

4 개의 송신 안테나를 사용하는 S-T 방식의 Rayleigh fading 에서의 성능

이 은 옥, 이 혁 재

한국정보통신대학교 공학부
전화 : 042-866-6242 / 핸드폰 : 011-614-4289

Performance of space-time coding for four transmit antennas on Rayleigh fading channel

Eun Ok Lee, Hyuck Jae Lee

Dept. of Engineering, Information and Communication University

E-mail : eunok@icu.ac.kr

Abstract

Alamouti proposes a two branch transmit diversity scheme that provides the same diversity order as maximal ratio combining at the receiver. It has many advantages of no bandwidth expansion, not requiring channel information at the transmitter and simple maximum likelihood decoding at the receiver. Papadias and Foschini extend this scheme to four transmit antennas and suggest several schemes to decrease the interference component and allow the attainment of the open-loop capacity. This paper shows the performance of ZF and MMSE schemes comparing with ideal case on 4x1 system over BER and 10% outage capacity.

1. 서론

무선채널을 통해 전송되는 신호는 다중경로를 거치면서 fading 을 겪게 된다. 이러한 fading 을 극복하여 신호의 링크 성능을 개선하고 채널용량을 증대시키는 방법으로 MIMO (Multi-Input Multi-Output) 시스템이 여러 분야에서 연구되고 있다. 그러한 연구 중 하나로 수신기에서 다중 안테나를 사용함으로써 생기는 비용, 크기, 전력소모 등의 문제점을 극복하고 대신에 송신기에서 다중 안테나를 사용하면 그에 적합한 코딩 방식인 space-time codes 를 적용하고자 하는 연구가 활발하다. Tarokh and et al. 은 송신단에서 신호가 안테나에 따라 부호화되어 동시에 전송되고 수신단에서 maximum likelihood detecting 을 수행하여 복호되는 space-time trellis coding (STTC) 기법을 제안하였다[3]. Alamouti 가 제안한 space-time block coding (STBC)은 2 개의 송신 안테나에서 간단한 코딩 방식을 사용하여 같은

안테나 수를 가지면서 maximal ratio combining 을 하는 수신 다이버시티 방식과 같은 성능을 낸다[2]. 이 방식은 STTC 에 비해 성능은 줄어드나 알고리즘이 간단하여 구현이 용이하다는 장점으로 인해 많은 분야에서 적용하려고 하고 있다. 이 점에 착안하여 Papadias 와 Foschini 는 Alamouti 방식을 4 개의 송신 안테나로 확장하면서 부가적으로 생기는 오류 성분을 줄이는 몇 가지 방법을 제안하였다[1].

본 논문에서는 Alamouti 가 제안한 2x2 방식과 Papadias 와 Foschini 가 제안한 4x1 방식의 성능을 Rayleigh fading 채널에서 분석하였다. 먼저 각각의 송수신 알고리즘을 살펴보고 4x1 방식에서 오류 성분을 줄이는 두 가지 방법을 검토하였다. 모의 실험을 통해 2x2 방식과 4x1 방식의 성능을 capacity 와 BER 측면에서 살펴보고, Papadias 와 Foschini 가 제안한 오류 성분을 줄이는 알고리즘이 BER 을 얼마나 개선하는지를 보였다.

2. 2x2, 4x1 시스템

각 송수신 안테나 사이의 채널 \mathbf{h} 는 Rayleigh fading 을 따르고 수신단에서는 복소 가우시안 잡음 \mathbf{n} 을 가정한다.

2.1 2 x 2 시스템 [2]

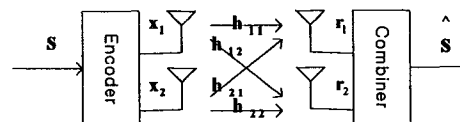


그림 1. 2 개의 송신 안테나와 2 개의 수신 안테나.

전송하고자 하는 신호 s 는 다음과 같은 부호화 과정을 거쳐 전송된다.

	Antenna1	Antenna2
Time1	$s(1)$	$s(2)$
Time2	$-s^*(2)$	$s^*(1)$

표 1. 4 x 1 시스템에 대한 부호화 기법

송신 안테나에서 전송된 신호를 x_1, x_2 수신 안테나에서 수신된 신호를 r_1, r_2 라고 할 때, 채널을 통과한 후 수신된 신호는 다음과 같다.

$$r_1(n) = h_{11}(n)x_1(n) + h_{21}(n)x_2(n) + n_1(n) \quad (1)$$

$$r_2(n) = h_{12}(n)x_1(n) + h_{22}(n)x_2(n) + n_2(n)$$

수신된 신호를 다음과 같이 나타낼 때,

$$r = \begin{bmatrix} r_1(1) & r_2(1) & r_1(2) & r_2(2) \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

식(1)에 부호화를 수행한 결과를 반영하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} r_1(1) \\ r_2(1) \\ r_1(2) \\ r_2(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} \\ h_{12} & -h_{11}^* \\ h_{22} & h_{22} \\ h_{22} & -h_{12}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(1) \\ s(2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} s(1) \\ s(2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

이 때, 식(3)에 있는 채널 \mathbf{H} 는 다음과 같은 특성을 갖는다.

$$\mathbf{H}^H \mathbf{H} = \begin{bmatrix} |h_{11}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 & 0 \\ 0 & |h_{11}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

따라서 수신된 신호 r_1, r_2 로부터 원래의 신호 s 를 복원하기 위해서는 채널의 Hermitian 곱하는 컴바이닝을 수행하면 됨을 알 수 있다. 이 과정을 거쳐 복원된 신호 \hat{s} 는 다음과 같다.

$$\hat{s}(1) = (|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2 + |h_4|^2)s(1) + n_1^* \quad (5)$$

$$\hat{s}(2) = (|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2 + |h_4|^2)s(2) + n_2^*$$

지금까지 살펴본 2x2 시스템은 maximal ratio combining 을 수행하는 1x4 시스템과 같은 성능을 낸다. Rayleigh fading 채널에서 BPSK 를 사용할 때 bit error probability (BER)는 다음과 같다[5].

$$P_b = \left(\frac{1-\mu}{2}\right)^L \sum_{k=0}^{L-1} \binom{L-1+k}{k} \left(\frac{1+\mu}{2}\right)^k \quad (6)$$

여기서 L 은 수신 안테나 갯수이고, $\mu = \sqrt{\bar{r}_c / (1 + \bar{r}_c)}$ 이다. 이 때 \bar{r}_c 은 각 수신 안테나에서 수신된 신호의 평균을 의미한다. $\bar{r}_c = E[r_k] \quad k=1, \dots, L$ 이 식과 2x2 시스템에 대한 실험 결과[2]를 살펴보면 2x2 시스템의 성능이 3dB 낮다는 것을 알 수 있는데 이것은 2 개의 송신 안테나와 1 개의 송신 안테나를 사용했을 두 경우에 대해 전체 송신전력이

유지되도록 하였기 때문이다.

2.2 4 x 1 시스템[1]

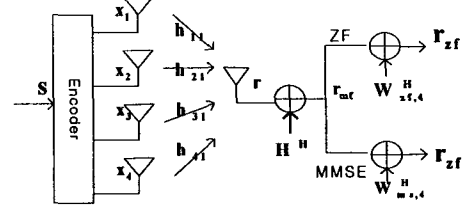


그림 2. 4 개의 송신 안테나와 1 개의 수신 안테나.

다음과 같은 부호화 기법이 사용되었다.

	x_1	x_2	x_3	x_4
Time1	$s(1)$	$s(2)$	$s(3)$	$s(4)$
Time2	$s^*(2)$	$-s^*(1)$	$s^*(4)$	$-s^*(3)$
Time3	$s(3)$	$-s(4)$	$-s(1)$	$s(2)$
Time4	$s^*(4)$	$s^*(3)$	$-s^*(2)$	$-s^*(1)$

표 2. 4 x 1 시스템에 대한 부호화 기법

수신된 신호를 식(2)와 같이 나타내면 2x2 시스템과 같은 방법으로 채널의 Hermitian 곱하는 컴바이닝 과정을 거친 후의 신호는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} r_{zf}(1) \\ r_{zf}(2) \\ r_{zf}(3) \\ r_{zf}(4) \end{bmatrix} = \mathbf{H}^H \begin{bmatrix} r(1) \\ r(2) \\ r(3) \\ r(4) \end{bmatrix} = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \begin{bmatrix} s(1) \\ s(2) \\ s(3) \\ s(4) \end{bmatrix} + \mathbf{H}^H \begin{bmatrix} n(1) \\ n(2) \\ n(3) \\ n(4) \end{bmatrix} \quad (7)$$

이 경우 $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 를 살펴보면 다음과 같은 간섭 성분 α 가 생기는 것을 알 수 있다.

$$\mathbf{H}^H \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & -\alpha \\ -\alpha & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & \gamma \end{bmatrix} = \Delta_4 \quad (8)$$

$$\gamma = |h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2 + |h_4|^2$$

$$\alpha = h_1^* h_3 + h_2 h_4^* - h_3^* h_1 - h_4 h_2^*$$

따라서 식(7)의 컴바이닝을 수행한 후 간섭 성분 α 를 줄이는 부가적인 절차가 필요하다.

3. 선형 검출 방법

간섭 성분을 줄이는 방법은 크게 선형 검출 방법과 비선형 검출 방법 두 가지로 나누어 볼 수 있다[1]. 그 중에서 선형 검출 방법에는 linear de correlating(zero-forcing) 검출기를 사용하는 방법과 MMSE (mimum mean square error) 검출기를 사용하는 방법이 있다. 위의 4x1 시스템에 적용된 선형 검출 방법에 대해 살펴보도록 하겠다. zero-forcing 검출기를 사용하는 방법은 컴바이닝을 하고 난 후에 식(8)에 정의된 의 역행렬인 Δ_4^{-1} 를 곱해

주는 것이다. 행렬의 역함수를 구하는 것이 많은 계산량을 요구한다는 것을 고려해볼 때 4x1 시스템에서 표 4의 부호화 기법을 사용했을 때의 장점을 알 수 있다. 우선 식(7)을 아래와 같이 표현해 보자.

$$\mathbf{r}_{mf} = \mathbf{V}_4 \mathbf{s} + \mathbf{n}_{mf} \quad (9)$$

Δ_4 를 살펴보면 대칭적인 특성을 관찰할 수 있는데 이를 이용하여 4-input/4-output 시스템을 다음과 같이 두 개의 2-input/2-output 시스템으로 나눌 수 있다.

$$\begin{bmatrix} r_{mf,1} \\ r_{mf,3} \end{bmatrix} = \mathbf{V}_2 \begin{bmatrix} b_1 \\ b_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{mf,1} \\ n_{mf,3} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} r_{mf,4} \\ r_{mf,2} \end{bmatrix} = \mathbf{V}_2 \begin{bmatrix} b_4 \\ b_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{mf,4} \\ n_{mf,2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 $\Delta_2^{-1} = \begin{bmatrix} \gamma & \alpha \\ -\alpha & \gamma \end{bmatrix}$ 이다. 따라서 zero-forcing 을 위해 식(10)에 Δ_4^{-1} 대신에 다음을 곱해주면 된다.

$$\mathbf{W}_{zf}^H = \Delta_2^{-1} = \begin{bmatrix} \gamma & \alpha \\ -\alpha & \gamma \end{bmatrix} \quad (11)$$

그 결과 복원된 최종 신호는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} r_{zf,1} \\ r_{zf,3} \end{bmatrix} = \mathbf{V}_2^{-1} \begin{bmatrix} r_{mf,1} \\ r_{mf,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_3 \end{bmatrix} + \mathbf{V}_2^{-1} \begin{bmatrix} n_{mf,1} \\ n_{mf,3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} r_{zf,4} \\ r_{zf,2} \end{bmatrix} = \mathbf{V}_2^{-1} \begin{bmatrix} r_{mf,4} \\ r_{mf,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_4 \\ s_2 \end{bmatrix} + \mathbf{V}_2^{-1} \begin{bmatrix} n_{mf,4} \\ n_{mf,2} \end{bmatrix}$$

MMSE (mimumum mean square error) 검출기는 다음의 MMSE 기준을 최소화하는 행렬 $\mathbf{W}_{mmse,4}^H$ 를 찾아서 곱해주는 것이다.

$$\|\mathbf{W}_{mmse,4}^H \mathbf{r}_{mf} - \mathbf{s}\|^2$$

(13)

Wiener-Hope equation[6]을 이용하면 이 조건을 만족시키는 $\mathbf{W}_{mmse,4}^H$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{W}_{mmse,4}^H = \Delta_4^H (\Delta_4 \Delta_4^H + (\sigma_n^2 / \sigma_s^2) \Delta_4)^{-1} \quad (14)$$

여기서 σ_s^2 와 σ_n^2 은 각각 송신 신호 및 수신단에서 더해지는 잡음의 variance이다. ZF에서 이용한 성질과 같은 이유로 식(12) 대신에 $\mathbf{W}_{mmse,2}^H$ 을 이용할 수 있고, 그 결과 복원된 최종 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} r_{ms,1} \\ r_{ms,3} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{ms,2}^H \begin{bmatrix} r_{mf,1} \\ r_{mf,3} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} r_{ms,4} \\ r_{ms,2} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{ms,2}^H \begin{bmatrix} r_{mf,4} \\ r_{mf,2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

4. 모의 실험 결과

4.1 Capacity

송신 안테나 개수를 n_T , 수신 안테나 개수를 n_R 이라고 하고, 각 수신안테나에서의 signal to noise ratio (SNR)를 ρ 라고 하자. $n_R \times n_T$ 행렬 \mathbf{H} 가 Rayleigh fading 채널일 때 capacity는 다음과 같다[4].

$$C = \log_2 \det [\mathbf{I}_{n_R} + (\rho / n_T) \cdot \mathbf{H} \mathbf{H}^H] \text{ bps/Hz} \quad (14)$$

이 식을 $n_T = n$, $n_R = 1$ 인 다중의 송신 안테나를

사용했을 경우에 대해 간단히 하면 다음과 같다.

$$C = \log_2 [1 + (\rho / n) \cdot \chi_{2n}^2] \quad (16)$$

그러므로 4x1 시스템인 경우 chi-squared variate χ_{2n}^2 를 $\chi_{2n}^2 = |h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2 + |h_4|^2$ 으로 나타낼 수 있고, 식(8)에서 사용한 식을 적용하면 간섭 성분이 완전히 제거된 이상적인 경우의 capacity는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{ideal} = \log_2 \left(1 + \frac{\rho \gamma}{4} \right) \quad (17)$$

앞에서 설명한 선형 검출 방법 두 가지를 사용했을 때의 capacity는 각각 다음과 같다[1].

$$C_{zf} = \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{4} \left(\frac{\gamma^2 + \alpha^2}{\gamma} \right) \right) \quad (18)$$

$$C_{mmse} = \log \left(1 + \frac{\mathbf{W}_1^H \Omega \mathbf{W}_1}{\mathbf{W}_1^H \Phi \mathbf{W}_1 + 4 / \rho (\mathbf{W}_1^H \mathbf{V}_2 \mathbf{W}_1)} \right)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \gamma & \gamma \\ -\alpha & -\alpha \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha \\ -\gamma & -\gamma \end{bmatrix} \quad \mathbf{W}_1^H = [1 \quad 0] \mathbf{W}_{ms,2}^H$$

Jakes' fading simulator[5]를 이용하여 Rayleigh fading 채널을 구현하고 식(17)과 식(18)에 있는 세 가지 경우에 대해 10% outage capacity를 구한 결과는 아래와 같다.

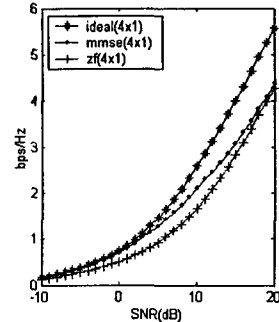


그림 3. 4x1 시스템의 10% outage capacity.

SNR이 10dB 정도일 경우에는 MMSE 방법을 사용했을 때의 성능이 ZF를 사용했을 경우에 비해 월등하나 높은 SNR에서는 거의 비슷한 성능을 낸다는 것을 알 수 있다. ZF이 MMSE에 비해 간단하므로 시스템이 만족시켜야 하는 성능에 따라 적절한 방법을 선택하도록 구현할 수도 있을 것이다.

4.2 BER

그림 4는 capacity를 얻기 위해 사용한 같은 채널 모델을 이용했을 때, 4x1 시스템에서 BPSK에 대한 BER 결과를 보여준다. ZF과 MMSE 선형 검출 방법을 적용한 것과 간섭 성분이 제거된 이상적인 경우를 가정한 세 가지에 대해 실험을 수행하였다. capacity가 큰 순서인 ideal, MMSE, ZF 순서로 BER이 나은 성능을 내는 것을 알 수 있다. 또한 SNR이 커질수록 이상적인 경우의 BER과 선형 검출 방법을 사용하여 간섭 성분을 좀 더 줄이긴 하지만 완전히 제거하지 못한 두 가지 방법의 성능 차이가 커지는 것을 알 수 있다. 그러므로 [1]에서 논의된 비선형 검출 방법 등 더 나은 다른 간섭 성분 제거

방법이 필요하다는 것을 알 수 있다.

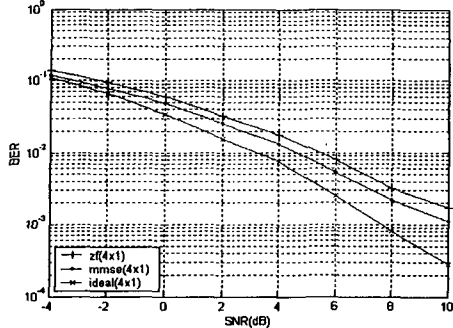


그림 4. BPSK, Rayleigh fading 채널에서의 BER

4. 결론

본 논문에서는 2x2 시스템과 4x1 시스템의 차이를 검토하고 4x1 시스템을 사용했을 때, 부가적으로 생기는 간섭 성분을 줄이는 zero-forcing 방법과 minimum mean square error 방법을 설명하였다. 이 과정에서 4x1 시스템에서 사용한 부호화 방법의 장점을 확인할 수 있었고 모의 실험을 통해 각각의 capacity와 BER 성능을 간섭이 완전히 제거되었다고 가정한 이상적인 경우와 비교하였다.

송신단에서 다중의 송신 안테나를 사용하는 것이 여러가지 면에서 장점을 가지고 있다는 것을 고려할 때 다중의 송신 안테나를 사용하여 성능을 높이면서 동시에 수신단에서 계산의 복잡도를 줄일 수 있는 부호화 방법을 찾는 것은 흥미있는 연구 분야가 될 것이다. 또한 직교 부호의 제한으로 인해 수신단에서 생기는 간섭 성분을 줄이는 더 나은 방안에 대한 연구도 지속될 수 있을 것이다.

References

- [1] C. Papadias, G. Foschini, "A space-time coding approach for systems employing four transmit antennas," in *proc. IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing.*, 2001, vol.4, pp.2481-2484..
- [2] S. Alamouti, "A simple transmitter diversity scheme for wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communication*, vol. 16, pp. 1451-1458, Oct. 1998
- [3] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criteria and code construction," *IEEE Trans. Information Theory*, vol.44, No.2, pp. 744-765, Mar.1998
- [4] G. Foschini, M. Gins, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas", *Wireless Personal Communications*, 1998, vol.6, pp311-355
- [5] G. L. Stuber, *Principles of mobile communication*, Boston, Kluwer Academic, 2000
- [6] B. Widrow, D. Stearns, *Adaptive signal processing*, Prentice Hall