

## 추정된 원근투영행렬을 이용한 스테레오 영상 평행화에 관한 연구

정효림, 이종수  
울산대학교 컴퓨터·정보통신공학부  
전화 : 052-259-1648 / 핸드폰 : 018-591-6909

### A Rectification of Stereo Pairs Using Perspective Projection Matrices Estimated

Hyo Rim Jeong, Jong Soo Lee  
Dept. of Computer & Information Technologies, Ulsan University  
E-mail : like210@hanmail.net

#### Abstract

This paper propose a rectification technique by applying the projection matrices derived from perspective projection matrices estimated from self-calibrated stereo image pairs. The derivation is made such that two epipolar lines are in parallel. Rectified images are generated by reprojecting corresponding image points. For the performance analysis of this technique, vertical coordinates of rectified points are compare to those obtained by the technique[3].

#### I. 서론

실세계에 존재하는 3차원 물체를 2차원의 화면에 표현하고자하는 연구가 활발히 진행중이다. 컴퓨터 비전(computer vision)의 스테레오(stereo)를 기반으로 하는 영상기반모델링(image-based modeling) 기술은 최소한 2장의 영상에서 3차원 구조 복원이 가능하다. 스테레오 영상에서 3차원 구조 복원의 정확도는 복원과정에서 획득되는 일치점들의 정확도에 의존한다. 일치점들은 등극선(epipolar line)을 따라 검색하여 구하고 등극선이 평행이 되도록 영상을 교정해주면 보다 쉽고, 빠르면서도 정확하게 구할 수 있게 된다. 이러한 과정

을 스테레오 영상의 평행화(rectification of stereo images)라고 하며 이 과정에서 각 영상에 대한 원근투영행렬(perspective projection matrix)이 필수적으로 요구된다. 카메라 캘리브레이션(camera calibration)을 통해 획득된 영상에서는 이러한 원근투영행렬이 정확한 행렬로 구해진다. 그러나 이런 경우에는 캘리브레이션된 영상에만 적용 가능한 단점을 가지므로 이를 극복하기 위해 셀프캘리브레이션(self-calibration) 기법으로 원근투영행렬을 추정한다[1,2].

본 논문은 스테레오 영상의 평행화에 대한 연구로, 셀프캘리브레이션 기법을 이용하여 원근투영행렬을 추정한다. 그리고 추정된 원근투영행렬을 사용한 스테레오 영상의 평행화 기법을 제시하고, 이 기법의 성능은 캘리브레이션에 의한 평행화 기법과 비교, 분석한다.

#### II. 스테레오 영상의 평행화

##### 2.1 평행화의 개념

스테레오 영상에서 카메라가 평행한 경우는 등극선이 일반적으로 수평, 병렬이 되어 그렇지 않은 경우보다 일치점을 검색 시 계산의 반복이나 오차를 줄일 수 있게 된다. 그러나 정확한 평행을 유지하기 어렵다는 단점을 지닌다. 이를 해결하기 위해 기존의 스테레오 영상을 평행한 카메라에서 얻은 영상처럼 변환하는 스

테레오 영상의 평행화 이론을 도입한다. 평행화는 한 쌍의 스테레오 영상이 주어졌을 때 대칭을 이루는 등극선을 영상의 한 축에 대해서 동일 직선 상에서 평행하게 위치하도록 영상면을 이동하는 것을 말한다.

평행화는 원근투영행렬을 아는 두 대의 스테레오 장비에서 각각의 초점면이 기준선과 평행하게 되도록 하는 새로운 두 개의 원근투영행렬을 구함으로써 이루어진다. 이 때 영상에서의 대응점과 등극선은 영상에서 수직좌표가 동일하게 되어 양쪽의 영상에서의 등극선은 수평선을 이루게 된다. 그림 1에서  $R_0$ 는 평행화 전의 영상면을,  $R_n$ 은 평행화 후의 영상면을 나타낸다. 따라서 스테레오 영상의 평행화는  $R_0$ 에서  $R_n$ 으로의 변환이며, 그림 1과 같다[3].

## 2.2 카메라 모델과 등극선 기하

그림 2에서  $c$ 를 카메라의 초점,  $R$ 은 영상면이라 할 때, 각 카메라에서 실세계 좌표계(world coordinate system)에서 3차원의 점  $w = [x, y, z]^T$ 은 카메라 좌표계(camera coordinate system)에서 영상의 점  $m = [u, v]^T$ 으로 투영된다. 이를 투영 좌표계(projective coordinate system)로 표현하면,  $w$ 에서  $m$ 으로의 이동은 선형 변환(linear transformation)

$\tilde{P}$ 에 의한다.

$$\tilde{m} = \tilde{P} \tilde{w}$$

$$\tilde{m}^T = [U \ V \ S], \quad \tilde{w}^T = [x \ y \ z \ 1]$$

$$m^T = [U/S \ V/S] \quad (\text{if } S \neq 0)$$

$S=0$ 일 때  $w$ 는 초점면으로 정의되고, 무한 투영된다.

이때의 선형변환  $\tilde{P}$ 는 원근 투영행렬로서 카메라 내부인자( $A: 3 \times 3$ ), 외부인자( $G: 4 \times 4$ )로 만들어진다.

$$\tilde{P} = A(I|0)G \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha_u, \alpha_v$ 는 수직, 수평픽셀에서의 초점길이,  $(u_0, v_0)$ 는 원점(principle point)좌표이고,  $R$ 은  $3 \times 3$ 행렬,  $t$ 는 벡터이다.

이러한 원근투영행렬은 식(2)과 같이 쓸 수 있다.

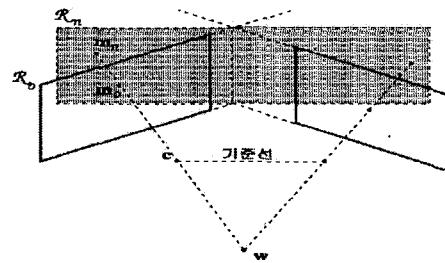


그림 3. 평행화

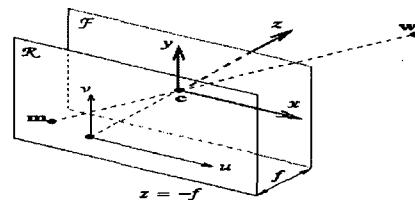


그림 4. 핀홀 카메라 모델

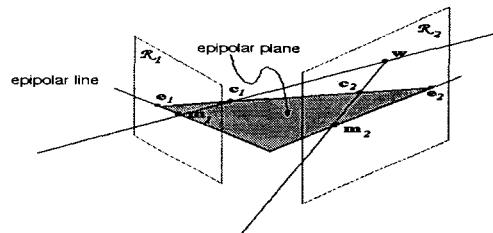


그림 5. 등극선 기하

$$\tilde{P} = \left[ \begin{array}{c|c} \tilde{q}_1^T & \tilde{q}_{14} \\ \tilde{q}_2^T & \tilde{q}_{24} \\ \hline \tilde{q}_3^T & \tilde{q}_{34} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} p & \tilde{p} \\ \hline & p \end{array} \right] \quad (2)$$

두 대의 카메라에서 각 초점을  $c_1, c_2$ 이라 할 때, 점  $w$ 은 양쪽의 영상에 각각  $m_1, m_2$ 으로 투영된다. 원쪽 영상에서 점  $m_1$ 이 주어질 때 그에 대응하는 점은, 오른쪽 영상에서 등극선이라고 불리는 선 위에 위치하게 된다. 이 선은  $m_1$ 에 대한 광선이  $c_2$ 를 통과하여 투영된다. 한 영상에서 모든 등극선은 한 점을 통과하는데, 동일한 초점의 투영인 이 점을 등극점(epipole)이라 한다.

$$\tilde{e}_2 = \tilde{P}_2 \begin{bmatrix} c_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$m_1$ 에 대한 등극선의 등식은 다음과 같다.

$$\tilde{m}_2^T = \tilde{e}_2 + \lambda P_2 P_1^{-1} \tilde{m}_1$$

$c_1$ 이 오른쪽 카메라의 초점면에 있다면, 오른쪽 등극점은 무한대에 있고, 등극선은 오른쪽 이미지에서 병렬의 많은 선으로 나타난다. 등극점이 무한대에 위치하는 것은 매우 특별한 경우이며,  $c_1$ 과  $c_2$ 로 구성된 선(base line)이 양쪽의 초점면으로 포함하거나 영상면이 기준선(base line)에 병렬이 된다. 이것은 등극선이 수평 병렬로 변환되어진 것이며, 이를 평행화라 한다.

### 2.3 원근투영행렬 추정

캘리브레이션이 되지 않은 카메라에서, 원근투영행렬을 추정하기 위해서는 셀프캘리브레이션 기법이 이용된다. 셀프캘리브레이션 기법은 F행렬(Fundamental Matrix)을 이용하여 원근투영행렬을 추정하는 것이다. F행렬은 등극선 기하를 이용하여 계산해 낼 수 있다. F행렬을 추정하기 위해서는 일반적으로 선형방법을 이용하여 F행렬을 구하고 보다 정확한 해를 구하기 위해서 비선형 최소화를 이용하여 최적의 F행렬을 구하는 방법이 이용된다[1].

추정된 F행렬을 이용하여 두 영상 각각의 원근투영행렬을 구할 수 있다. 각 영상의 일치점들만으로, 원근투영행렬과 실세계 점이 복원되는 과정은 미지의 프로젝티브 변환(projective transformation)에 대해 표현된다. 원근투영행렬의 정규화과정에서, 한 영상면을 기준으로 하여 투영행렬을 단위행렬( $P_1 = [I | 0]$ )로 설정하면, 식(1)에서의 원근투영행렬을 임의의  $4 \times 4$  프로젝티브 변환 행렬  $H$ 에 대한 식으로 나타낼 수 있다.

$$P = P_i H = A(I | 0)G \quad (3)$$

$$H = \begin{bmatrix} A & 0 \\ d^T & 1 \end{bmatrix}, \quad d^T = [a, b, c]^T, \quad i = 1, \dots, m \text{ 이다.}$$

영상에 대한 원근투영행렬  $P_1, P_2$ 에 대해 식(3)를 만족하는  $A, d$ 를 찾으므로, 카메라 내·외부 인자를 추정할 수 있다. 이 과정은 선형방법을 통해서  $A, d$ 의 초기치를 결정하고 비선형 최소화로 최적화된 해를 구함으로써, 셀프캘리브레이션 기법에 의해 원근투영행렬을 추정하게 된다[2].

### 2.4 평행화 기법

평행화할 영상에 대한 원근투영행렬을 이용하여 등극선이 평행이 되도록 영상면의 교정해 주는 새로운 원근투영행렬을 구해야 한다. 각 영상에 대해서, 기준

의 원근투영행렬을  $\tilde{P}_{o1}, \tilde{P}_{o2}$ , 새로운 원근투영행렬을  $\tilde{P}_{n1}, \tilde{P}_{n2}$ 라 하면,

$$\tilde{P}_{n1} = \begin{bmatrix} a_1^T & a_{14} \\ a_2^T & a_{24} \\ a_3^T & a_{34} \end{bmatrix}, \quad \tilde{P}_{n2} = \begin{bmatrix} b_1^T & b_{14} \\ b_2^T & b_{24} \\ b_3^T & b_{34} \end{bmatrix} \quad (4)$$

이 된다.

평행화는 새로운 두 원근투영행렬을 구하기 위해서 다음의 제한들을 가진다.

- 1)  $\tilde{P}_{n1}, \tilde{P}_{n2}$ 에 대한 카메라의 초점면이 같다. 따라서 초점면에 해당하는  $a_3 = b_3, a_{34} = b_{34}$ 이 성립한다.
- 2) 평행화 후의 카메라의 초점은 기준의 초점과 같다.

$$\tilde{P}_{n1} \begin{bmatrix} c_1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \quad \tilde{P}_{n2} \begin{bmatrix} c_2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

- 3) 등극점이 무한대에 있을 경우, 등극선은 수평 병렬이 되고, 각 등극점은 동일한 초점으로 투영된다.
- 4) 평행화 후의 초점면은 기준의 초점면, 각각에 대한 교차와 평행이 되는 면이어야 한다.

$$a_3^T(f_1 \wedge f_2) = 0, \quad b_3^T(f_1 \wedge f_2) = 0$$

( $f_1, f_2$ : 각각  $P_{o1}, P_{o2}$ 의 초점면에 해당한다.)

- 5) 평행화 후 영상에서, 양 축은 직각이 되어야 한다.

$$a_1^T a_2 = 0, \quad b_1^T a_2 = 0$$

- 6) 평행화 후의 두 영상에서의 원점  $(u_0, v_0)$ 은

$$u_0 = a_1^T a_3, \quad v_0 = a_2^T a_3$$

으로 주어지고,  $(0, 0)$ 으로 설정한다

- 7) 영상에서의 수평, 수직의 초점길이는 다음과 같다.

$$\alpha_u = \|a_1 \wedge a_3\|, \quad \alpha_v = \|a_2 \wedge a_3\|$$

- 8) 원근투영행렬에서  $\|a_3\|$ 와  $\|b_3\|$ 은 1로, Scale factor로 정의한다.

위의 제한들은 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\begin{aligned} a_3^T c_1 + a_{34} &= 0 & a_2^T c_1 + a_{24} &= 0 \\ a_3^T c_2 + a_{34} &= 0 & a_2^T c_2 + a_{24} &= 0 \\ a_3^T(f_1 \wedge f_2) &= 0 & a_2^T a_3 &= 0 \\ \|a_3\| &= 1 & \|a_2\| &= \alpha_v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1^T c_1 + a_{14} &= 0 & b_1^T c_2 + b_{14} &= 0 & a_2 &= b_2 \\ a_1^T a_2 &= 0 & b_1^T b_2 &= 0 & a_{24} &= b_{24} \\ a_1^T a_3 &= 0 & b_1^T b_3 &= 0 & a_3 &= b_3 \\ \|a_1\| &= \alpha_u & \|b_1\| &= \alpha_u & a_{34} &= b_{34} \end{aligned}$$

위의 식을 통해, 두 원근투영행렬을 구할 수 있다.

이렇게 구해진 원근투영행렬은 기존 영상면에서의 점들을 평행화 한 후의 영상면으로 재투영한 결과로 표현된다. 따라서 기존 영상의 점들은 식(4)의 형태로 재투영되어 나타난다.

$$\begin{aligned}\tilde{m}_o &= \tilde{P}_o \tilde{w}, \quad \tilde{m}_n = \tilde{P}_n \tilde{w} \\ \tilde{m}_n &= P_n P_o^{-1} \tilde{m}_o\end{aligned}\quad (4)$$

### III. 실험 및 성능 비교

캘리브레이션을 통한 원근투영행렬로 평행화를 실시하는 실험에서 원근투영행렬의 정확도를 높이기 위해서, 원근투영행렬을 구성하는 카메라 내·외부 인자들을 임의의 값으로 정하여, 가상으로 설정한 3차원 구조의 각 점을 투영시켜 스테레오 영상에 대한 각각의 대응점을 만들었다. 이를 기준으로 평행화 기법을 적용하여, 두 영상에서의 수직좌표에 대한 일치도를 측정한 결과, 평균오차가 7.0415e-014로 나타났다.

캘리브레이션 되지 않은 영상에 대해 평행화를 위해서 그림 4의 스테레오 영상을 이용했다. 그림 4에서 각각의 영상에서 169개의 일치점들을 사용하여 평행화에 필요한 원근투영행렬을 추정하였고, 이 행렬을 평행화 기법을 통해 새로운 각각의 원근투영행렬을 구하면 표 1과 같다.

이 과정을 통해 평행화를 실험한 결과 두 영상에서의 수직좌표에 대한 평균오차는 0.2238로 구해졌다. 그림 5는 169개의 일치점 중 모서리에 해당하는 일부 점들을 좌표평면으로 나타낸 것이다.

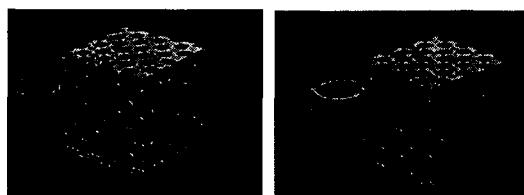


그림 4. 일치점을 표시한 스테레오 영상

표 1 : 추정된 원근투영행렬과 평행화 원근투영행렬

|             | 추정된 원근투영행렬 |       |       | 평행화 원근투영행렬 |       |       |             |
|-------------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|-------------|
| 원<br>쪽      | 5.81       | 0     | 0.26  | 0          | -3.28 | 0.74  | -4.74 -0.00 |
|             | -0.00      | 5.79  | 0.41  | -0.00      | -1.32 | 5.35  | 1.76 -0.00  |
|             | 0          | 0     | 1.00  | 0          | -0.79 | -0.36 | 0.49 0.00   |
| 오<br>른<br>쪽 | -5.84      | 0.44  | -1.30 | 0.29       | -3.28 | 0.75  | -4.74 0.39  |
|             | -0.38      | -5.91 | -0.47 | -0.01      | -1.32 | 5.35  | 1.76 -0.00  |
|             | 0.20       | 0.09  | -1.15 | 0.06       | -0.79 | -0.36 | 0.49 0.00   |

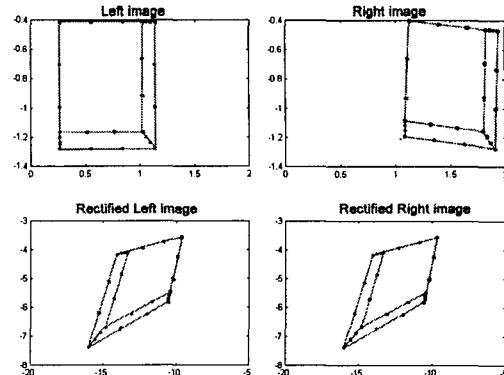


그림 5. 평행화 수행

### IV. 결론

스테레오 영상의 평행화를 위해서는, 일반적으로 원근투영행렬이 필요하다. 이 행렬은 일반적으로 캘리브레이션된 영상에서 구한다.

본 논문에서는 캘리브레이션 되지 않은 스테레오 영상에서도 셀프캘리브레이션 기법을 통해 추정된 원근투영행렬을 사용하여, 평행화에 적용하는 과정을 연구하였다.

실험 결과 본 논문에서 제시한 기법으로 셀프캘리브레이션된 영상에도 평행화가 가능함을 보여주고 있다. 향후에는 스테레오 영상의 평행화 성능의 정확도를 높이기 위해서, 원근투영행렬 추정의 정확도를 높이는 연구가 지속되어야 할 것이다.

### 참고문헌

- [1] Z. Zhang, R. Deriche, O. Faugeras, Q.-T. Luong, "A Robust Technique for Matching Two Uncalibrated Images Through the Recovery of the Unknown Epipolar Geometry", Artificial Intelligence Journal, Vol.78, pp.87-119, October 1995
- [2] 박종승, 김재학, 권혁민, 한준희, "일치점들로부터의 셀프-캘리브레이션을 통한 Euclidean 구조의 복원", 한국정보과학회 춘계학술발표회 논문집 (B).Vol.25,1 , pp.651-653, 1998
- [3] A. Fusiello, E. Trucco, A. Verri. "Rectification with unconstrained stereo geometry", BMVC97, pp.400-409, 1997
- [4] O. Faugeras. "Three-Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint", The MIT press, Cambridge, 1993.