

압전 션트 감쇠된 구조물의 유한요소해석 Finite element analysis of piezoelectric structures incorporating shunt damping

김재환*
Kim, Jaehwan

ABSTRACT

Possibility of passive piezoelectric damping based on a new shunting parameter estimation method is studied using finite element analysis. The adopted tuning method is based electrical impedance that is found at piezoelectric device and the optimal criterion for maximizing dissipated energy at the shunt circuit. Full three dimensional finite element model is used for piezoelectric devices with cantilever plate structure and shunt electronic circuit is taken into account in the model. Electrical impedance is calculated at the piezoelectric device, which represents the structural behavior in terms of electrical field, and equivalent electrical circuit parameters for the first mode are extracted using PRAP (Piezoelectric Resonance Analysis Program). After the shunt circuit is connected to the equivalent circuit for the first mode, the shunt parameters are optimally decided based on the maximizing dissipated energy criterion. Since this tuning method is based on electrical impedance calculated at piezoelectric device, multi-mode passive piezoelectric damping can be implemented for arbitrary shaped structures.

1. 서 론

능동적인 장치를 가지는 구조물의 모델링은 지능 구조물의 기술을 이해하는데 있어서 필수적이며, 최근 이것에 대한 관심이 높아지고 있다. 압전재료는 점탄성 재료의 한계성을 극복하고자 수동 감쇠 물질로 소개되고 있다. 압전 감쇠의 장점은 구조물의 진동을 션트 회로가 부착된 압전체를 사용함으로써 억제시킬 수 있다는 점이다.⁽¹⁻⁶⁾ 모델링의 정확성과 효율성 때문에 이러한 구조물들의 거동을 수치적으로 시뮬레이션 하려는 시도가 늘고 있다.

지능 구조물에 대한 모델링의 기법으로 유한요소 모델링이 잘 알려져 있으며 많은 연구들이 지능 구조물 모델링에 정확성과 효율성의 개선에 기여하였다.⁽⁷⁻⁹⁾ 압전 장치가 있는 판재 구조물을 모델링함에 있어 압전체 부분에는 3차원 요소를, 구조물에는 평판요소를 사용하면 정확성과 경제성에 이점이 있다. 여기서 제안한 유한요소법은 3차원 압전체의 결합에 기반을 둔 것으로 평판과 트랜지션요소를 사용하였다.⁽¹⁰⁾

또한, 압전 수동 감쇠에 대한 튜닝법으로 최근에는 전기적인 임피던스 모델과 최대에너지 소산법에 근거한 새로운 파라미터 튜닝법을 제안하고 있다.⁽⁶⁾ 최적 션트 파라미터는 션트 회로에서 소산된 에너지를 최대화시킴으로써 구할 수 있다. 따라서, 실험적으로 증명하기에 앞서 수치적으로 시뮬레이션 하여 이러한 가능성을 연구하는 것이 필요하다.

* 정회원 인하대학교 기계공학과 교수

2. 유한요소 모델링

압전 지능 구조물에 대한 시뮬레이션을 하기 위하여 전기회로와 압전체가 연결된 구조물을 설계하였다. 그림1은 압전 패치(patch)를 부착한 압전 지능 구조물에 션트 전기회로를 연결한 예를 보여주는 그림이다. 유한요소법은 3차원 압전체의 평판과 트랜지션요소를 결합한 요소에 기반을 둔 것으로 구조물에 사용된 이 요소들에 대해 언급하였고 측정된 전기적인 임피던스에 근거한 압전 션트 파라미터의 튜닝 과정은 다음과 같다. 그리고, 유한요소 모델링에 션트 회로의 형상도 나타내었다.

2.1 압전 지능 구조물의 유한요소 정식화

구조물의 모델링을 위해 3차원 압전 요소는 압전체 부분과 그것의 인접한 부분에 사용하였고 평판 요소는 판구조물의 나머지 부분에, 트랜지션요소는 션트요소와 3차원 솔리드 요소를 연결하는 부분에 사용하였다. (그림 2)

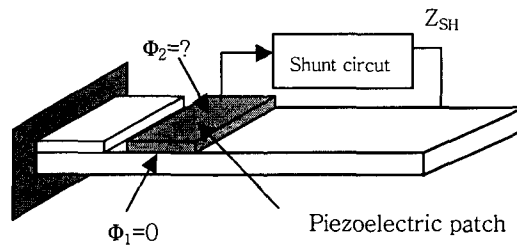


그림 1. 압전 지능 구조물의 한 예

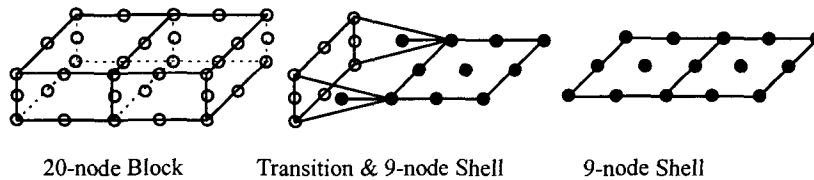


그림 2. 3차원 트랜지션요소와 션트요소

압전장치의 유한요소식은 이미 정식화되어 있으며⁽¹⁰⁾ 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\phi} \\ K_{u\phi}^T & K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F + F_I \\ Q \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 M 과 K_{uu} 는 각각 질량과 강성행렬, $K_{u\phi}$ 는 압전체의 연성행렬이고 $K_{\phi\phi}$ 는 유전강성행렬이다. U 는 변위, Φ 는 전기적 포텐셜, F 는 구조물의 절점력, F_I 는 음향공동 구간에서 음압에 의해 생기는 접축력이고 Q 는 압전 작동기에서의 절점 전하이다.

방정식 (1)을 적용하는데 있어 압전연성행렬을 제외하고 압전체와 구조물 사이에서의 구별은 없으며 구조물에서 유전강성행렬은 0이다. 구조물에 대한 평판요소와 트랜지션요소의 강성행렬과 질량행

렬은 이미 이전의 논문에서 서술하였다. 방정식 (1)에서 시스템 행렬은 한 열에 각 노드의 자유도를 배열함으로써 대칭형태로 구성할 수 있다. 판재 위에 가한 음압의 분포는 점하중(point force)으로 바꾸고 전기적 포텐셜은 압전 작동기의 전극에 가한다.

2.2 압전 션트 감쇠 튜닝 방법

전기적인 임피던스에 기반을 둔 압전 감쇠에 대한 파라미터 튜닝법과 소산된 에너지를 최대화시키는 것에 대해 간단히 언급하였다.⁽⁶⁾ 압전체는 대개 등가전기회로로 나타낼 수 있으며 전환인자 (conversion factor)를 사용하여 압전체의 기계적인 부분과 전기적인 부분을 연결할 수 있다. 압전체의 등가전기회로 모델에서, 압전체는 두 영역 즉 비공진 회로와 공진회로 모델로 나누는 것이 편하다. 비공진 회로 모델은 압전체의 작동 주파수가 자체의 공진 주파수보다 매우 크거나 작은 경우에 적용하며 공진회로 모델은 압전 소자의 공진 주파수가 기계적 공진점 또는 공진 인접 주파수 대역에서 사용한다. 공진장치에 대한 등가전기회로 모델에는 콤플렉스(Complex) 모델과 반다이크(Van Dyke) 모델 두 가지가 있다. 일반적으로, 공진회로 모델은 전기적 특성을 나타내는 유전손실, 고유의 캐패시턴스와 기계적 특성을 나타내는 질량, 댐핑, 강성계수로 나타낼 수 있다. 대부분의 경우 압전재료의 유전손실계수는 매우 작다고 가정하여 무시하는데 실질적으로 이는 기계적 감쇠에 비하여 매우 작다. 반다이크 모델은 실수를 갖는 네 개의 요소들으로써 표현할 수 있으며 압전 구조물에 대한 전기적인 임피던스 모델의 전개는 그렇게 다르지 않다. 그림 3은 압전 지능 구조물에 대한 임피던스모델을 나타낸 것으로 전기적인 임피던스와 기계적인 임피던스로 나타내어지며 F 는 외부 가진력을 나타낸다. 그러나, 이러한 표현은 반다이크 회로 모델과 일치한다. 다시 말하면, 반다이크 모델은 구조물의 공진에서 압전 구조물의 모델링을 위해 채택할 수 있다. 이 그림은 임피던스를 표현한 것이며, 노드 사이의 임피던스 값은 다음과 같이 정의된다.

$$Z_1(s) = \frac{k_{eq}}{s} + c_1 = \frac{k_{eq}}{j\omega} + c_1$$

$$Z_2(s) = m_1 s = j\omega m_1$$

$$Z_3(s) = \frac{1}{sC_0} = \frac{1}{j\omega C_0}$$

$$Z_4(s) = Ls + R = j\omega L + R$$

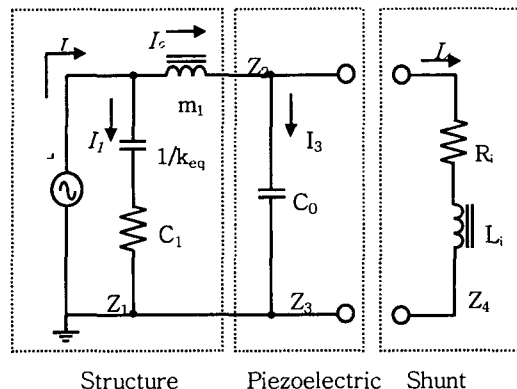


그림 3. 압전 지능 구조물에 대한 전기적인 임피던스 모델

여기서 k_{eq}, c_1, m_1 는 각각 구조물의 강성, 댐핑, 질량을 나타낸다. 임피던스 회로에 키르호프의 전압 및 전류 법칙을 적용함으로써 전체 전기적인 임피던스와 각 브랜치(branch)를 흐르는 전류는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Z = \frac{Z_1 \left[Z_2 + \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4} \right]}{Z_1 + \left[Z_2 + \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4} \right]} \quad (3)$$

$$I_1 = \frac{Z}{Z_1} I, \quad I_2 = \left(1 - \frac{Z}{Z_1} \right) I, \quad I_3 = \frac{Z_4 (Z_1 - Z)}{Z_1 (Z_3 + Z_4)} I, \quad I_4 = \frac{Z_3 (Z_1 - Z)}{Z_1 (Z_3 + Z_4)} I \quad (4)$$

압전 요소에 의해 일반화되어 들어오는 전류와 셉트 회로를 지나는 전류 사이의 전달함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{I_2}{I} = 1 - \frac{Z}{Z_1} \quad (5)$$

이 전달함수는 기계진동흡진기의 전달함수로 상사시킬 수 있다. 기계적인 시스템과 전기적인 시스템 사이의 상사에 따르면 전류는 속도, 전압은 힘으로 상사한다.

제한한 압전 구조물의 전기적인 임피던스 모델을 적용하기 위해, 반다이크 모델의 계수를 결정해야 한다. 이 문제는 유한요소해석을 통하여 압전 구조물의 전기적인 임피던스를 시뮬레이션 함으로써 구할 수 있다. 시뮬레이션 한 전기적인 임피던스는 공진 구조물에 대한 반다이크 회로 모델의 계수를 구하기 위해 PRAP이라는 압전재료 해석 프로그램을 사용하여 처리하였다.⁽¹¹⁾

파라미터 튜닝은 압전 감쇠 성능을 최대화하기 위해 필수적이다. 저항회로셉트의 경우에는 압전재료가 최대의 손실계수를 갖게끔 최적의 부하 임피던스, 즉 레지스턴스를 선택해야 하며, 공진회로셉트의 경우에는 구조물의 공진주파수에서 손실되는 에너지가 최대가 되게끔 외부 회로의 공진 주파수가 구조물의 공진주파수에 일치하도록 최적의 인덕턴스를 선택하고 이 때 최대의 댐핑을 야기하는 레지스턴스를 선택해야 한다. 이 논문에서, 새로운 파라미터 튜닝법으로 셉트회로에서 소산된 에너지를 최대화시키는 방법을 채택하였다.⁽⁶⁾ 들어오는 에너지에 대한 소산된 에너지의 비는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$J = \frac{P_D}{P_N} = - \frac{\operatorname{Re} \left[\frac{Z_3 \cdot Z_4}{(Z_3 + Z_4)} \cdot \frac{(Z_1 - Z)}{Z_1} \right]}{|Z|} \quad (6)$$

튜닝과정에서, 이것은 최적적으로 셉트 파라미터들을 바꿔감으로써 최대화시켜야 한다. 이와 같이, 최적화된 상태에서 목적함수는 J 이고, 설계변수는 셉트회로의 레지스턴스(resistance)와 인덕턴스(inductance)가 된다. 압전 지능 구조물은 적절한 전기적인 임피던스 모델에 의해서 나타낼 수 있고, 그 모델의 계수들은 전기적인 임피던스를 시뮬레이션하고 PRAP이라는 프로그램을 사용함으로써 찾을 수 있다. 그리고 소산시키는 에너지법은 셉트회로에서 최적의 인덕턴스(inductance)와 레지스턴스(resistance)를 구해서 적용시킬 수 있으며 그것은 공진에서 진동을 감쇠시킬 것이다.

2.3 셉트회로

유한요소 해석에서 셉트 회로는 정확히 고려해야만 한다. 그림 1에서처럼 R-L을 직렬로 연결한 선

트회로를 생각해보자. 선트회로의 전기적인 임피던스는 다음과 같다.

$$Z_{SH} = R_{SH} + j\omega L_{SH} \quad (7)$$

압전체로부터 발생하는 전기적인 전류 i 는 선트회로를 통하여 흐르며 이 전류는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$i = j\omega Q_2 \quad (8)$$

여기서 Q 는 전극2의 전체 전하이다. 아래 위 전극 사이의 전압 포텐셜은 $\phi_2 = Z_{SH}i$ 이고, 전체 전하 Q_2 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Q_2 = \frac{1}{j\omega Z_{SH}} \phi_2 \quad (9)$$

전체 전하를 방정식 (1)의 오른쪽에 더하면, 방정식(1)의 두 번째 열은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K_{\phi}u + K_{\phi\phi}\phi - \frac{1}{j\omega Z_{SH}}\phi_2 = Q \quad (10)$$

방정식 (10)의 왼쪽은 유한요소 프로그램의 어셈블리 과정에서 유전 행렬에 3가지 항을 더하여 알맞게 기술적으로 다룰 수 있다.

3. 수치적인 예제

PZT 패치를 부착한 외팔보를 가지고 연구하였다. 그림 4는 그 예를 나타낸 것이다. 관재의 재질은 글래스 에폭시로 두께는 1mm, 너비는 25mm, 길이는 300mm인 것을 사용하였다. PZT의 재질은 PZT-5H로 두께가 1mm인 것으로 하였으며, PZT 패치는 완전히 관재에 붙었다고 가정하였다. 28개의 20절점 솔리드 요소는 PZT 패치 아래 관재 부분이 있는 PZT 패치를 모델하기 위해 사용하였고 20개의 8절점 평판 요소는 2개의 13절점 트랜지션요소로 모델링 되는 솔리드와 평판 사이에 변하는 부분을 제외한 구조물의 나머지 부분에 사용하였다.

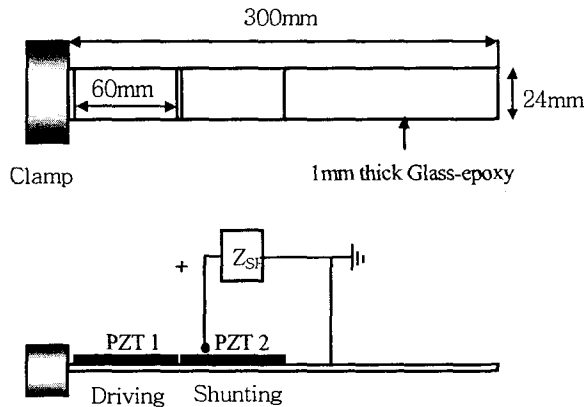


그림 4. PZT 패치가 부착된 직사각형 외팔보

구조물에 부착한 압전 패치의 전기적인 어드미턴스(admittance)의 입력 값은 매우 정확하게 지능구조물의 시스템 거동을 나타낸다. 압전 패치에 1V를 가하였을 때 전기적인 어드미턴스(admittance)의 입력 값은 다음의 식으로부터 구할 수 있다.

$$Y = j\omega \sum_i Q_i \quad (11)$$

여기서 Q_i 는 전극의 i 번째 절점의 집중 전하, ω 는 회전 주파수이다. Q_i 는 방정식(1)의 두 번째 항에 의해서 계산할 수 있다. 컨덕턴스(conductance)는 어드미턴스(admittance)의 실수부이고, 서셉턴스(susceptance)는 허수부이다. 전기적인 입력 어드미턴스(admittance)는 HP 임피던스 분석기로 셉트 회로가 없는 상태에서 실험적으로 측정할 수 있다. 그림 7은 컨덕턴스(conductance)와 서셉턴스(susceptance)를 보여주고 있다. 두 개의 피크(peak)는 12.8Hz와 112Hz에서 관측되는데 이것은 외팔보의 첫 번째 두 개의 고유주파수와 일치한다. 이 그림으로부터 유한요소의 결과가 실험적 결과와 거의 비슷하게 나옴을 알 수 있다.

그림 5에서 보는바와 같이 시뮬레이션 한 전기적인 임피던스로부터 등가 반다이크 계수는 PRAP 프로그램에 의해서 구할 수 있다. 표 1은 첫 번째 공진주파수는 12.8Hz에서 나타나는 것을 나타내고 있다. 이러한 값들을 사용함으로써 최적 셉트 파라미터 L_2 와 R_2 는 방정식(6)에 따라 최적적으로 설계할 수 있다. 또한 표1은 이러한 결과를 포함하고 있다.

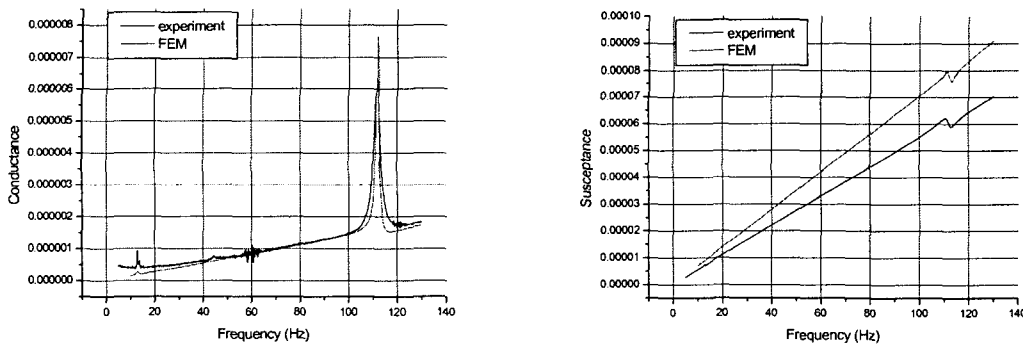


그림 5. 셉트회로가 없을 경우에 외팔보의 컨덕턴스(conductance)와 서셉턴스(susceptance)

이러한 최적 셉트 파라미터들을 구함으로써 외팔보 끝의 변위를 시뮬레이션 할 수 있다. 그림 6은 PZT1에 100V를 가하였을 때 끝단의 변위를 시뮬레이션 한 것을 보여주는 것으로 셉트가 없는 경우와 비교했을 때 끝단의 변위는 21mm에서 12mm로 감소하였다. 위쪽 전극의 전기적 포텐셜을 모르기 때문에, 이러한 값을 시뮬레이션 하였다. 그림 7은 셉트회로가 있는 셉트 회로에서 전기적 포텐셜을 시뮬레이션 한 것을 보여준다. 가장 눈에 띄는 결과는 거의 80V에 가까운 높은 전기적 포텐셜이 셉트 회로가 첫 번째 공진에서 연결되어있을 때 흐른다는 것이다. 이러한 전기적 포텐셜을 증명하기 위해서는, 셉트 회로에서 소산된 전기적 파워를 계산해야된다. R_2 가 4000.Ω이므로 소산된 파워는 1.6와트(W)가 된다. 셉트회로가 없을 때 기계적 입력 파워를 계산하면⁽¹²⁾ $\dot{T}_{max} = \omega T_{max}$ 는 4.135와트(W)이다. 그렇기에 소산된 에너지 대 기계적 입력 에너지의 비는 0.39이다. 이것은 전기/기계 연성 계수의 제곱 즉 $0.6^2=0.36$ 에 매우 가까운 값이다. 전기/기계 연성 계수의 정의는 저장된 전기적 에너지와 가한 기계적 에너지의 비의 증근을 일컫는데, 이것은 압전 패치에 저장된 전기적 에너지가 셉트 회로에서 거의 전기적인 열로 소산됨을 의미하는 것이다.

반다이크 모델 계수		선트 파라미터	
C_0	1.116 e-7	L_2	1376 H
C_1	2.321 e-10	R_2	1950
L_1	6.697 e5 H		
R_1	1.807 e6		

표 1. 등가 반다이크 모델 계수와 최적 선트 파라미터

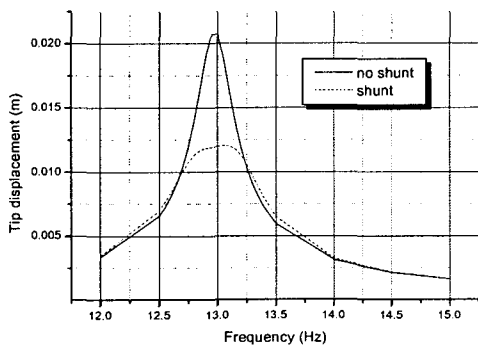


그림 6. 예제로 외팔보 끝에서의 변위

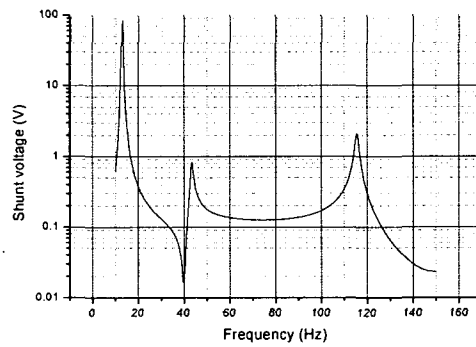


그림 7. 선트 회로가 있는 경우에 선트된 전극에서의 전압

4. 결 론

이 논문에서는 새로운 선트 파라미터를 추정하는 방법에 근거하여 수동 압전 감쇠의 가능성을 유한 요소법을 사용하여 연구하였다. 채택한 튜닝 방법은 압전 장치에서 알아낸 전기적 임피던스와 선트 회로에서 에너지 소산을 최대화시킴으로써 최적의 감쇠효과를 얻도록 하였다. 모든 3차원 유한요소 모델은 외팔보 구조물의 압전 장치에 사용되었고 선트 전기 회로를 고려하여 모델링하였다. 전기적인 임피던스는 압전 장치로 측정하였고, 구해진 값을 이용하여 구조물의 거동을 전기장의 향으로 표현하였으며, 첫 번째 모드에 대한 등가 전기 회로 파라미터는 PRAP이라는 압전재료 해석 프로그램을 사용하여 구하였다. L-R 선트 회로를 첫 번째 모드에 대해 등가회로로 연결한 후에 선트 파라미터들은 최대에너지소산법에 근거하여 최적의 값을 갖도록 튜닝하였다.

외팔보의 예제는 유한요소 시뮬레이션에서 압전 감쇠를 증명하기 위한 것이다. 처음에는 첫 번째 모드에 대해 채택된 방법으로 압전 감쇠를 적용하였다. 빔의 끝단에서는 압전 감쇠에 의해서 10dB보다 작은 진동 감쇠를 얻었다. 선트된 전극에서 전기적 포텐셜을 시뮬레이션 하였을 때 거의 80V에서 첫 번째 공진 주파수가 있다는 것을 알았다. 기계적 입력 파워에 대한 소산된 전기적 파워의 비는 이러한 전기적 전압으로부터 계산되고 그것은 전압 패치의 전기/기계적 연성 계수로부터 구한 에너지 비에 가까운 0.39임을 알았다. 이러한 튜닝법은 압전 장치에서 계산된 전기적 임피던스에 근거를 둔 것이기 때문에 다중모드 수동 압전 감쇠는 모든 형상의 구조물에 대해서 충족시킬 수 있을 것으로 기대한다.

참고 문헌

1. R.L. Forward, Detectors for Dynamic Gravitational Fields, Ph.D. Thesis, University of Maryland, College Park, 1965.
2. R.L. Forward, "Electronic Damping of Vibrations in Optical Structures," J. of Applied Optics, 18(5), 690-697, 1979.
3. N. W. Hagood and A. von Flotow, "Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks," Journal of Sound and Vibration, 146(2), 243-268, 1991.
4. H. Asheley and D.L. Edberg, "On the Virtues and Prospects for Passive Damping in Large Space Structures," Air force Damping Workshop II, April, 1985.
5. J.J. Hollkamp, "Multimodal Passive Vibration Suppression with Piezoelectric Materials and Resonant Shunts," Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 5, 49-57, 1994.
6. J. Kim, Y.-H. Ryu and S.-B. Choi, "New shunting parameter tuning method for piezoelectric damping based on measured electrical impedance," Smart Materials & Structures, 9(6), 868-877, 2000.
7. J.N. Reddy, "A generalization of two-dimensional theories of laminated composite plates," Commun. Appl. Numer. Methods, 3, 173-180, 1987.
8. R. Lerch, "Simulation of piezoelectric devices by two- and three-dimensional finite elements," IEEE Trans. Ultrason. Freq. Control, 37(2), 233-247, 1990.
9. H. Allik and T.J.R. Hughes, "Finite element method for piezoelectric vibration," Int. J. Numer. Methods Eng., 2, 151-157, 1970.
10. J. Kim, V.V. Varadan and V.K. Varadan, "Finite element modeling of structures including piezoelectric active devices," Int. J. Numer. Methods Eng., 40, 817-832, 1997.
11. PRAP (Piezoelectric Resonance Analysis Program) software available from TASI Technical Software, 174 Montreal Street, Kingston, Ontario K7K 3G4, Canada.
12. W. Weaver Jr., S.P. Timoshenko and D.H. Young, Vibration Problems in Engineering, 5th Ed., John Wiley & Sons, 1990.