

매설된 안테나에 의한 지면 위 금속도체의 전자파 산란

장 병 찬 , 이 승 학 , 김 채 영
경북대학교 전자공학과 전자파연구소
전화 : 053-940-8621 / 핸드폰 : 017-534-0241

Electromagnetic scattering from a conductor above ground illuminated by an embedded antenna

Byung Chan Jang , Seung Hak Lee , Che Young Kim
Dept. of Electronics Graduate School, Kyungpook National University
E-mail : jangbyung@hanmail.net

Abstract

We analyzed radiation characteristics of dipole antenna in a lossy ground with conducting object located above ground. Electric field integral equation is used to solve the problem. In this integral equation, GPOF(Generalized Pencil of Function) method is applied to derive the closed form of the electric field due to a current source. Surface current on a conductor is expanded with a well-known vector triangle basis function. The singular integration of a triangle patch is transformed to the non-singular integration by Duffy's method. This transformed non-singular integration is easily calculated by using one-dimensional Gaussian quadrature rule, instead of usual closed form evaluation.

I. 서론

손실매질로 이루어진 매질내에 반파장 다이폴 안테나가 매설되어 있을 때 안테나는 주위 매질의 영향을 받게 되어 자유공간에서의 안테나 특성과 다르게 나타난다. 또한 매설 안테나는 지면 위 산란체가 안테나의 근거리 에 존재할 때 안테나는 산란체의 영향을 받게 된다.

본 논문과 같은 구조의 산란문제를 해석하기 위해서

무한 반평면의 전장 적분식을 이용하였다. 그 전장 적분식은 Sommerfeld 형태를 이루고 있으며, 주파수 영역에서 무한대의 적분으로 표현되어지며, 이러한 적분식의 직접적인 적분은 많은 계산 시간을 필요로 한다. 계산시간을 줄이기 위해서 복소 영상법인 GPOF(Generalized Pencil Of Function)방법을 이용하여 무한대의 적분을 닫힌 형태의 단일 매질 그린함수로 표현하였다.

매설 안테나와 금속 도체와의 산란문제를 해석하기 위해서 MOM을 적용하였으며, 삼각함수와 삼각패치 기저함수를 이용하여 매설 안테나와 도체판의 유기전류를 확장하였다. MOM 적용시 다이폴 안테나는 가는 도선 근사로 전원점과 관측점이 같을 때 발생하는 특이점 적분이 없다. 그러나 도체판은 $1/R$ 의 면적분에 대한 특이점이 발생하게 되며, 이는 해석적인 방법을 통해 해를 계산하여야 한다. 그러나 본 논문은 Duffy 방법을 이용하여 특이점 적분을 수치적분으로 변환을 하였다. 이는 복잡한 수식 전개과정이 필요 없이 간단히 1차원의 가우시안 구적법으로 표현이 가능하다.

II. 본론

2.1 전장적분 방정식

그림1은 손실 매질내에 매설된 반파장 다이폴 안테나와 지면위에 도체판이 존재할 때 안테나의 복사와 도체판의 산란파를 계산하기 위한 해석 구조이다.

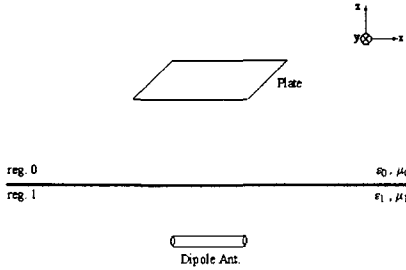


그림 3. 2층 매질에서 Dipole Ant.와 Plate

그림 1에서 영역 0는 자유공간이고, 영역 1은 손실을 가진 매질이다. 영역 1의 상대 유전율은 $\epsilon_{r1}=3.4+j0.192$ 의 복소값을 가진다. 지면위 금속 도체판은 가로 세로 $\lambda/2$ 의 크기로 하였다. 반파장 다이폴 안테나의 급전점은 지면 아래 $(0, 0, -0.2\lambda)$ 에 위치하고 있고, 도체판의 중심은 지면위 $(0, 0, 0.5\lambda)$ 에 위치하고 있다. 사용 주파수는 1 GHz를 사용하였으며, $e^{-i\omega t}$ 를 사용하였다. 각 영역은 다이폴 안테나의 복사전장과 금속 도체판 산란파의 합으로 표현되어지며, 다이폴 안테나와 도체판위의 전장 경계조건을 부여하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$0 = \hat{n} \times \{ \bar{E}_i + i\omega \bar{A}_{11}^{D,P} - \nabla \phi_{11}^D + i\omega \bar{A}_{01}^P - \nabla \phi_{01}^P \} \quad (1)$$

$$0 = \hat{n} \times \{ i\omega \bar{A}_{10}^D - \nabla \phi_{10}^D + i\omega \bar{A}_{00}^P - \nabla \phi_{00}^P \} \quad (2)$$

여기서,

$$\bar{A}_{ij}^{D,P} = \int_{\Omega} \bar{G}_{ij}^{D,P} \cdot \bar{J}^{D,P}(\bar{r}') du'$$

$$\phi_{ij}^{D,P} = \frac{1}{i\omega} \int_{\Omega} K_{ij}^{D,P} \nabla' \cdot \bar{J}^{D,P}(\bar{r}') du'$$

이며, \bar{A} 와 ϕ 는 각각 유기전류에 의한 벡터 포텐셜과 스칼라 포텐셜을 의미한다. 또한 $i, j=0, 1$ 이며 각 영역을 의미하며, D와 P는 각각 다이폴 안테나와 도체판의 유기전류를 의미한다. 식 (1)은 다이폴 안테나의 표면 위에서 만족하며, 가는 도선 근사를 적용하였다. 식 (2)는 도체판 위에서 만족하는 전장 경계조건이다. 적분형태의 각 영역 그린 함수는 복소 영상법을 이용하여 다음의 닫힌 형태의 그린 함수로 표현할 수 있다.

$$\bar{G}_{ij}^{D,P} = \frac{\mu_j}{4\pi} \left\{ \delta_{ij} \frac{\exp(ik_z R)}{4\pi R} + \sum_{n=0}^N a_{ij,n}^{TE} \frac{\exp(ik_z R_{ij,n}^{TE})}{R_{ij,n}^{TE}} \right\} \quad (3-1)$$

$$K_{ij}^{D,P} = \frac{1}{4\pi\epsilon_j} \left\{ \delta_{ij} \frac{\exp(ik_z R)}{4\pi R} + \sum_{n=0}^N a_{ij,n}^{TE} \frac{\exp(ik_z R_{ij,n}^{TE})}{R_{ij,n}^{TE}} + \sum_{n=0}^N A_{ij,n} \frac{\exp(ik_z R_{ij,n})}{R_{ij,n}} \right\} \quad (3-2)$$

여기서

$$R^2 = \rho^2 + (z - z')^2$$

$$(R_{ij,n}^{TE})^2 = \rho^2 + (z + z' + (-1)^{(j+1)} i b_{ij,n}^{TE})^2$$

$$(R_{ij,n})^2 = \rho^2 + (z + z' + (-1)^{(j+1)} i B_{ij,n})^2, \quad j=0, 1$$

$$(R_{10,n}^{TE})^2 = \rho^2 + (z - i b_{10,n}^{TE})^2, \quad (R_{10,n})^2 = \rho^2 + (z - i B_{10,n})^2$$

$$(R_{01,n}^{TE})^2 = \rho^2 + (z' - i b_{01,n}^{TE})^2, \quad (R_{01,n})^2 = \rho^2 + (z' - i B_{01,n})^2$$

δ_{ij} 는 $i \neq j$ 일 때 0이고, $i = j$ 일 때 1이다. ζ 는 $i = j = 1$ 일 때 1이고 나머지는 모두 0이며, ζ 는 각 영역을 의미한다. 그리고 $n=0$ 는 $k_\rho \rightarrow \infty$ 의 quasi-static 영상을 의미한다.

식 (1)과 (2)에 MOM을 적용하기 위하여 반파장 다이폴 안테나와 금속 도체판의 전류는 각각 삼각함수와 삼각패치 함수로 확장되었다. 시험 함수로 식 (1)에 삼각함수로 전개하였고, 식 (2)에 삼각패치 함수로 전개하였다. 다음의 $N \times N$ 행렬식이 만들어진다.

$$\begin{bmatrix} [Z_{mm}^{DD}] & [Z_{mn}^{PD}] \\ [Z_{m'n}^{DP}] & [Z_{m'n}^{PP}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_m^D] \\ [I_n^P] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, DD는 전원점과 관측점이 각각 다이폴안테나에 있으며, PP는 도체판 위에 존재할 때의 임피던스 행렬을 의미한다. 또한 PD는 전원점이 도체판 위에 관측점이 다이폴 안테나에 위치할 때의 임피던스 행렬이며, DP는 반대의 경우이다. 그리고 m 과 n 은 m 번째 삼각형 시험 함수와 n 번째 기저함수를 의미하며, m' 과 n' 은 m, n 번째 삼각 패치 시험함수와 기저함수를 의미한다. 식 (4)의 각 임피던스 행렬식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Z_{m,n}^{DD} = i\omega \sum_{\beta=1}^{pw} \sum_{\alpha=1}^{pw} G_{11}^D(\bar{r}_\beta, \bar{r}_\alpha) \bar{t}_n(\bar{r}'_\alpha) \cdot \bar{t}_m(\bar{r}_\beta) + \frac{1}{i\omega} \sum_{\beta=1}^{pw} \sum_{\alpha=1}^{pw} K_{11}^D(\bar{r}_\beta, \bar{r}_\alpha) \bar{t}_n'(\bar{r}_\beta) \bar{t}_m'(\bar{r}'_\alpha) \quad (5)$$

$$Z_{m,n}^{PD} = i\omega \frac{I_n}{2} \sum_{\beta=1}^{pw} \bar{t}_m(\bar{r}_\beta) \cdot \{ \bar{M}_n^+ + \bar{M}_n^- \} + \frac{I_n}{i\omega} \sum_{\beta=1}^{pw} \bar{t}_m'(\bar{r}_\beta) \{ \bar{W}_n^+ - \bar{W}_n^- \} \quad (6)$$

$$Z_{m',n}^{DP} = i\omega \frac{I_m}{2} \sum_{\alpha=1}^{pw} \bar{t}_n(\bar{r}'_\alpha) \cdot \{ \bar{M}_m^+ + \bar{M}_m^- \} + \frac{I_m}{i\omega} \sum_{\alpha=1}^{pw} \bar{t}_n'(\bar{r}'_\alpha) \{ \bar{W}_m^+ - \bar{W}_m^- \} \quad (7)$$

$$Z_{m',n}^{PP} = i\omega \frac{I_m I_n}{4} \{ M_{m'n}^{++} + M_{m'n}^{+-} + M_{m'n}^{-+} + M_{m'n}^{--} \} + \frac{I_m I_n}{i\omega} \{ W_{m'n}^{++} - W_{m'n}^{+-} - W_{m'n}^{-+} + W_{m'n}^{--} \} \quad (8)$$

식 (5)에서 (7)의 삼각형 기저함수에 대한 내적은 $pw=4$ 의 가중치 함수로 표현되었으며[1], $\bar{t}_{m,n}(\bar{r}_\beta, \alpha)$

는 다이폴 안테나의 m,n 번째 시험함수에 대한 p,q 번째 샘플지점의 위치벡터이다. 그리고 M, W 는 삼각패치의 기저함수와 시험함수의 모서리-모서리에 대한 식 (2)의 임피던스를 의미하며, 패치대 패치 계산은 모서리대 모서리 계산에 비해 1/9배 계산량이 감소할 수 있다.[2]

식 (6)에서 (8)의 모서리대 모서리 계산은 다음의 삼각 패치대 패치 계산으로 이루어질 수 있으며, 관측점은 시험 함수의 삼각 패치 무게 중심점에 위치한다. 그리고 기저함수의 삼각 패치에 대한 면적 적분은 2차원의 가우시안 구적법에 의하여 가중치의 합으로 표현할 수 있다. 그러나 식 (8)의 M, W 는 관측점과 전원점이 동일 삼각패치 내에 존재할 때 두 식은 1/R의 특이점을 가진다. 이를 해결하기 위하여 Duffy방법을 이용하여 특이점이 없는 적분으로 변환이 가능하다. 이를 기존의 방법과 비교하였다.

2.2 Duffy 방법

자유공간 그린 함수의 삼각 패치대 패치 적분을 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$M_{ij} = \frac{1}{A_p} \int_{S_p} \frac{e^{ikR}}{R} \bar{\rho}_i \cdot \bar{\rho}_j ds' \quad (9)$$

여기서, $\bar{\rho}_i^c = \bar{r}_c - \bar{r}_i$ 는 p 번째 삼각패치의 전류방향과 관련된 벡터이며, \bar{r}_c 은 삼각 패치내의 무게중심에 대한 관측점의 위치벡터이고, \bar{r}_i 는 p 번째 삼각형의 i 번째 꼭지점을 의미한다. $\bar{\rho}_j = \bar{r} - \bar{r}_j$ 는 j번째 꼭지점에서 전원점까지의 위치벡터이며, $\bar{\rho}_j = \bar{r} - \bar{R} - \bar{r}_j$ 로 표현할 수 있다. 따라서 식 (9)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$M_{ij} = \frac{1}{A_p} (\bar{r}_c - \bar{r}_i) \cdot \left\{ \int_{S_p} \frac{e^{ikR} - 1}{R} \bar{\rho}_j ds' + \int_{S_p} \frac{\bar{R}}{R} ds' + (\bar{r}_c - \bar{r}_i) \int_{S_p} \frac{1}{R} ds' \right\} \quad (10)$$

여기서, 첫항은 특이점이 없는 적분이며, 나머지 두항은 특이점이 존재한다. 삼각형내 무게중심점에 위치한 관측점과 삼각형의 각 꼭지점은 세 개의 부 삼각형으로 나누어진다. 이러한 부 삼각형을 다음의 변환식을 이용하여 $\zeta-\eta$ 평면으로 변환이 가능하다.[5]

$$\bar{R}_i^c = (\bar{r}_{\kappa} - \bar{r}_{(i+2)})(1-\eta) + (\bar{r}_{(i+2)} - \bar{r}_{(i+1)})\zeta \quad (11)$$

여기서, i=1,2,3은 p 번째 삼각형 내 각각의 부 삼각형을 의미하며, 1번 삼각형은 무게중심과 2번째와 3번째 꼭지점으로 이루어져 있다. 식 (11)에서 i+2와 i+1의 값이 4

이면 1이고 5이면 2이다. 식 (11)을 이용하여 $i=1$ 일 때 식 (10)의 1/R의 적분은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\int_{S_p} \frac{1}{R_i^c} ds' = 2A_1 \int_{u=0}^1 \frac{du}{|(\bar{r}_{\kappa} - \bar{r}_3) + (\bar{r}_3 - \bar{r}_2)u|} \quad (12)$$

$$\approx 2A_1 \sum_{m=1}^{M_1} w_m^{1d} \frac{1}{R_i^c(u_m)}$$

$$\int_{A_p} \frac{\bar{R}_i^c}{R_i^c} ds' \approx A_1 \sum_{m=1}^{M_1} w_m^{1d} \frac{\bar{R}_i^c(u_m)}{R_i^c(u_m)} \quad (13)$$

따라서,

$$\bar{S}_A = - \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{2S_p} \sum_{m=1}^{M_1} w_m^{1d} \frac{\bar{R}_i^c(u_m)}{R_i^c(u_m)} \quad (14)$$

$$S_\phi = \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{S_p} \sum_{m=1}^{M_1} w_m^{1d} \frac{1}{R_i^c(u_m)}$$

여기서, $\bar{R}_i^c(u_m) = \bar{r}_{\kappa} - \bar{r}_{(i+2)} + (\bar{r}_{(i+2)} - \bar{r}_{(i+1)})u_m$

이며, $R_i^c(u_m) = |\bar{R}_i^c(u_m)|$ 이다. \bar{S}_A 는 식 (10)의 둘째항을 의미하고, S_ϕ 는 셋째항을 의미한다. 식 (12)와 (13)의 w_m^{1d} 와 u_m 은 m 번째 가중치와 샘플 지점을 의미하며, 일반적인 가우시안 구적법 규칙을 따른다.

그림 2는 관측점이 삼각형의 t 방향의 임의의 지점에 위치할 때 식 (10)의 둘째항과 셋째항의 엄밀해[4]와 본 논문의 방법에 의한 결과를 비교하였다. 그림 2로부터 본 논문의 방법과 엄밀해가 잘 일치함을 알 수 있다.

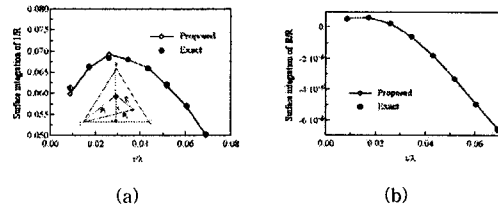


그림 2. 특이점 적분에 대한 Duffy 방법과 닫힌 형태의 적분 결과 : (a) S_ϕ , (b) $\bar{S}_A \cdot \rho_1$

특이점적분을 제외한 나머지 적분은 2차원의 가우시안 구적법으로 계산되어지며, 가중치와 좌표 쌍으로부터 계산되어진다[3]. 식 (6)에서 (8)의 삼각패치대 패치적분을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{M}_{pq} = \bar{G}_{10}^p(\bar{r}_p, \bar{r}_q) \cdot \bar{\rho}_p^c \quad (15-1)$$

$$W_{pq} = K_{10}^p(\bar{r}_p, \bar{r}_q) \quad (15-2)$$

$$\bar{M}_{qn} = \sum_{a=1}^7 w_n^{2d} \bar{G}_{01}^p(\bar{r}_p, \bar{r}_n) \cdot \bar{\rho}_n^a \quad (16-1)$$

$$W_{qn} = \sum_{a=1}^7 w_n^{2d} K_{01}^p(\bar{r}_p, \bar{r}_n) \quad (16-2)$$

$$M_{\rho_i \rho_j} = \sum_{n=1}^7 w_n^{2d} \overline{G}_{00}^{PR}(\vec{r}_\rho^c, \vec{r}_n^c) \cdot \vec{\rho}_{aj}^n \cdot \vec{\rho}_{bi}^c \quad (17-1)$$

$$W_{\rho_i \rho_j} = \sum_{n=1}^7 w_n^{2d} K_{00}^{PR}(\vec{r}_\rho^c, \vec{r}_n^c) \quad (17-2)$$

$$M_{\rho_i \rho_j} = \sum_{n=1}^7 w_n^{2d} \overline{G}_{00}^{PR}(\vec{r}_\rho^c, \vec{r}_n^c) \cdot \vec{\rho}_{aj}^n \cdot \vec{\rho}_{bi}^c \quad (18-1)$$

$$+ \frac{\mu_0}{4\pi} \{2S_A + 2S_F(\vec{r}_\rho^c - \vec{r}_\rho) \cdot (\vec{r}_\rho^c - \vec{r}_a)\}$$

$$W_{\rho_i \rho_j} = \sum_{n=1}^7 w_n^{2d} K_{00}^{PR}(\vec{r}_\rho^c, \vec{r}_n^c) + \frac{S_F}{4\pi\epsilon_0} \quad (18-2)$$

여기서, \overline{G}^{PR} 과 K^{PR} 은 특이점이 제거된 식 (3)을 의미한다.

2.3 수치해석 결과

그림 3은 지면 아래 0.2λ 에 매설된 반파장 다이폴 안테나에 유기된 전류밀도를 의미한다. 그림에서 실선은 MOM으로 계산하여 얻은 전류밀도이며, 원의 기호는 FDTD로 계산하여 얻은 전류밀도이다. 그림으로부터 MOM으로 산출한 결과와 FDTD로 산출한 결과가 비슷한 것을 알 수 있었다. 그리고, 다이폴 안테나 주위 매질의 상대 유전율값이 3.4로 인해 매질내 안테나의 공진 길이는 자유공간의 공진 길이와 다름을 알 수 있다.

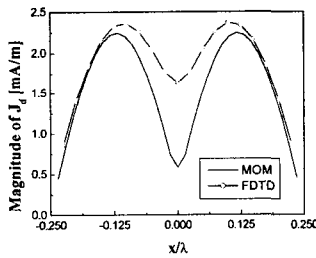


그림 3. 반파장 다이폴 안테나의 전류밀도의 크기

그림 4와 5는 금속 도체판이 지면위 0.5λ 에 위치하며, 지면 아래에 매설된 반파장 다이폴 안테나 바로 위에 위치하고 있을 때 도체판에 유기된 전류밀도이다.

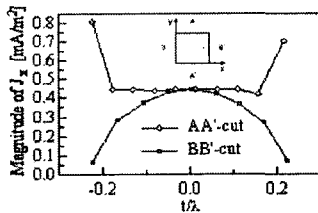


그림 4. 금속 도체판의 x방향 전류밀도의 크기

그림 4는 도체판의 중심에서 AA'와 BB' 방향의 x 방향 전류밀도를 나타내며, 그림 5는 AA'와 BB' 방향의 y 방향 전류 밀도를 나타낸다.

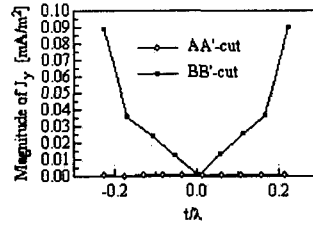


그림 5. 금속 도체판의 y 방향 전류밀도의 크기

III. 결론

본 논문은 손실을 가진 매질에 매설된 안테나는 매질 경계와 주위 매질에 대한 영향을 받게 되어 자유공간의 안테나 특성과 다르게 나타남을 알 수 있었다. 매설 안테나는 주위 매질의 유전율값에 따라 안테나의 공진 특성이 달라짐을 알 수 있었다. 또한 MOM과 FDTD를 이용하여 계산한 값을 비교한 결과 비슷한 것을 알 수 있었다. 향후 금속 도체의 구조가 클 때 매설 안테나에 대한 영향과 주위 매질의 영향을 최소화하기 위한 방법의 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] J. Moore and R. Pizer, *Moment Methods in Electromagnetics*, Research Studies Press, pp. 39-50.
- [2] S. M. Rao, "Electromagnetic scattering and radiation of arbitrarily-shaped surfaces by triangular patch modeling," Ph.D. dissertation, Univ., Mississippi, MS, Aug., 1980.
- [3] Hao Shi, "Study of printed circuit board power-bus design with a circuit extraction technique based on a quasi-static MPIE/MOM formulation," Ph.D. dissertation, Univ., Missouri-Rolla, 1997.
- [4] D. R. Wilton, S. M. Rao, A. W. Glisson, D. H. Schaubert, O. M. Al-Bundak and C. M. Butler, "Potential integrals for uniform and linear source distributions on polygonal and polyhedral domains," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-32, no. 3, pp.276-281, Mar., 1984.
- [5] M. G. Duffy, "Quadrature over a pyramid or curve of integrands with a singularity at a vertex," *Journal of Numerical Analysis*, no. 19, pp. 1260-1262, 1982.