진요구를 산정하기 위한 방법으로는 비선형 시각이력해석(nonlinear time history analysis; 이후로는 NTHA)이 가장 정확하지만 실용성의 측면에서 보다 약산적 방법이 요구되고 있으며^{(1) (4)} 이에 따라 ATC-40(1996)⁽⁵⁾, FEMA-273(1997)⁽⁶⁾과 FEMA-356(2000)⁽⁷⁾ 등에서 약산적인 비탄형 해석법들을 제시하고 있다. 이들 방법 중, ATC-40은 개념적으로는 간단하나

* 정회원 · 거창전문대학 건축과, 조교수
** 동아대학교 건축학부, 석사과정
*** 정회원 · 동서대학교 건설공학부, 부교수
**** 동아대학교 건축학부, 교수

반복계산과정이 요구되며 부정확한 결과가 산출되는 경우가 많다. 이와 같은 시행착오적인 ATC-40의 등가선형 요구스펙트럼대신 비선형 요구스펙트럼을 사용하는 방법들에 대한 연구들^{(8) (10)}이 진행되어 계산과정이 대폭 줄어들기는 하나 아직도 다소의 연산과정이 요구된다.

본 연구에서는 비선형 정적해석에 의한 pushover곡선으로부터 구조물의 항복강도와 진동주기를 구한 다음, 일련의 계산과정을 거치지 않고 직접적으로 다자유도계의 비선형 최대응답을 구할 수 있는 비선형 직접스펙트럼법(nonlinear direct spectrum method; 이후로는 NDSM)을 이용하여 복합구조물에 대한 NDSM의 적용성과 신뢰성을 평가하고자 한다.

2. 비선형 직접스펙트럼법

2.1 비선형 운동방정식

지진하중을 받는 비선형 강성 구조물에 대한 운동방정식⁽¹¹⁾은 다음과 같다.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}, \text{sign}\dot{\mathbf{u}}) = \mathbf{p}_{\text{eff}}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{p}_{\text{eff}}(t) = -\mathbf{m}\boldsymbol{\iota}\ddot{u}_g(t) = -\mathbf{s}\ddot{u}_g(t) \quad (2)$$

$$\mathbf{s} = \sum_{n=1}^N \mathbf{s}_n, \quad \mathbf{s}_n = \Gamma_n \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n \quad (3)$$

$$\Gamma_n = L_n/M_n, \quad L_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}, \quad M_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n \quad (4)$$

식 (1)의 우변은 유효지진력으로 식 (2)와 같이 공간분포 \mathbf{s} 와 스칼라 시간함수 $\ddot{u}_g(t)$ 의 곱으로 나타낼 수 있고, 공간분포 \mathbf{s} 는 식 (3)과 같이 모드별 공간분포 \mathbf{s}_n 의 중첩으로 생각할 수 있다. 여기서, \mathbf{m} , \mathbf{c} 는 각각 구조물의 질량 및 감쇠행렬($N \times N$)이고, \mathbf{f}_s 는 저항력을 나타내는 벡터이다. \mathbf{u} , $\dot{\mathbf{u}}$, $\ddot{\mathbf{u}}$ 는 지반에 대한 상대변위, 속도, 가속도벡터, $\boldsymbol{\iota}$ 는 영향벡터, $\ddot{u}_g(t)$ 는 입력 지진동, $\boldsymbol{\phi}_n$ 은 모드벡터이다.

선형 시스템의 응답산정 과정을 바탕으로 비선형 시스템의 n 차 모드의 응답산정⁽¹¹⁾은 다음과 같이 전개하기로 한다.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}, \text{sign}\dot{\mathbf{u}}) = -\mathbf{s}_n\ddot{u}_g(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{u}_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) \quad (6)$$

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n\omega_n \dot{q}_n + F_{sn}/M_n = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad (7)$$

$$F_{sn} = F_{sn}(q_n, \text{sign}\dot{q}_n) = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{f}_s(q_n, \text{sign}\dot{q}_n) \quad (8)$$

$$q_n(t) = \Gamma_n D_n(t) \quad (9)$$

$$\ddot{D}_n + 2\zeta_n\omega_n \dot{D}_n + F_{sn}/L_n = -\ddot{u}_g(t) \quad (10)$$

$$F_{sn} = F_{sn}(D_n, \text{sign}\dot{D}_n) = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{f}_s(D_n, \text{sign}\dot{D}_n) \quad (11)$$

여기서, N 은 전체자유도수이고, $\mathbf{u}_n(t)$, $q_n(t)$ 는 각각 n 차 모드의 변위벡터, 모드좌표, ω_n , ζ_n 은 n 차 모드에서 선형계의 고유진동수, 감쇠비이다. 식 (10)은 식 (7)과 같은 진동계(SDF)에 사용하는 등가진동계(이후로는 ESDF)의 운동방정식을 나타낸다.

일반적인 비선형 운동방정식 (1)을 n 차 모드의 공간분포 \mathbf{s}_n 을 이용하여 식 (5)와 같은 \mathbf{s}_n 의 운동방정식으로 나타낼 수 있고, 식 (6)의 변환을 거쳐 n 차 모드 방정식 (7)을 유도할 수 있다.

선형 시스템에서는 운동방정식이 N 개의 모드별로 분리(uncoupled)될 수 있으므로 각 모드별 응답은 해를 중첩하면 구할 수 있다. 그러나 시스템이 비선형인 경우 식 (7)은 각 모드들의 상호간 섭 및 강성변화로 인해 서로 연계되며 더 이상 모드해석을 수행할 수 없다. 하지만 선형 시스템에서 n 차 모드를 제외한 나머지 모드에서는 $q_r(t)=0(r \neq n)$ 이라는 성격을 감안하여 Chopra 등⁽¹¹⁾은 비선형 시스템에서도 n 차 모드가 지배적이고, 나머지 모드들의 기여정도가 현저히 낮아 식 (7)은 다른 모드와 분리될 수 있음을 제안하였다. 이것에 근거하여 식 (7)에서 원래는 $F_{sn}(q_1, \dots, q_n, \dots, q_N)$ 이지만 약산적으로 식 (8)과 같은 하나의 모드좌표 $q_n(t)$ 만의 함수인 $F_{sn}(q_n)$ 으로 가정할 때, N 개 방정식들의 연계를 무시할 수 있는 것으로써, Chopra 등은 이러한 해석법을 UMRHA(uncoupled modal response history analysis)라 하였다.

이와 같이 비선형 시스템의 방정식이 각 모드별로 분리된다는 가정을 따른다면, 식 (5)와 같은 N 차의 연립 2계 미분방정식(coupled; MDF) 대신에 식 (7), 식 (10)과 같은 N 개의 독립된 2계 미분방정식(uncoupled; SDF)의 해를 선형중첩하여 구할 수 있다.

위와 같은 가정에 따라 식 (7)로부터 식 (9)의 변환을 거쳐 유도된 식 (10)은 n 차 모드의 ESDF에 대한 운동방정식으로써, 변위 $D_n(t)$ 는 단위질량과 n 차 모드에서의 다자유도계의 선형 진동특성(ω_n, ζ_n)을 갖는 진동계에 동적외력 $\ddot{u}_g(t)$ 이 가해질 때의 응답이 된다. $D_n(t)$ 는 단자유도계의 비선형 동적해석으로 구할 수 있고, $D_n(t)$ 의 최대값 D_o 는 비선형 응답(혹은 설계) 스펙트럼으로부터 간단히 산정할 수 있다.

$$\mathbf{u}_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) = \Gamma_n \boldsymbol{\phi}_n D_n(t) \quad (12)$$

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \mathbf{u}_n(t) = \sum_{n=1}^N \Gamma_n \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) \quad (13)$$

식 (12)는 산정된 ESDF의 응답 $D_n(t)$ 로부터 식 (6)과 식 (9)를 이용하여 계산된 n 차 모드에서의 비선형 변위이고, 또한 전체 변위를 구하기 위해 모드 변위들을 중첩하면 식 (13)과 같다.

2.2 강성이력곡선

식 (10)과 같은 n 차 모드의 비선형 해석을 위한 강성이력곡선 F_{sn}/L_n 은 다음과 같이 추정할 수 있다. n 차 모드에 대한 비선형 정적해석(pushover analysis)으로부터 밀면전단력-최상층변위($V_{bn} - u_m$) 관계를 곡선으로 나타내면 pushover곡선이 된다. 이 곡선에 식 (14)의 변수변환을 적용하여 n 차 모드의 비선형 ESDF 모델에 대한 유사가속도-변위 관계인 $A_n - D_n$ 양식으로 바꾸면 그림 1과 같은 능력곡선이 되고, 식 (15)의 A_{ny}, D_{ny} 는 A_n 과 D_n 의 항복값을 나타낸다.

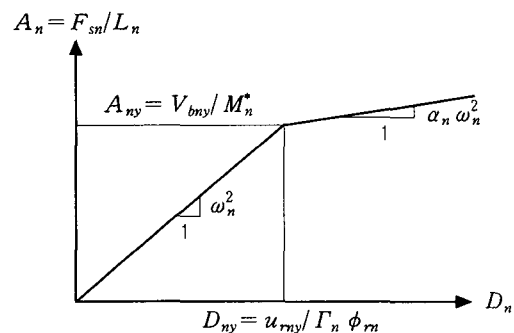


그림 1. $A_n - D_n$ 양식(능력곡선)

$$A_n = \frac{F_{sn}}{L_n} = \frac{V_{bn}}{M_n^*}, \quad D_n = \frac{u_{rn}}{\Gamma_n \phi_{rn}} \quad (14)$$

$$A_{ny} = \frac{F_{sny}}{L_n} = \frac{V_{bny}}{M_n^*}, \quad D_{ny} = \frac{u_{rny}}{\Gamma_n \phi_{rn}} \quad (15)$$

여기서 $M_n^* = L_n \Gamma_n$ 은 n 차 모드의 유효질량이고, 나머지 변수들은 식 (4)와 같다.

그림 1에서 ω_n^2 은 곡선의 초기 기울기이며, n 차 모드에서 ESDF 시스템의 탄성진동주기 T_n 은 다음과 같이 추정될 수 있다.

$$\omega_n^2 = A_{ny}/D_{ny} \quad (16)$$

$$T_n = 2\pi(D_{ny}/A_{ny})^{1/2} \quad (17)$$

2.3 비선형 직접스펙트럼법의 전개과정

비선형 직접스펙트럼법(NDSM)은 위의 내용 중에서 기본($n=1$) 모드를 바탕으로 하고 비선형 가속도응답스펙트럼을 사용하여 비선형 구조물의 최대지진응답을 간단히 구하고자 하는 방법으로 써 전개과정은 아래와 같다.

1) 다자유도계(MDF)

구조물에 대해 pushover해석을 수행하며 해석의 효율성을 위하여 pushover해석시 고차($n=1 \sim 3$) 모드의 영향을 고려한 횡력분포를 사용하며, 밀면전단력 $V_b (= V_{b1})$ 와 최상층변위 $u_r (= u_{r1})$ 의 관계를 구하면 $V_b - u_r$ pushover곡선이 된다. 또한 모드벡터 ϕ_1 은 시스템의 기본 모드인 1차($n=1$) 모드에 대한 것을 사용한다.

2) 등가단자유도계(ESDF)

① 능력곡선(capacity curve; $A-D$ format)

$V_b - u_r$ 관계에 따른 pushover곡선으로부터 식 (15)의 변수변환과 식 (17)을 통해 ESDF 모델의 능력곡선과 유사가속도 $A_y (= A_{1y})$, 진동주기 $T (= T_1 = 2\pi/\omega_1)$ 를 구할 수 있다.

② 요구곡선(demand curve; $A_y/g - T$ format)

지진동에 대한 비선형 가속도응답스펙트럼을 $A_y/g - T$ (비선형 유사가속도-기본진동주기)의 함수로 나타내면 요구곡선이 된다. 비선형 시각이력해석에 사용된 입력지진동에 대해 비선형 가속도응답스펙트럼을 작성하며, 그림 2는 El Centro 1940 NS 지진($\zeta=5\%$, $\ddot{u}_{g\max}=1.0g$)에 대해 작성된 요구곡선⁽¹²⁾의 예이다.

③ 성능점(performance point)

연성비 μ 는 능력곡선에서 산정된 ESDF의 동적특성 T 와 비선형 유사가속도 A_y/g 의 함수로써 그림 2의 요구곡선으로부터 산정할 수 있다. 산정된 연성비 μ 로부터 ESDF의 비선형 변위는 식 (18)과 같이 구할 수 있다.

$$D_o = \mu \frac{A_y}{g} \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 g \quad (18)$$

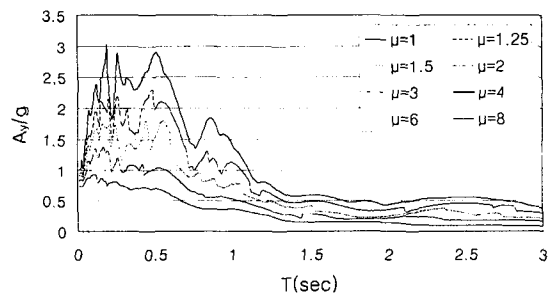


그림 2. El Centro 1940 NS 지진 ($\zeta=5\%$, $\ddot{u}_{g\max}=1.0g$)에 대한 요구곡선

3) 다자유도계(MDF)

구조물의 최상층의 비선형 최대응답 $u_{ro,NDSM}$ 은 식 (12)에 따라 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$u_{ro,NDSM} = \Gamma_1 \phi_{r1} D_o \quad (19)$$

위와 같은 NDSM에 의한 응답 $u_{ro,NDSM}$ 과 실제구조물에 대한 비선형 시각이력해석(NTHA)의 응답 $u_{ro,NTHA}$ 와 비교·검토하기로 한다.

3. 비선형 해석

3.1 기본가정

비선형 정적해석 및 비선형 동적해석은 CANNY⁽¹³⁾를 사용하여 수행하기로 한다. 비선형 직접스펙트럼법의 적용성과 신뢰성을 평가하기 위한 모델은 3차원 복합구조물(하부골조+상부벽식)을 고려하였다. 해석모델은 기초 위에 고정되어 있고 P- Δ 효과를 고려하였다.

3.2 골격곡선 및 이력곡선

본 연구에서 사용한 골격곡선(skeleton curve)은 휨변형에 대해서는 이선형(bi-linear), 전단변형은 삼선형(tri-linear)이며, 축변형은 탄성 모델의 골격곡선을 사용하였다. 휨변형에 대한 항복후강성계수는 철근콘크리트 부재의 휨이론을 적용하여 계산하였으며, 전단변형의 균열후강성계수와 항복후강성계수를 산정하기 위한 전단항복점에서의 할선강성비는 실험적으로 초기탄성강성의 0.16으로, 전단항복 후의 강성은 초기탄성강성의 0.001로 가정⁽¹⁴⁾하였다.

보, 기둥, 전단벽의 전단변형을 표현하기 위한 이력곡선(hysteresis rule)은 Origin-Oriented 모델을 갖도록 균열강도 및 항복강도를 가정하였고 보, 기둥, 전단벽의 휨변형을 표현하기 위해 수정 Clough 모델 이력곡선을 갖도록 제한계수 값을 설정하였다.

3.3 비선형 정적해석(pushover analysis)

비선형 정적해석시 작용수평하중 분포는 고차 모드의 영향을 고려할 수 있는 modal adaptive distribution(이후로는 MAD)⁽¹⁵⁾ 방법을 따랐다. 해석에서 하중 증분은 각 층의 강성변화가 급격히 일어나지 않도록 수평력의 크기 단계별로 증분량을 조절하면서 증가시켰다.

3.4 비선형 시각이력해석(NTHA)

비선형 시각이력해석에서 운동방정식을 풀기 위한 수치적분법으로는 Newmark β 법($\beta=0.25$, $\gamma=0.5$)을 사용하였고, 감쇠로는 Rayleigh 감쇠를 사용하여 해석을 수행하였다.

4. 해석모델 및 분석

4.1 입력지진동

비선형 시각이력해석에 사용된 입력지진동은 그림 3과 같은 El Centro 1940 NS 지진기록을 사용하였으며, 최대지반가속도(PGA)가 1g가 되도록 조정하였다. 입력된 지진이력 데이터에 대한 적

분시간 간격은 0.005sec이며, 지속시간은 31.18sec이다.

4.2 해석모델

NDSM의 적용성을 평가하기 위한 모델은 하부골조 3개 층, 상부벽식 16개 층으로 전체층수가 19층인 복합구조물을 선정하였으며, 모델은 그림 4와 같다. 대표적인 부재의 크기 중, 보(G1, G2)는 400×400, 외부기둥(C1, C2)은 600×600, 내부기둥(C3)은 1000×1000, 외벽(W1, W2)은 200, 그 외의 벽체는 180이며, 단위는 mm이다. 부재는 국내 하중기준(2000)에 의해 설계⁽¹⁶⁾되었다.

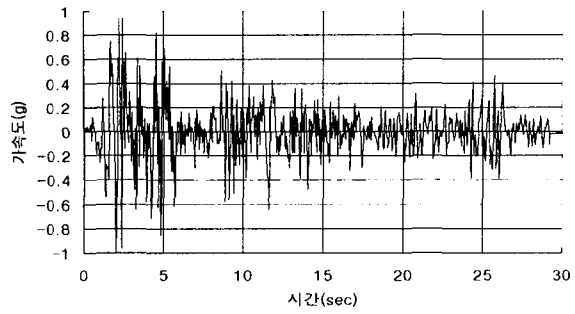
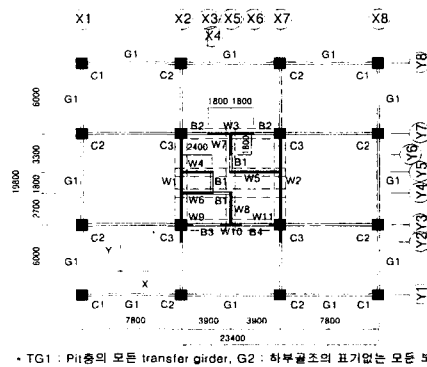
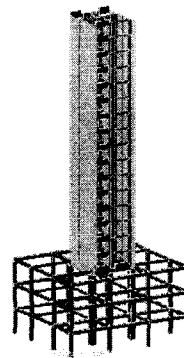


그림 3. El Centro 1940 NS



(a) 평면도



(b) 3차원 구조도

그림 4. 해석모델의 평면도

4.3 해석 결과 및 분석

표 1은 다양한 해석방법에 대한 기본진동주기를 나타낸 것으로서 Midas와 CANNY의 no initial load에 의한 기본진동주기는 거의 일치하며, 또한 CANNY의 initial load와 NDSM에 의한 기본진동주기도 거의 일치함을 알 수 있다. 전자의 경우, CANNY의 해석모델링 방법의 타당성과 신뢰성이, 후자의 경우, NDSM의 신뢰성이 있음을 간접적으로 보여주는 것이다.

표 1. 각종 기본진동주기

해석방법	Midas	CANNY		NDSM
		No initial load	Initial load	
T(sec)	1.577	1.579	1.736	1.739

*: 초기하중이 구조물에 가해지기 전, 탄성상태의 기본진동주기

** : 초기하중이 구조물에 가해진 후, 증분(step-by-step) 해석을 하기 전의 기본진동주기

해석모델에 대해 비선형 시akai력해석(입력지진동 1g로 스케일)을 수행하여 최대변위 $|u_x(t)|_{\max}$ ($= u_{m,NTHA}$)를 산정하며, 이 최대변위를 pushover해석의 목표변위(δ_t)로 가정한다. 고차($n=1\sim 3$) 모드의 영향을 고려한 횡력분포의 pushover해석으로부터 pushover곡선(V_b-u_r 곡선)을 만들며, 이 곡선을 이상화된 이선형(bi-linear)으로 완성하여 항복밀면전단력(V_{by})과 최상층 항복변위(u_{ry})를 얻게된다. 얻어진 V_{by} 와 u_{ry} 를 식 (15)와 (17)에 대입하여 A_y/g 와 T 를 구한다. 이상화

된 비선형의 pushover곡선으로부터 얻은 항복후강성계수와 감쇠비 $\zeta=5\%$ 에 대해 작성된 비선형 가속도응답스펙트럼으로부터 A_y/g , T 에 대한 연성비 μ 를 산정한다.

NDSM에 따라 제반 응답변수들을 구하면 표 2와 같고, 식 (18)로부터 ESDF의 비선형 최대변위 D_o 를 구하면 식 (19)에 따라 최상층 비선형 최대응답 $u_{ro,NDSM}$ 을 구할 수 있다. 응답오차는 식 (20)과 같이 구하였다.

$$\text{오차(\%)} = \frac{(u_{ro,NTHA} - u_{ro,NDSM})}{u_{ro,NTHA}} \times 100 \quad (20)$$

여기서, $u_{ro,NTHA}$ 는 NTHA에 의한 최상층의 최대변위(= $|u_r(t)|_{\max}$)이고, $u_{ro,NDSM}$ 은 NDSM에 의한 최상층의 최대변위이다.

표 2. 해석결과

V_b (tonf)	u_r (m)	A_y/g	T (sec)	α	μ	D_o (m)	$u_{ro,NDSM}$ (m)	$u_{ro,NTHA}$ (m)	오차(%)
293.0	0.18020	0.146	1.739	0.23	2.939	0.323	0.5295	0.571	7.9

5. 결론 및 추후연구과제

본 연구에서는 내진성능을 평가하기 위한 선형, 비선형 능력스펙트럼법들의 반복적인 계산과정을 줄이고, 보다 간단하고 정확한 응답산정을 위한 비선형 직접스펙트럼법(NDSM)을 제시하고 이를 복합구조물에 적용한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 비선형 직접스펙트럼법에서는 등가단자유도계의 T 와 A_y/g 로부터 실제구조물의 비선형 최대응답을 반복적인 과정 없이 직접 구할 수 있으므로 실용적인 방법으로 사료된다.
- (2) 비선형 정적해석에 의한 능력곡선으로부터 얻어진 기본진동주기가 정산해에 근접하므로 비선형 정적해석의 신뢰성을 확인할 수 있다.
- (3) 향후 연구과제로는 보다 많은 지진기록과 다양한 해석모델에 대해 적용성에 대한 검토가 필요할 것으로 사료된다.

감사의 글

이 연구는 2000년도 한국과학재단 연구비 지원에 의한 결과의 일부로 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다. 과제번호: R05-2000-000-00366-0

참고문헌

1. Chopra, A. K. and Goel, R. K., "Capacity-demand-diagram methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDF systems," Report No. PEER-1999/02, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of Berkeley, Berkeley, 1999, p. 67.
2. Freeman, S. A., "Development and use of capacity spectrum method," Proceedings of 6th U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Seattle, CD-ROM. Oakland, Calif. :

EERI, 1998.

3. Paret, T. F., Sasaki, K. K., Eilbeck, D. H., and Freeman, S. A., "Approximate inelastic procedures to identify failure mechanisms from higher mode effects," 11th World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, 1996, Paper No. 966.
4. Bommer, J. J. and Elnashai, A. S., "Displacement spectra for seismic design," *J. Earthquake Engng.* 3, 1999, pp. 1-32.
5. Applied Technology Council, "Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings," Report ATC-40. November, 1996, p. 316.
6. FEMA, "NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings," Report No. FEMA-273, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C., May 1997, p. 439.
7. FEMA, "Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings," Report No. FEMA-356, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C., November 2000, p. 490.
8. Fajfar, P., "Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra," *Earthquake engineering and Structural Dynamics* 28, 1999, pp. 979-993.
9. Reinhorn, A. M., "Inelastic analysis techniques in seismic evaluations," *Seismic design methodologies for the next generation of codes*, eds. P. Fajfar and H. Krawinkler, Rotterdam, Balkema, 1997, pp. 277-287.
10. Vidic, T., Fajfar, P., and Fischinger, M., "Consistent inelastic design spectra : strength and displacement," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 23, pp. 502-521, 1994.
11. Chopra, A. K. and Goel, R. K., "A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for buildings: Theory and preliminary evaluation," Report No. PEER-2001/03, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of Berkeley, Berkeley, 2001, p. 87.
12. Mehmet Inel, Erich M. Bretz, Edgar F. Black, Mark A. Aschheim, and Daniel P. Abrams, "USEE 2001 : Utility Software for earthquake engineering report and user's manual," *Civil and Environmental Engineering*, University of Illinois at Urbana-Campaign, Urbana, Illinois, October, 2001, p. 88.
13. Kang-Ning Li, "CANNY 99, 3-dimensional nonlinear static/dynamic structural analysis computer program-users manual," *CANNY Structural Analysis*, CANADA, 2000, p. 215.
14. Otani, S. and Matsumori, T., "Correlation of Damage and Analysis: Experience from the 1995 Kobe Earthquake," *Proceedings of 7th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering*, Seoul, Korea, 1997. 8, pp. 841-856.
15. Valles, R., Reinhorn, A., Kunnath, S., La C., and Madan, A., "IDARC 2D Version 4.0 : A program for the inelastic damage analysis of buildings," NCEER-96-0010, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY, 1996, p. 237.
16. 강병두, 전대한, 김재웅, "입체 복합구조물의 하부골조 층수 변화에 따른 비선형 거동특성," *한국지진공학회 논문집*, 제6권, 제1호, 2002. 2, pp. 55-62.