

# OFDM 시스템에서 Pulse-shaping을 이용한 PAPR의 감소 방안

권혁일, \*양윤기

수원대학교 정보통신공학과, \*수원대학교

전화 : 031-223-5690 / 핸드폰 : 019-289-3687

## Reducing PAPR for OFDM system by using Pulse-shping

hyouk-il kwon, yoon-gi yang

Dept. of Information&Telecommunication Engineering, Suwon University

E-mail : hikwon@mail.suwon.ac.kr

### Abstract

Many methods have been proposed to reduce the PAPR of the OFDM signal. Among them a method that uses the time waveform of the different sub-carriers. The method is referred to as pulse shaping and it works with arbitrary number of sub-carriers and any type of base-band linear modulation. It has been shown, using this technique, that it is possible to design a set of time waveforms that reduce the PAPR of the OFDM transmitted signal and improve its power spectrum simultaneously. In this paper, we investigate the effect of some of these sets of time waveforms on the OFDM system performance in terms of Bit Error Rate (BER).

### I. 서론

OFDM을 이용한 전송시스템은 많은 수의 부반송파로 인해 OFDM신호는 큰 PAPR을 갖게 된다. 전송 출력 증폭기를 장착한 시스템을 고려할 때 고출력 증폭기(HPA)에 의해 유발된 비선형 왜곡과 최대진폭 제한은 다른 반송파들 사이에 inter-modulation을 발생시키며 시스템에 부가적인 방해물 유발시키게 될 것이다. 이 부가적인 방해는 시스템의 BER의 증가를 초래한다. 이와 같은 비선형 왜곡을 방지하고 비트 오류율을 낮게 유지시킬 수 있는 한 가지 방법은 증폭기가 그

자체의 선형 영역에서 작동하도록 억제하는 것이다. 그러나 이와 같은 해법은 전력 효율적인 면에서 좋지 못하다. 전력 효율성은 적절한 통신영역 범위를 제공하며 전력 소비를 절약하여 소형 통신 장비의 사용이 가능하게 하므로 무선통신에서는 필수적이다. 그러므로 back off 값이 낮은 비선형 증폭기의 전력 효율적인 작동을 지향하면서도 과생된 방해 문제에 대한 가능한 해결책을 제공하려는 노력이 중요하다. 따라서 보나나 해결책은 OFDM 신호 자체의 어떤 조작으로 전송된 신호의 PAPR을 감소시킴으로써 이와 같은 방해의 발생을 방지하는 것이다. 위와 같은 목적을 달성하기 위해 코딩을 포함한 몇 가지 방법이 제안되었다. 그러나 이 기법들의 대부분은 여분의 고속 푸리에변화(FFT)가 필요하며 이는 시스템의 대역폭 효율성을 일부 감소시키고, 부차적인 정보를 필요로 하기 때문에, 또 다른 복잡성 문제를 발생시킨다. [5]을 예로 들면, Peak Reduction Carriers (PRC)라 불리는 여분의 캐리어를 추가함으로써 선택적 mapping과 Cyclic coding을 결합시키는 기법이 있다. 이 방법은 4.5dB 이상의 PAPR의 감소를 보여준다. 그러나, 이러한 방식은 추가적인 전송전력 비용, 일부 대역폭의 손실, 그리고 복잡성의 한계의 제약을 받는다. 기존의 연구에서는 다른 부반송파의 time-limited 파형의 적절한 선택에 의해서 PAPR을 감소시키는 효율적인 방법을 제안하였다. 이 방식에서는 OFDM의 각각의 부반송파의 pulse가 각자 다른 형상을 갖고, 이 모든 펄스 형상들은 하나의 동일한 펄스 형상으로부터 파생된다. 이러

한 방식을 pulse-shaping이라 한다. 이 방법을 사용함으로써 전송된 신호의 PAPR을 줄임과 동시에 전력 스펙트럼을 증가시킬 수 있는 OFDM 시스템의 타임 파형 set을 설계하는 것이 가능한 것으로 알려졌다.

기존의 연구에서는 동일한 Time-limited한 파형을 사용하면 종래의 OFDM과 비교하여 Multipath channels에서 OFDM 시스템의 성능을 향상시키는 것으로 나타났다. 본 논문에서는 각 OFDM 부반송파가 다른 pulse-shape을 지닐 때 시스템의 성능이 어떠한가에 대해서 알아보려고 한다.

## II. OFDM Sytem with pulse-shaping

### 2.1 Transmitter Model

총 N개의 직교 부 반송파를 가진 OFDM 시스템을 고려한다, 각 부 반송파는 저율의 symbol sequence에 의해 변조되며 OFDM 심볼 duration T와 동일한 시간을 갖는 pulse-shape를 이용한다. transmitter의 계통도는 그림 (1)과 같다.

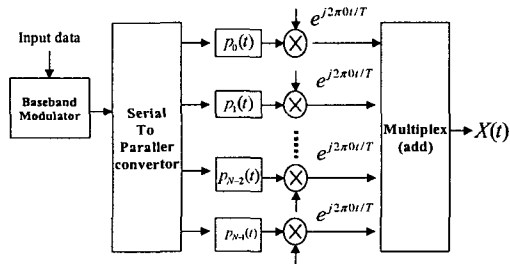


그림 3 Block diagram of the OFDM Scheme using time-limited waveform

전송된 신호의 등식은

$$x(t) = \sum_{m=0}^{N-1} S_{m,k} P_m(t-kT) e^{j2\pi f_m t}, kT \leq t \leq (k+1)T \quad (1)$$

여기서  $S_k = [S_{0,k}, S_{1,k}, \dots, S_{N-1,k}]^T$ 은 변조 신호의 벡터이고, T는 OFDM 블록 지속시간이며

$f_m = \frac{m}{T}, m=0, 1, \dots, N-1$ 는 부 반송파 m의 반송주파수이다.  $P_m(t)$ 는  $\int |P_m(t)|^2 dt = T$ 를 갖는

부 반송파 m에 사용된 지속시간 T의 Pulse-shape 이다. 이 펄스는 다음 식(2)와 같이 정의된다.

$$P_m(t) = w(t-mT) \prod \tau(t-T/2), m=0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

여기서  $w(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} p(t-iT)$  (3)

식(3)은 지속시간 T의 주기함수로서 P(t)은 지속시간

T의 Time limited waveform 이다. 그리고

$$\prod \tau(t) = \begin{cases} 1, & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ 0, & elsewhere \end{cases} \quad (4)$$

Pulse-Shape  $P_m(t)$ 을 위한 구성의 총수를 L+U+M라고 가정하고 식(2)를 이용하여

$$P_m = \sum_{i=-L}^{+U} c_i e^{-j2\pi \frac{mi}{N}} e^{j2\pi \frac{it}{T}} \prod \tau(t-T/2) \quad (5)$$

$L, U < N, m=0, 1, \dots, N-1$

이 Time-waveform들의 set은 [1]에서 주어지며 벡터 형태로는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p_m = \begin{bmatrix} c_{-L} e^{j2\pi \frac{mL}{N}}, c_{-L+1} e^{j2\pi \frac{m(L-1)}{N}}, \dots, \\ c_{U-1} e^{-j2\pi \frac{m(U-1)}{N}}, c_U e^{-j2\pi \frac{mU}{N}}, \dots, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \quad m=0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

여기서  $c_{m,i} = \frac{1}{T} \int_0^T p_m(t) e^{-j2\pi \frac{it}{T}} dt = \frac{1}{T} p_m(\frac{i}{T})$ 은

$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} |c_{m,i}|^2 = 1$ 을 갖는 지수의 푸리에 급수의 계수

이며  $P_m(f)$ 는  $P_m(t)$ 의 푸리에 변형 식이다. 식 (1)에 의해  $P_m(t)$ 를 대입하면, OFDM 신호의 등식은 행렬식으로 식 (6)과 같다.

$$\tilde{s}_k = p^T s_k \quad (7)$$

여기서

$$\tilde{s}_k = [ \tilde{s}_{-L,k}, \tilde{s}_{-L+1,k}, \dots, \tilde{s}_{N+U+L,k} ]^T$$

$$P = \begin{bmatrix} P_0 \\ DP_1 \\ \vdots \\ D^{N-2} P^{N-2} \\ D^{N-1} P^{N-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

식 (8)은  $N \times (N+L+U)$ 은 shaping matrix이며

$D^i P_m$ 은  $P_m$ 의 i 번째 cyclic shift 이다.

행렬 P가 의미하는 것은, OFDM 계통도에서 각 부 반송파는 각각의 Pulse-shape을 갖게 되며, 이 모든 Pulse-shape가 동일한 펄스의 cyclic shift에 의해서 파생된다는 것이다.  $P(t)$ 가 rectangular이 되지 않는 다른 pulse shape들의 peak amplitude가 동일한 시점에서 발생하지 않을 것이기 때문에 OFDM 전송신호의 PAPR을 감소시킬 것이다. 그림 (2)에 나타난 바와 같이, Pulse-shaping 적용한 OFDM Transmitter 시스템은 규칙적인 이산 shaping matrix에 의해 등량으로 표현될 수 있다.

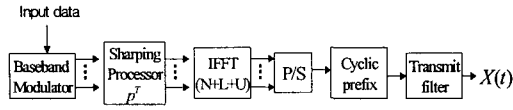


그림 4 Discrete representation of OFDM modulation schemes with time-waveforms

### 2.2 Channel Model

전형적인 mobile channel은 multipath 전달로 인해서 유선통신에 비해 훨씬 복잡하다. 수신된 신호는 여러 가지 반사파로 구성될 수 있다. 이 모든 반사파들은 동시에 수신 단말기에 도달하지 않는다. 일반적으로 coherence bandwidth는 OFDM의 전체 대역폭 보다 작기 때문에 채널은 주파수 선택적 채널로 간주될 수 있다. 이 경우 다른 부 반송파는 각각 Rayleigh 분산의 진폭을 갖는 무수한 신호 집합의 모형으로 설계된다. fading 채널의 임펄스 응답은 식(8) 와 같이 쓸 수 있다.

$$h(t) = \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i e^{j\omega_i \delta(t-\tau_i)} \quad (9)$$

여기서  $\alpha_i e^{j\omega_i}$  는 complex gaussian random variable tab weigh이고,  $\tau_i$ 는  $i$ 번째 path의 time delay이며  $P$ 는 분해 가능한 path의 총수이다. 여기서 channel의 total average power는  $\sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i^2 = 1$  이며 주파수 응답은 다음과 같다.

$$h_m = \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i e^{-j2\pi m \tau_i / T}, m=0, 1, \dots, N-1 \quad (10)$$

### 2.3 Receiver Model

지연된 samples의 최대 수치보다 더 큰 cyclic prefix를 사용함으로써 부호간 ISI 와 ICI을 피할 수 있다. 만약 OFDM 심볼 지속기간 동안에 channel 이 static상태라고 가정한다면 channel은 fading이 느려지고, 수신된 신호는 입력 sequence  $\tilde{s}_k$  에 채널 주파수 응답을 곱한 후 white gaussian noise를 더함으로써 얻어진다. OFDM 블록을 위한 OFDM demodulation에서 수신된 sample은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r_k = H \tilde{s}_k + n_k \quad (11)$$

여기서  $r_k = [r_{-L,K}, r_{-L+1,K}, \dots, r_{N+U-1,K}]^T$  는 수신된 벡터량이며  $n_k$ 는 상관관계가 없는 zero mean complex Gaussian Random variable이며

$H = \text{diag}\{h_{-L} e^{j\phi}, \dots, h_{N+U-1} e^{j\phi(N+U-1)}\}$ 는 채널 주파수 응답 coefficients를 나타내는 대각 행렬이다.

만약  $\tilde{s}_k = P^T s_k$ 로 대체하면 우리는 식 (12)을 얻을 수 있다.

$$r_k = H p^T s_k + n_k \quad (12)$$

$H P^T s_k$ 는 두 행렬의 곱으로서 직교분해를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H P^T s_k = V A \quad (13)$$

여기서  $A$ 는 상위 삼각 행렬이며,  $V$ 는 직교행렬로서, 벡터의 직교 집합의 열(row)을 포함하고 있다. 신호 균등화는  $r_k$  와  $V^*$ 을 곱함으로써 얻어지는데 이로부터 식 (14)을 도출시킬 수 있다.

$$r'_k = A s_k + n'_k \quad (14)$$

여기서  $n'_k$ 는 상관관계가 없는 zero-mean complex Gaussian random variables이다. 행렬  $A$ 의 표현식은 OFDM에서 어느 일정한 부 반송파에서 발생하는 간섭 현상이 두 개의 부 반송파로부터 발생됨을 보여준다. 이러한 간섭은 사용된 Time-waveform에 의해 통제되는데, 이 Time-waveform은 수신기에 알려져 있다. 이 경우에 Viterbi 알고리즘을 기반으로 한 Maximum Likelihood Sequence Estimation(MLSE)가 최적의 detector가 된다. 이 알고리즘은 부 반송파  $N-1$ 을 최초의 input으로 시작하여 부 반송파 0에 이르기 까지 부 반송파들로 연결되어 있다. Pulse-shaping을 적용한 수신기 구조는 그림 (3)에 나타낸 바와 같다.

[2]에 따라 MLSE detector의 복잡성은 선택된 pulse shape와 Modulation 타입에 의존하며 OFDM 구조와 M-level PSK에 사용된 총  $L+U+1$ 개를 갖는 pulse-shape는  $M^{L+U}$ 개의 상태를 갖는 MLSE detector를 필요로 한다.

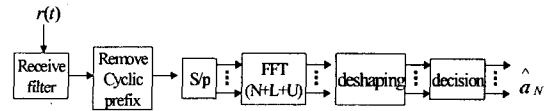


그림 5 Discrete representation of OFDM demodulation schemes with time-waveforms

## IV. 실험 및 결과

변조방식은 Binary Phase Shift Keying(BPSK)을 사용하였으며, OFDM 한 블록의 size가 64개 (N=64)의 부 반송파로 되어 있다고 가정한다. 또한 다음과 같

은 Time-limited한 pulse shape을 고려한다.

$$p(t) = \begin{cases} A_n \sin^{2n}(\pi t/T), & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

여기서

$$A_N = \frac{2^{2n}(2n!)}{\sqrt{(4n!)}} , \int |p_m(t)|^2 dt = T$$

n=0 일 때 p(t)는 Rectangular Pulse shape, n=1 일 때 Hann window, n=2 일 때 p(t)가  $\sin^4(\pi t/T)$ 가 되어 Modify Hann window을 갖게 된다. OFDM의 다른 부반송파의 N개의 time파형은 식(2)와  $w(t) = A_n \sin^{2n}(\pi t/T)$ 을 이용하여 얻어진다.

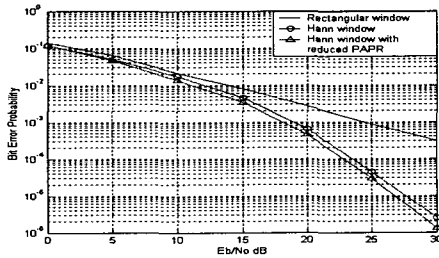


그림 6 Performance comparison of OFDM scheme in frequency selective fading channel using MLSE detection when Hanning window with and without reduced PAPR is used. BPSK modulation is used and N=64. Solid line represents the performance of conventional OFDM using rectangular pulse.

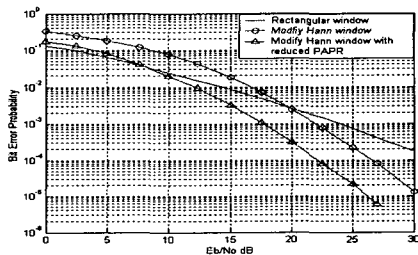


그림 5 Performance comparison of OFDM scheme in frequency selective fading channel using MLSE detection when the Modified Hanning window with and without reduced PAPR is used. Solid line represents the performance of conventional OFDM using rectangular pulse.

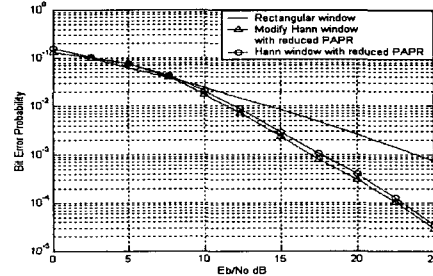


그림 8 Performance comparison of OFDM scheme in frequency selective fading channel using MLSE detection when the Hann and Modified Hann window is used. Solid line represents the performance of conventional OFDM using rectangular pulse.

### V. 결론

본 논문에서는 OFDM 시스템에서 각각의 부 반송파가 다른 pulse-shape을 이용하면 OFDM 전송신호의 PAPR의 감소시키는 동시에 전력 스펙트럼을 개선시키는 Time-waveform의 set을 설정하는 것이 가능하며, 이 Time-waveform들의 set이 성능에 미치는 영향을 모의 실험을 통해 알아본 결과 종래의 OFDM 과 비교하여 제안된 방법의 PAPR 감소가 시스템의 BER 성능과 Multipath channel에서의 성능 개선과 관계가 있음을 알 수가 있다.

### 참고문헌(또는 Reference)

- [1] Slimane Ben Slimane, "PAPR reduction of OFDM signals using pulse shaping" IEEE Globecom 2000, San Francisco, USA, 2000
- [2] Slimane Ben Slimane, "Performance of OFDM Systems with Time-Limited Waveforms over Multipath Radio Channels," IEEE Globecom 98,
- [3] G.Prokis, "Digital Communication, 3rd, MacGraw Hill, 1995
- [4] Rodger e.Zimmer, "Digital Communication, 2nd, Prentice Hall, 2001
- [5] E.Lawrey, C.J.Kikkert "Peak to Average Power Ratio reduction of OFDM signals using Peak Reduction Carriers" ISSPA' 99,