

## 예측제어기를 이용한 불확실한 시간지연 보상

허 화 라, \*이 장 명

송호대학 정보산업계열, \*부산대학교 전자공학과

전화 : 033-340-1030 / 핸드폰 : 017-377-1377

### Compensation of the Uncertain Time Delays Using a Predictive Controller

Hwa-Ra Hur, Jang-Myeng Lee

Dept. of Information Industry, Songho College

E-mail : hrhur@songho.ac.kr

#### Abstract

In this paper, we newly propose a predictor model which is a method to overcome the time-varying delay in a system and we verify that the predictor model is well suited for the time-delayed system and improves the stability a lot through the experiments. The proposed predict compensator compensates uncertain time delays and minimizes variance of system performance. Therefore it is suitable for the control of uncertain systems and nonlinear systems that are difficult to be modeled.

The simulation conditions are set for the cases of various input time delays and simulations are applied for the 2-axis robot arms which are drawing a circle on the plane. Conclusively, the proposed predict compensator represents stable properties regardless of the time delay. As a future research, we suggest to develop a robust control algorithm to compensate the random time delay which occurs in the tele-operated systems.

#### I. 서론

선형 강인제어 이론에서는 시스템 내부에 존재하는 불확실성에 대하여 안정성을 만족하는 제어기 설계방법을 제시한다

[1,2]. 강인제어 이론에서는 모델링 오차가 발생해도 제어 시스템의 안정성을 보장하지만 오차를 보상하지 못하므로 성능의 저하는 발생하게 된다. 또한 시간지연의 모델링 오차에 대해서 안정성을 만족하기 위해서는 응답을 빠르게 설계할 수 없으므로 성능과 안정성 문제에 대하여 트레이드 오프관계를 지닌다.

본 논문에서는 불확실한 시간지연에 대하여 시스템의 안정성과 성능을 만족할 수 있는 제어기의 설계 문제를 다루고자 한다. 앞에서 언급한 선형제어에서 발생하는 시스템의 성능저하 문제를 예측기를 이용하여 시간지연된 데이터를 보상함으로써 시스템의 성능저하를 최소화하며, 예측기는 현재 시점을 기준으로 이전에 입력된 과거값으로부터 선형 예측합수를 구하고, 출력값의 가중치를 고려한 가중합수를 구하여 지연된 출력을 추정할 수 있는 예측제어기 모델을 제안하며 이를 실제 적용하여 보다 안정적이고 시간지연의 영향을 최소화하는 시스템을 구현하여 제안된 모델의 타당성을 검증하고자 한다. 이에 따라 본 연구에서는 시간지연이 존재하는 2-링크 매니퓰레이터의 원격제어 시뮬레이션을 수행하여 불확실한 시간지연이 시스템의 출력에 나타나는 영향과 예측보상기를 적용하였을 때 나타나는 시간지연의 영향을 비교, 고찰하고자 한다.

#### II. 예측보상기에 의한 불확실한 시간지연 보상

## 2.1 선형 예측합수

기존의 예측은 플랜트의 모델을 정확히 구하여 앞으로의 출력을 예측하는 방법으로 모델링이 정확히 되면 좋은 특성을 얻을 수 있으나, 플랜트의 모델링 오차가 커진다거나 모델링이 되지 않는 비선형 시스템이나 시간지연이 큰 시스템에 대해서는 적용하기가 어렵다는 단점이 있다. 선행연구[3]에서 과거의 출력과 현재의 출력 사이에 상관관계가 크며 출력이 랜덤하지 않은, 제어에서의 일반적인 플랜트에 대하여 적용 가능한 예측모델로 식(1)을 제안하였다.

$$y[n+d] = y[n] + f_L \left\{ \frac{d}{dn}, y[n], \dots, y[n-M] \right\} \cdot f_P(f_L, m_N, \sigma^2) \quad (1)$$

제안된 예측모델은 n 시점에서 N개의 이전 값으로부터 d 이후의 값을 예측하는 모델로서, 지연된 N개의 과거값에서 파라미터(평균  $m_N$ , 분산  $\sigma^2$ )를 추출하여 d 이후의 값을 예측한다.

식 (1)에 정의된  $f_L \left\{ \frac{d}{dn}, y[n], \dots, y[n-M] \right\}$ 은 선형 근사 함수의 미분값으로 식(2)로 정의할 수 있다.

$$f_L = \left( \frac{dy[n]}{dn} d + \frac{1}{2!} \frac{d^2 y[n]}{dn^2} d^2 + \dots + \frac{1}{r!} \frac{d^r y[n]}{dn^r} d^r + \dots \right) \Big|_{n=n_0} \quad (2)$$

식(2)의  $f_L$ 에 의해서  $y[k]$ 의  $k=n+d$  시점에서의 출력 파형이 증가 상태인지 감소 상태인지를 예측한다. 즉 그림 1을 예로써 예측모델에 의해 관측할 수 있는 증감 상태의 예측은 다음과 같다.

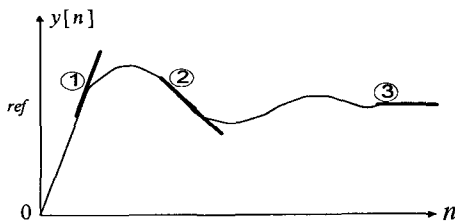


그림1. 선형예측에 의한 보상  
Fig. 1. Compensation by linear prediction.

초기에는 그림 1의 ①과 같이  $y[n]$ 의 기울기가 양이므로 향후 계속해서 보상하여 수렴 속도를 증가시켜야 함을 예측할 수 있으며, ②의 경우는  $y[n]$ 의 기울기가 음이므로 음수값을 보상하여 수렴 속도를 증가시켜야 함을 예측할 수 있으며, ③, ②의 경우 보상값은 식(17)과 연계되어 결정된다. ③의 경우

는  $y[n]$ 의 기울기가 영으로, 수렴 상태가 되어 보상 없이 일반적인 PID 알고리즘으로 제어된다. 안정 상태인 ③에서 시간 지연이 발생하게 되면 N개의 data값이 바뀌므로 ①의 상태가 되어 예측기를 사용하여 제어된다.

그러나 선형 예측기는 다음과 같은 문제점이 발생할 수 있다.

- 1) 식 (2)의 예측기의 구조는 근사화된 함수이므로 그에 따른 예측치의 불일치가 발생할 수 있다.
- 2) 예측기의 주파수응답은 HPF(High Pass Filter)의 특성을 나타내므로 센서측에서 노이즈 성분이 존재하는 경우에 대하여 고주파 성분의 센서 노이즈를 제거하지 못하고 예측치에 크게 영향을 미칠 수 있다.
- 3) 예측기는 관측된 출력만으로 예측을 하는 형태로서 시간 지연이 비교적 큰 경우와 같이 현재 관측된 값과 실제값의 상관관계가 크지 않은 경우에는 예측된 값의 신뢰성을 보장할 수 없다.

## 2.2 가중치합수

선형예측합수에서 발생할 수 있는 문제점을 보상하여 예측된 값의 신뢰성과 시스템의 안정성을 높이기 위하여 플랜트의 확률적 모델을 도입한다. 실제 예측되는 값은 식 (3)과 같이 플랜트로 입력되는 제어입력  $u(t)$ 와 시스템의 임펄스 응답  $g(t)$ 의 컨볼루션으로 되어야 한다.

$$y(t) = y_r(t) + \int_{t-r}^t g(k-t) u(k) dk \quad (3)$$

그러나 식 (3)은 시스템의 모델을 바탕으로 하므로 플랜트에 대한 비교적 정확한 모델 정보가 요구된다. 정확한 플랜트의 모델이 아니라 확률에 기인한 모델을 구성하여 예측되는 값을 확률분포 함수형태로 나타내어 예측된 값의 신뢰도를 평가할 수 있는 모델을 구성하여 선형예측의 문제점들을 보상한다. 플랜트의 확률적 모델은 식 (4)와 같이 지연된 시간  $\tau$ 동안 제어입력  $u(k)$ 에 의해 생성되는 출력  $\Delta y$ 의 통계적 확률밀도 함수를 구성한다.

$$f_{\Delta y} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (4)$$

$f_P(f_L, m_N, \sigma^2)$ 는 출력의 확률함수로 식 (5)로 표시되는 Gaussian 함수를 사용하였다. 여기서 분산( $\sigma^2$ )은 평균( $m_N$ )과 분산 이득  $k_p$ 에 영향을 받으며,  $ref$ 는 기준입력이다.

$$f_P(f_L, m_N, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left( \frac{(y[n]+f_L)-ref}{\sigma} \right)^2\right\} \quad (5)$$

제한된 예측모델은 출력값이 발생될 확률을 고려하여 선형 예측과 함께 이후의 값을 추측하므로, 선형 예측에서 발생될 수 있는 오차를 출력 확률로서 보완하여 실제 값에 가깝게 예측할 수 있는 모델이다.

### III. 시간지연이 있는 2축 로봇팔의 원격제어 시뮬레이션

원격제어에 대한 시스템의 성능을 평가하기 위하여 설계된 제어시스템을 2-축 로봇팔에 적용하여 시뮬레이션 하였다. 로봇의 동작 궤적은 원의 형태로 로봇의 작용점(End-Effector)을 추종하도록 하였다. 로봇의 각 관절의 기준입력은 0.125[rad/sec]의 정현파 형태로 나타났다. 로봇의 제어루프 내부에 시간지연을 인가하고 일반적인 LQG/LTR을 이용하여 설계된 제어기에 의한 동작과 예측보상기를 포함한 LQG/LTR 제어기와 비교분석 할 것이다. 제어주기(Sampling time)는 2[ms]로 설정하였으며 최대 안정한 시간지연의 범위는 100[ms]로 설계하였다.

#### 3.1 예측구간의 불일치에 대한 시스템의 성능

선형제어기로 LQG/LTR 방법을 이용하여 100[ms]의 시간지연에 대하여 강인한 제어를 설계하였다. 설계된 시스템의 필터제인과 제어제인은 다음과 같다.

$$H = \begin{bmatrix} 7.9527 & 0 \\ 0 & 7.9527 \\ 31.623 & 0 \\ 0 & 31.623 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 44.7 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 44.7 \end{bmatrix}$$

보상기의 전달함수와 특성방정식은 시뮬레이션에서 이산제어기 형태로 구현하기 위해 Euler 근사법에 의해 식 (6)의 차분방정식 형태로 나타내고 시뮬레이션으로 MBC(Model Based Compensator)를 구현하였다.

$$\begin{aligned} z[k+1] &= (I + (A - BG - HC)T)z[k] - HTe[k] \\ u[k] &= -Gz[k] \end{aligned} \quad (6)$$

예측구간의 불일치에 따른 제어시스템의 성능변화를 관찰하기 위하여 10[ms] 단위로 시간지연을 인가하고 그에 따른 LQG/LTR 제어시스템과 예측보상기가 적용된 시스템의 응답을 구하였다. 성능에 대한 비용지표는 식 (7)의 각관절 누적 오차로 정의하였다. 결과에서 누적수 N은 10초의 동작에 대하여 5000의 값을 가진다. 그림 2는 이를 그래프로 나타낸 결과이다.

LQG/LTR 제어의 결과를 살펴보면 100[ms] 이내의 시간지연에 대해서는 안정적인 제어성능을 얻을 수 있음이 확인된다. 이는 설계시 100[ms]의 시간지연의 불확실성에 대하여 안정도-강인성 조건을 만족하도록 설계한 결과이다. 110[ms]의 결과는 오차가 비교적 크게 발생하여 로봇의 작용점이 궤적을 잘 추종하지 못하였으며 120[ms] 이후의 시간지연에 대해서는 시스템이 안정성을 만족하지 못하고 출력이 발산하는 결과를 나타내었다. LQG/LTR 제어에서는 시간지연의 불확실성 자체를 보상하지 못하므로 성능의 비용이 가장 낮은 지점은 불확실성이 존재하지 않는 0[ms] 지점이 되며 시간지연에 대한 불확실성이 클수록 성능의 비용이 증가된다.

$$Cost_{delay} = \left[ \sum_{k=0}^N \sqrt{e_{d1}^2[k]} \right] \quad (7)$$

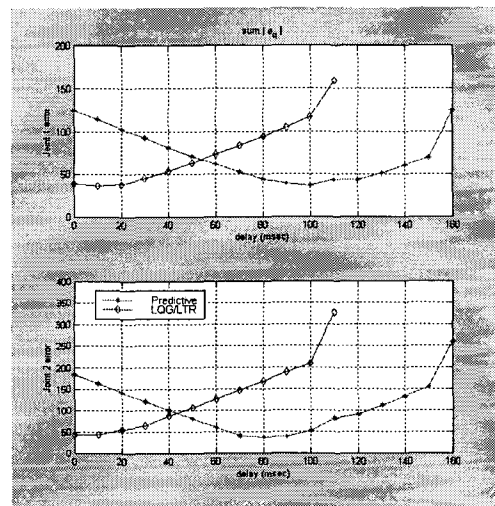


그림2. 시간지연에 따른 제어시스템 성능의 변화  
Fig. 2. Performance plot for increment of time delay.

그림 2의 비용 그래프의 결과에서 예측보상기가 적용된 시스템의 가장 낮은 비용지점은 100[ms] 근처 지점에서 나타난다. 이는 예측보상기에 의해 최적의 제어성능을 나타내는 지점이 예측구간과 일치하는 시간지연의 위치로 이동하였음을 의미하며 예측보상기의 시간지연에 대한 불확실성의 보상 성능을 나타낸다. 예측보상기의 예측구간과 비용 그래프의 최저 지점이 일치할수록 지연에 대한 값들의 차이를 예측에 의해 최적으로 보상하여 제어기 성능의 저하를 최소화함을 의미한다.

비용 그래프의 굴곡의 모양은 불확실성에 대한 강인성을 나타낸다. LQG/LTR 제어와 예측보상기가 적용된 시스템의

결과에서 완만한 비용 그래프의 굴곡은 선형 제어 시스템의 강인성을 잘 나타낸다. 예측보상기가 적용된 시스템도 선형 강인제어기를 기반으로 제어가 구성되므로 LQG/LTR의 비용 그래프의 굴곡과 비슷한 양상을 나타내어 예측구간의 불일치에 대한 시스템의 강인성이 확인된다. 이와 함께 예측보상기에 의해 최적의 성능을 나타내는 지점이 예측구간으로 이동되고 그로 인해 시스템의 안정성을 만족하는 구간이 확대되었음을 알 수 있다. 설계시 고려한 시스템의 시간지연의 범위는 100[ms] 이지만 예측 보상기가 적용된 시스템은 150[ms] 까지 안정한 특성을 나타내며 제어가 이루어 졌다. 160[ms]의 시간지연에 대해서는 안정성은 만족하지만 시스템의 오차가 커서 목표 궤적을 잘 추종하지 못하는 결과가 나타났다. 따라서 예측보상기가 적용된 시스템은 예측에 의하여 시간지연의 불확실성을 보상하므로 불확실성으로 인한 시스템의 성능저하를 최소화하며 최적성능을 나타내는 지연지점이 이동되어 안정성을 만족하는 시간지연의 불확실성 구간이 더욱 확장된 특징을 나타낸다.

### 3.2 불규칙한 시간지연에 대한 시스템의 응답

2축 로봇팔의 원격제어 시뮬레이션을 통하여 예측보상기가 적용된 시스템의 시간지연에 대한 강인성과 예측구간의 불일치에 대한 성능을 고찰하였다. 지금까지의 시뮬레이션은 시간 지연 성분에 불규칙한 특성이 없는 조건에서 수행하였으나 실제 원격제어 문제에서는 네트워크의 시간지연요소는 여러 가지 원인에 의해 변화하며 이는 랜덤변수로 모델링 된다.

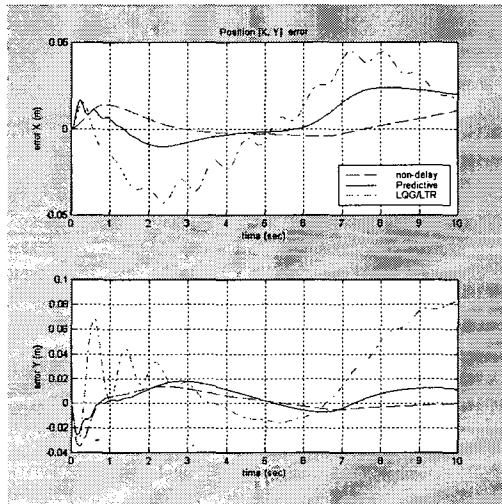


그림 3. 불규칙 시간지연에 대한 직교좌표 오차  
Fig. 3. Cartesian errors for random time delay.

실제 원격제어 문제를 고려하여 제어루프상에 불규칙한 시간지연을 인가하여 시스템의 응답을 구하였다. 시간지연은 가

우시안 정규분포를 갖는 랜덤변수로 모델링하였으며 시간지연의 평균은 설계시 고려한 100[ms]로 설정하고 분산을 2로 하여 시스템의 응답을 관찰하였다.

그림 3은 분산 2의 불규칙한 시간지연에 대한 직교좌표공간 오차를 나타낸다. LQG/LTR 제어의 응답에서 제어토크 입력의 진동은 고정 시간지연의 결과와 큰 차이를 나타내지 않지만 직교좌표공간 오차는 시간이 지날수록 비교적 크게 발생된다. 또한, 예측보상기의 작용점 궤적과 LQG/LTR 제어기의 작용점 궤적을 출력한 결과로부터 시간지연요소의 불규칙한 특성에 의해 궤적추종 성능이 저하되었음을 알 수 있었다.

## IV. 결 론

제어 시스템의 페루프 내부의 시간지연은 시스템의 안정성 및 성능에 치명적인 영향을 미치며 이에 대한 강인한 제어에 대해서 성능과 안정도-강인성 사이의 상관관계를 고찰하였다. 시간지연에 대한 강인한 제어기와 시스템 응답속도를 나타내는 성능사이에는 트레이드 오프 관계가 있으며 이는 선형 제어 시스템의 한계임을 알 수 있었다.

따라서 본 논문에서는 이를 극복하기 위한 예측 보상기를 제안했으며 이를 원격 시스템의 제어문제에 도입하여 2축 로봇팔의 제어루프 내부에 시간지연을 인가하고 선형 제어기와 예측보상기를 결합한 시스템의 시뮬레이션을 수행하였다. 시간지연의 불확실성에 따르는 선형제어기의 성능저하를 극복하기 위해 예측보상기를 결합하여 결과를 비교함으로써 예측보상기가 결합된 시스템의 시간지연에 대한 성능의 우수함을 나타내었다. 결과로부터 예측보상기가 적용된 시스템은 제어루프 내부의 시간지연을 보상하여 제어시스템의 안정성을 향상시키고 지연에 대한 불확실성으로 인한 제어시스템의 성능의 저하를 최소화함을 확인하였다.

향후 연구 과제로는 예측모델의 예측구간에 한계가 있어 제한된 범위 이후의 값은 예측이 어려운 문제가 있으므로, 예측모델의 이득조정의 최적화와 플랜트에 따른 최적의 가중치 합수를 구하여 예측구간을 더욱 확장하는 것이다.

## 참고문헌

- [1] Michael Green and David J. N. Limbeer, "Linear Robust Control," Prentice Hall, 1996.
- [2] Vidyasagar. M., "Control System Synthesis : a Factorization Approach, Cambridge, Massachusetts," U.S.A. MIT Press, 1985.
- [3] 허화라, 박제환, 이장명, "예측제어기를 이용한 시간지연 보상," 대한 전자공학회 논문지, 제36권 S편, 제2호, pp. 46-56, 1999년 2월.