

시간지연을 가지는 파라미터 불확실성 시스템에 대한 견실 비약성 H^∞ 출력제한 제어기 설계

*손 준 혁, 조 상 현, 김 기 태, 박 흥 배
경북대학교 전자공학과
전화: 053-940-8648 / Fax: 053-940-8548

Robust and Non-fragile H^∞ Output Feedback Controller Design for Parameter Uncertain Systems with Time Delay

Jun Hyuck Son, Sang Hyun Cho, Ki Tae Kim, and Hong Bae Park
School of Electronic and Electrical Engineering, Kyungpook National University
E-mail: sjh0309@palgong.knu.ac.kr

Abstract

This paper describes the synthesis of robust and non-fragile H^∞ output feedback controller for parameter uncertain systems with time delay. The sufficient condition of controller existence, and the design method of robust and non-fragile H^∞ output feedback controller are presented. The obtained conditions can be represented as parameterized LMIs, and PLMIs feasibility problems involve infinitely many LMIs hence are very hard to solve. Therefore, PLMIs are replaced by a finite set of LMIs using relaxation techniques(separated convexity concepts). This method is potentially conservative but often provide practically exploitable solutions of difficult problems with a reasonable computational effort. The compatibility of resulting controller is illustrated by numerical example.

I. 서론

일반적으로 제어시스템 설계문제에서 모델링 오차와 같은 불확실성이나 시간지연 등은 시스템의 안정성이나 성능에 좋지 않은 영향을 미친다. 특히 플랜트의 불확실성에 견실하고 최적화된 제어기를 실제 구현할 때 제어기에 존재하는 불확실성-A/D변환·D/A변환과정에서 발생하는 오차, 컴퓨터 기억용량의 한계와 디지털 워드길이의 한계 등-으로 인해 전체 폐루프 시스템의 안정성이 나빠지거나 성능이 저하될 수 있다. 그러므로 제어기 계수값의 변동에도 시스템의 안정성과 성능을 보장할 수 있는 충분한 여유를 가진 제어기의 설계에 관한 연구가 필요하다[2,3].

최근 연구결과들을 살펴보면, Keel 등[2]은 설계된 제어기가 부정확하게 구현된 경우 폐루프 시스템의 이득/위상 여유가 작아져 설계된 제어기의 계수값의 작은 섭동에도 폐루프 시스템의 안정성이 나빠지거나 성능이 저하된다는 것을 보였다. 또한 Jadbabie 등[4]은 선형행렬부등식(LMI)을 이용하여 견실 비약성 상태제한 제어기 설계방법을 제시하였고, Kim 등[7]은 시간지연을 가지는 불확실성 시스템에 대한 견

실 비약성 H^∞ 제어기 설계방법을 제시하였으나, 구조화된 제어기 이득섭동은 고려하지 못하여 보수적인 결과를 얻게 되었다.

따라서, 본 논문에서는 시간지연을 가지는 파라미터 불확실성 시스템에 대하여 구조적인 제어기 이득섭동을 고려한 견실 비약성 H^∞ 제어기가 존재할 충분조건 및 견실 비약성 H^∞ 출력제한 제어기 설계방법을 제시한다. 견실 비약성 H^∞ 제어기가 존재할 충분조건은 파라미터화 선형행렬부등식(PLMI) 형태로 주어지며, PLMI는 무한히 많은 LMI로 표현되어 수치적으로 해를 구하는 것이 불가능하므로 완화기법을 사용하여 PLMI를 유한개의 LMI 형태로 변환하여 그 해를 구한다. 이러한 접근방법은 보수적인 결과를 얻지만, 수식적인 계산이 많이 요구되는 복잡한 문제의 해를 구하는데 유용하다.

II. 예비지식

PLMI 형태

$$M_0(z) + \sum_{i=1}^L \theta_i M_i(z) + \sum_{1 \leq i < j \leq L} \theta_i \theta_j M_{ij}(z) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq L} \theta_i \theta_j \theta_k M_{ijk}(z) < 0 \quad (1)$$

을 고려한다. 여기서, z 는 결정변수이며 $M_i(z)$, $M_{ij}(z)$, $M_{ijk}(z)$ ($i, j, k = 1, 2, \dots, L$)은 z 에 대한 대칭행렬함수이고, 파라미터 $\theta \in \Gamma$ 는

$$\Gamma := \left\{ \theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L) : \sum_{i=1}^L \theta_i = 1, \theta_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, L \right\} \quad (2)$$

를 만족한다.

PLMI는 파라미터 θ 의 변동에 따라 무한히 많은 LMI를 포함하고 있으므로 수치적으로 그 해를 구하는 것이 거의 불가능하다. 따라서, 보수적인 방법인 유한개의 LMI로 변환하는 완화기법을 사용하여 보다 효율적인 접근방법을 제시한다.

* 본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R02-2000-00262) 지원으로 수행되었음

보조정리 1[1]. PLMI 문제 (1)은

$$M_0(z) + \sum_{i=1}^L \theta_i M_i(z) + \sum_{1 \leq i < j \leq L} \max \left\{ -M_{ij}(z) \theta_{ij}, M_{ij}(z) \frac{\theta_i^2 + \theta_j^2}{2} \right\} + \sum_{1 \leq i < j < k \leq L} \max \left\{ -M_{ijk}(z) \theta_{ijk}, M_{ijk}(z) \left(\frac{\theta_i^2}{2} + \frac{\theta_j^2 + \theta_k^2}{4} \right) \right\} < 0, \quad \theta \in \text{vert } \Gamma, \quad (3)$$

을 만족하면 해 z 를 가진다. 여기서, θ_{ij} , θ_{ijk} 는

$$\theta_{ij} = \frac{\theta_i^2 + \theta_j^2}{2} - \frac{\theta_i + \theta_j}{2} + 0.125, \quad (4)$$

$$\theta_{ijk} = \frac{\theta_i^2}{2} + \frac{\theta_j^2 + \theta_k^2}{4} - \frac{\theta_i}{2} + \frac{\theta_j^2 + \theta_k^2}{4} - \frac{\theta_j + \theta_k}{4} + 0.1875, \quad (5)$$

이다. ■

III. 제어기 존재조건

시간지연을 가지는 불확실성 시스템

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t-d(t)) + B_1 w(t) + B_2 u(t), \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t), \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t), \end{aligned} \quad (6)$$

과 제어기

$$\begin{aligned} \dot{x}_K(t) &= A_K x_K(t) + B_K y(t), \\ u(t) &= C_K x_K(t) + D_K y(t), \end{aligned} \quad (7)$$

을 고려한다. 여기서 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 와 $x_K(t) \in \mathbb{R}^k$ 는 상태, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력, $w(t) \in \mathbb{R}^r$ 는 외란, $z(t) \in \mathbb{R}^p$ 는 제어된 출력, $y(t) \in \mathbb{R}^q$ 는 관측된 출력이고, 시간지연 $d(t)$ 는

$$0 \leq d(t) < \infty, \quad \dot{d}(t) \leq \delta < 1 \quad (8)$$

을 만족하는 시변 시간지연이다. 시스템 행렬은

$$\begin{aligned} A &= A_0 + \sum_{i=1}^L \alpha_i(t) A_i, & A_d &= A_{d0} + \sum_{i=1}^L \alpha_i(t) A_{di}, \\ B_m &= B_{m0} + \sum_{i=1}^L \alpha_i(t) B_{mi}, & C_m &= C_{m0} + \sum_{i=1}^L \alpha_i(t) C_{mi}, \\ D_{1m} &= D_{1m0} + \sum_{i=1}^L \alpha_i(t) D_{1mi}, & D_{21} &= D_{210} + \sum_{i=1}^L \alpha_i(t) D_{21i}, \\ A_K &= A_{K0} + \sum_{k=1}^L \beta_k(t) A_{Kk}, & B_K &= B_{K0} + \sum_{k=1}^L \beta_k(t) B_{Kk}, \\ C_K &= C_{K0} + \sum_{k=1}^L \beta_k(t) C_{Kk}, & D_K &= D_{K0} + \sum_{k=1}^L \beta_k(t) D_{Kk}, \end{aligned} \quad (9)$$

를 만족하고, $m = 1, 2$ 이다.

시스템 (6)에 제어기 (7)을 적용하면 페루프 시스템

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= A_{cl} \zeta(t) + A_{dcl} \zeta(t-d(t)) + B_{cl} w(t), \\ z(t) &= C_{cl} \zeta(t) + D_{cl} w(t), \end{aligned} \quad (10)$$

을 얻을 수 있다. 여기서, 각각의 상태와 시스템행렬은

$$\begin{aligned} \zeta(t) &= [x(t) \quad x_K(t)]^T, & A_{dcl} &= \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{cl} &= \begin{bmatrix} A + B_2 D_K C_2 & B_2 C_K \\ B_K C_2 & A_K \end{bmatrix}, & B_{cl} &= \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_K D_{21} \\ B_K D_{21} \end{bmatrix}, \\ C_{cl} &= [C_1 + D_{12} D_K C_2 \quad D_{12} C_K], & D_{cl} &= D_{11} + D_{12} D_K D_{21}, \end{aligned} \quad (11)$$

을 만족한다.

보조정리 2[5,7]. 페루프 시스템 (10)를 고려한다. 주어진 δ 에 대해서

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T P + P A_{cl} + I & P A_{dcl} & P B_{cl} & C_{cl}^T \\ A_{dcl}^T P & -(1-\delta)I & 0 & 0 \\ B_{cl}^T P & 0 & -\gamma^2 I & D_{cl}^T \\ C_{cl} & 0 & D_{cl} & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

를 만족하는 양한정 대칭행렬 P 가 존재하면 페루프 시스템 (10)은 K 의 섭동에 대해서도 점근적으로 안정하고 외란감쇠 γ 한계값을 보장한다.

증명. 리아프노프 함수를

$$V(\zeta(t), t) = \zeta(t)^T P \zeta(t) + \int_{t-d(t)}^t \zeta(t)^T \zeta(t) dt \quad (13)$$

과 같이 고려하고 $\frac{d}{dt} V(\zeta(t), t) < 0$ 를 만족하는 P 가 존재하면 페루프 시스템 (10)은 점근적으로 안정하다. 그리고, H^∞ 성능지수를

$$J = \int_0^\infty \{z(t)^T z(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t)\} dt \quad (14)$$

와 같이 고려하고, 초기치 $x(0) = 0$ 이라고 가정하면 성능지수 (14)는

$$J = \int_0^\infty \left\{ z(t)^T z(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t) + \frac{d}{dt} V(\zeta(t), t) \right\} dt - V(\infty) \quad (15)$$

로 변환되며, 슈어 여수(Schur complement)정리와 변수치환방법을 통하여 H^∞ 견실조건 식 (12)를 구할 수 있다. ■

IV. 제어기 설계

시스템 (6)에 대한 견실 비약성 H^∞ 출력제한 제어기를 설계하기 위해 식 (12)에서 플랜트와 제어기의 변수들을 분리하는 소거과정(elimination procedure)을 통하여 보조정리 3을 얻을 수 있다.

보조정리 3[5]. 주어진 δ 에 대해서

$$\begin{bmatrix} A^T S + S A + I & S A_d & S B_1 & C_1^T \\ * & -(1-\delta)I & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & D_{11}^T \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} RA^T + AR & A_d & B_1 & RC_1^T & R \\ * & -(1-\delta)I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & D_{11}^T & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} \geq 0, \quad (18)$$

을 만족하는 대칭행렬 R, S 와 γ 가 존재하면 제어기의 설
 등에도 안정한 제어기가 존재한다. ■

정리 1. 시간지연을 가지는 불확실성 시스템 (6)에서

$$\begin{aligned} M_0(z) &+ \sum_{i=1}^l \alpha_i(t) M_i(z) + \sum_{i=1}^l \alpha_i(t) \sum_{j=1}^l \alpha_j(t) M_{ij}(z) \\ &+ \sum_{i=1}^l \alpha_i(t) \sum_{k=1}^l \beta_k(t) M_{ik}(z) + \sum_{k=1}^l \beta_k(t) M_k(z) \\ &+ \sum_{i=1}^l \alpha_i(t) \sum_{j=1}^l \alpha_j(t) \sum_{k=1}^l \beta_k(t) M_{ijk}(z) < 0 \end{aligned} \quad (19)$$

를 만족하면 페루프 시스템 (10)을 점근적으로 안정화시키
 고 외란감쇠 γ 한계값을 보장하는 견실 비약성 제어기 K
 를 구할 수 있다. 여기서 각각의 행렬은

$$\begin{aligned} M_0(z) &= \begin{bmatrix} M_0(1,1) & X_{cl} \overline{A_{d0}} & M_0(1,3) & M_0(1,4) \\ * & -(1-\delta)I & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & M_0(3,4) \\ * & * & * & -I \end{bmatrix}, \\ M_i(z) &= \begin{bmatrix} M_i(1,1) & X_{cl} \overline{A_{di}} & M_i(1,3) & M_i(1,4) \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & M_i(3,4) \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix}, \\ M_{ij}(z) &= \begin{bmatrix} M_{ij}(1,1) & 0 & M_{ij}(1,3) & M_{ij}(1,4) \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & M_{ij}(3,4) \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix}, \\ M_{ik}(z) &= \begin{bmatrix} M_{ik}(1,1) & 0 & M_{ik}(1,3) & M_{ik}(1,4) \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & M_{ik}(3,4) \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix}, \\ M_k(z) &= \begin{bmatrix} M_k(1,1) & 0 & M_k(1,3) & M_k(1,4) \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & M_k(3,4) \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix}, \\ M_{ijk}(z) &= \begin{bmatrix} M_{ijk}(1,1) & 0 & M_{ijk}(1,3) & M_{ijk}(1,4) \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & M_{ijk}(3,4) \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (20)$$

이 되고, 식 (20)의 각각의 성분은

$$\begin{aligned} M_0(1,1) &= \overline{A_0}^T X_{cl} + X_{cl} \overline{A_0} + I + \overline{C_{20}}^T K_0^T \overline{B_{20}}^T X_{cl} \\ &\quad + X_{cl} \overline{B_{20}} K_0 \overline{C_{20}}, \\ M_0(1,3) &= X_{cl} \overline{B_{10}} + X_{cl} \overline{B_{20}} K_0 \overline{D_{210}}, \\ M_0(1,4) &= \overline{C_{10}}^T + \overline{C_{20}}^T K_0^T \overline{D_{120}}^T, \\ M_0(3,4) &= D_{110}^T + \overline{D_{210}}^T K_0^T \overline{D_{120}}^T, \\ M_i(1,1) &= \overline{A_i}^T X_{cl} + X_{cl} \overline{A_i} + \overline{C_{2i}}^T K_0^T \overline{B_{20}}^T X_{cl} + X_{cl} \overline{B_{20}} K_0 \overline{C_{2i}} \\ &\quad + \overline{C_{20}}^T K_0^T \overline{B_{2i}}^T X_{cl} + X_{cl} \overline{B_{2i}} K_0 \overline{C_{20}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_i(1,3) &= X_{cl} \overline{B_{1i}} + X_{cl} \overline{B_{20}} K_0 \overline{D_{21i}} + X_{cl} \overline{B_{2i}} K_0 \overline{D_{210}}, \\ M_i(1,4) &= \overline{C_{1i}}^T + \overline{C_{2i}}^T K_0^T \overline{D_{120}}^T + \overline{C_{20}}^T K_0^T \overline{D_{12i}}^T, \\ M_i(3,4) &= D_{11i}^T + \overline{D_{21i}}^T K_0^T \overline{D_{120}}^T + \overline{D_{210}}^T K_0^T \overline{D_{12i}}^T, \\ M_{ij}(1,1) &= \overline{C_{2i}}^T K_0^T \overline{B_{2j}}^T X_{cl} + X_{cl} \overline{B_{2j}} K_0 \overline{C_{2i}}, \\ M_{ij}(1,3) &= X_{cl} \overline{B_{2j}} K_0 \overline{D_{21i}}, \quad M_{ij}(1,4) = \overline{C_{2i}}^T K_0^T \overline{D_{12j}}^T, \\ M_{ij}(3,4) &= \overline{D_{21i}}^T K_0^T \overline{D_{12j}}^T, \\ M_{ik}(1,1) &= \overline{C_{2i}}^T K_k^T \overline{B_{20}}^T X_{cl} + X_{cl} \overline{B_{20}} K_k \overline{C_{2i}} \\ &\quad + \overline{C_{20}}^T K_k^T \overline{B_{2i}}^T X_{cl} + X_{cl} \overline{B_{2i}} K_k \overline{C_{20}}, \\ M_{ik}(1,3) &= X_{cl} \overline{B_{20}} K_k \overline{D_{21i}} + X_{cl} \overline{B_{2i}} K_k \overline{D_{210}}, \\ M_{ik}(1,4) &= \overline{C_{2i}}^T K_k^T \overline{D_{120}}^T + \overline{C_{20}}^T K_k^T \overline{D_{12i}}^T, \\ M_{ik}(3,4) &= \overline{D_{21i}}^T K_k^T \overline{D_{120}}^T + \overline{D_{210}}^T K_k^T \overline{D_{12i}}^T, \\ M_k(1,1) &= \overline{C_{20}}^T K_k^T \overline{B_{20}}^T X_{cl} + X_{cl} \overline{B_{20}} K_k \overline{C_{20}}, \\ M_k(1,3) &= X_{cl} \overline{B_{20}} K_k \overline{D_{210}}, \quad M_k(1,4) = \overline{C_{20}}^T K_k^T \overline{D_{120}}^T, \\ M_k(3,4) &= \overline{D_{210}}^T K_k^T \overline{D_{120}}^T, \\ M_{ijk}(1,1) &= \overline{C_{2i}}^T K_k^T \overline{B_{2j}}^T X_{cl} + X_{cl} \overline{B_{2j}} K_k \overline{C_{2i}}, \\ M_{ijk}(1,3) &= X_{cl} \overline{B_{2j}} K_k \overline{D_{21i}}, \quad M_{ijk}(1,4) = \overline{C_{2i}}^T K_k^T \overline{D_{12j}}^T, \\ M_{ijk}(3,4) &= \overline{D_{21i}}^T K_k^T \overline{D_{12j}}^T. \end{aligned} \quad (21)$$

과 같고, 식 (21)의 시스템 행렬은

$$\begin{aligned} \overline{A_0} &= \begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{A_i} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{A_{d0}} = \begin{bmatrix} A_{d0} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \overline{A_{di}} &= \begin{bmatrix} A_{di} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{B_{10}} = \begin{bmatrix} B_{10} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{B_{1i}} = \begin{bmatrix} B_{1i} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \overline{C_{10}} &= [C_{10} \ 0], \quad \overline{C_{1i}} = [C_{1i} \ 0], \quad \overline{B_{20}} = \begin{bmatrix} 0 & B_{20} \\ I & 0 \end{bmatrix}, \\ \overline{B_{2i}} &= \begin{bmatrix} 0 & B_{2i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{C_{20}} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ C_{20} & 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{C_{2i}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ C_{2i} & 0 \end{bmatrix}, \\ \overline{D_{210}} &= \begin{bmatrix} 0 \\ D_{210} \end{bmatrix}, \quad \overline{D_{21i}} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21i} \end{bmatrix}, \quad \overline{D_{120}} = [0 \ D_{120}], \\ \overline{D_{12i}} &= [0 \ D_{12i}], \quad K_0 = \begin{bmatrix} A_{K0} & B_{K0} \\ C_{K0} & D_{K0} \end{bmatrix}, \quad K_k = \begin{bmatrix} A_{Kk} & B_{Kk} \\ C_{Kk} & D_{Kk} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

와 같이 정의한다.

증명. 보조정리 3에서 식 (16)~(18)을 만족하는 대칭행렬
 R, S 와 γ 를 구한 다음

$$MN^T = I - RS \quad (23)$$

을 만족하는 완전열계수 M, N 을 구한다. 이로부터

$$X_{cl} = \begin{bmatrix} S & I \\ N^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & R \\ 0 & M^T \end{bmatrix} \quad (24)$$

를 구할 수 있으며, 식 (24)를 식 (12)에 대입하면 식 (19)
 의 PLMI 형태로 구할 수 있다. ■

V. 모의실험

시스템 (6)에서 각각의 행렬이

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \alpha_1(t) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix} + \alpha_2(t) \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 A_d &= \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 0.1 & -0.3 \end{bmatrix} + \alpha_1(t) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix} + \alpha_2(t) \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 B_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \alpha_1(t) \begin{bmatrix} 0 \\ -0.3 \end{bmatrix} + \alpha_2(t) \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\
 B_2 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_1(t) \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \end{bmatrix} + \alpha_2(t) \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\
 C_1 &= [1 \ 0] + \alpha_1(t)[0 \ 0] + \alpha_2(t)[0.1 \ 0], \\
 C_2 &= [0 \ 1] + \alpha_1(t)[0 \ 0] + \alpha_2(t)[0 \ 0.1], \\
 D_{12} &= I + \alpha_1(t)[0] + \alpha_2(t)[-0.6 I], \\
 D_{21} &= I + \alpha_1(t)[0.1 I] + \alpha_2(t)[0],
 \end{aligned} \tag{25}$$

이고, 파라미터 α_1, α_2 는 $\alpha_1(t) \in [0 \ 1], \alpha_2(t) \in [0 \ 1]$ 이며 $\delta=0.4$ 이다. 보조정리 3으로부터

$$\begin{aligned}
 R &= \begin{bmatrix} 0.7000 & -0.1377 \\ -0.1377 & 0.9288 \end{bmatrix}, \\
 S &= \begin{bmatrix} 2.2590 & 0.7352 \\ 0.7352 & 2.1716 \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{26}$$

과 $\gamma=2.049$ 를 구할 수 있고, 식 (24)를 통해

$$X_{cl} = \begin{bmatrix} 2.2590 & 0.7352 & -0.4800 & -0.3718 \\ 0.7352 & 2.1716 & -0.2156 & -0.9157 \\ -0.4800 & -0.2156 & 0.3063 & 0.1341 \\ -0.3718 & -0.9157 & 0.1341 & 0.7993 \end{bmatrix} \tag{27}$$

을 구할 수 있으며, 최종적으로 정리 1을 통해

$$\begin{aligned}
 K_0 &= 10^4 \times \begin{bmatrix} -0.1876 & -0.2232 & -0.0009 \\ -0.1107 & -1.0876 & 0.0001 \\ -0.0002 & -0.0002 & -0.0000 \end{bmatrix}, \\
 K_1 &= 10^4 \times \begin{bmatrix} 0.1850 & 0.2231 & 0.0009 \\ 0.1109 & 1.0874 & -0.0000 \\ -0.0003 & 0.0002 & 0.0000 \end{bmatrix}, \\
 K_2 &= 10^4 \times \begin{bmatrix} 0.1850 & 0.2231 & 0.0009 \\ 0.1109 & 1.0874 & -0.0000 \\ -0.0003 & 0.0002 & 0.0000 \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{28}$$

과 외란감쇠 $\gamma=4.015$ 을 구할 수 있다. 따라서 건설 비약성 H^∞ 제어기 K_0 와 제어기 섭동영역의 꼭지점 K_1, K_2 를 적용시키면, 시스템을 점근적으로 안정화시키고 외란감쇠 γ 한계값을 보장함을 그림 1, 2에서 보인다.

VI. 결론

본 논문에서는 시간지연을 가지는 파라미터 불확실성 시스템에 대하여 구조적인 제어기 이득섭동을 고려한 건설 비약성 H^∞ 제어기가 존재할 충분조건 및 건설 비약성 H^∞ 출력제한 제어기 설계방법을 제시하였다. 그리고 제시한 제어기가 플랜트와 제어기의 불확실성에도 페루프 시스템을 점근적으로 안정화시키고, 외란감쇠 γ 한계값을 보장함을 예제를 통해 확인하였다.

향후 연구과제로 완화조건을 이용하지 않고 PLMI의 해를 직접적으로 구하는 방법에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] H. D. Tuan and P. Apkarian, "Relaxation of parameterized LMIs with control applications," *Int. J. of Robust Nonlinear Control*, vol. 9, pp. 59-84, 1999.
- [2] L. H. Keel and S. P. Bhattacharyya, "Robust, fragile, or optimal," *IEEE Trans Automat. Contr.*, vol. 42, no. 8, pp. 1098-1105, 1997.
- [3] P. Dorato, "Non-fragile controller design: An overview," *Proc. Amer. Contr. Conf. in Philadelphia, Pennsylvania*, pp. 2829-2831, 1998.
- [4] A. Jadbabie, C. T. Abdallah, D. Famularo, and P. Dorato, "Robust, non-fragile and optimal controller via linear matrix inequalities," *Proc. Amer. Contr. Conf. in Philadelphia, Pennsylvania*, pp. 2842-2846, 1998.
- [5] P. Gahinet and P. Apkarian, "A linear matrix inequality approach to H^∞ control," *Int. J. of Robust Nonlinear Control*, vol. 4, pp. 421-448, 1994.
- [6] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM, 1994.
- [7] J. H. Kim, S. K. Lee, and H. B. Park, "Robust and non-fragile H^∞ control of parameter uncertain time-varying delay systems," *SICE in Morioka*, pp. 927-932, July 1999.
- [8] S. H. Cho, K. T. Kim, and H. B. Park, "Robust and non-fragile H^∞ controller design for affine parameter uncertain system," *Proc. IEEE Conf. Dec. Contr. in Sydney*, pp. 3224-3229, 2000.

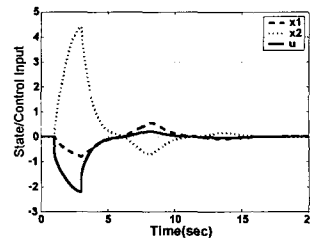


그림 1. 상태 및 제어입력의 궤적
Fig. 1. The trajectories of states and control input

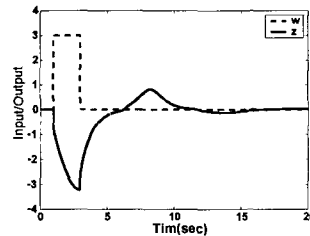


그림 2. 외란 및 제어된 출력의 궤적
Fig. 2. The trajectories of disturbance input and controlled output