

응력파동해석에 대한 전산역학적 접근방법 Approaches of the Computaional Mechanics on the Stress Wave Analysis

조 윤 호 *
Cho, Youn-Ho

정 현 규 **
Jeong, Hyun-Kyu

김 승 호**
Kim, Seung-Ho

ABSTRACT

Various modeling techniques for ultrasonic wave propagation and scattering problems in finite solid media are presented. Elastodynamic boundary value problems in inhomogeneous multi-layered plate-like structures are set up for modal analysis of guided wave propagation and numerically solved to obtain dispersion curves which show propagation characteristics of guided waves. As a powerful modeling tool to overcome such numerical difficulties in wave scattering problems as the geometrical complexity and mode conversion, the Boundary Element Method(BEM) is introduced and is combined with the normal mode expansion technique to develop the hybrid BEM, an efficient technique for modeling multi-mode conversion of guided wave scattering problems.

1. 서 론

각종 재료나 구조물의 초음파 비파괴평가는 피시험체 내로 전파되는 탄성파의 산란신호를 분석하는데 기초하므로, 정량적인 비파괴 평가기법의 확립을 위해서는 고체 매질내 탄성파의 전파 및 산란현상에 관한 물리적 이해가 필수적으로 선행되어야 하며 Achenbach 나 Bond 등은 다양한 탄성파 모델링 기법의 장단점을 비교 분석하여 탐상조건에 맞는 최적의 모델링 기법을 제시한 바 있다[1,2]. 특히 입사되는 초음파의 파장이 피시험체의 두께에 비해 무시할 수 없을 경우에는 탄성파의 전파 및 산란특성이 매질내 산란체 뿐만 아니라 피시험체의 외부 경계면에서의 경계조건에도 크게 영향을 받게되어 수신되는 초음파 신호는 더욱 복잡 다양하게 나타난다[3-12]. 최근 대형 구조물에 대한 광범위 평가법으로 많은 관심을 불러일으키고 있는 유도초음파(ultrasonic guided wave) 탐상법이나 표면파 탐상법등이 이에 해당되며 이는 피시험체의 외부 경계면으로부터 다중반사된 초음파의 모드변환과 이들 산란파가 피시험체 내에서 중첩되는 과정에서, 입사된 초음파 음장과 매질내 산란체로 부터의 산란음장에 많은 영향을 주게되기 때문이다. 따라서 이 경우에는 실제 탐상조건에 맞는 초음파 신호를 예측하기 위해 피시험체를 유한 고체로 정의하여 초음파의 전파 및 산란에 관한 모델링을 수행하여야 한다 [6-11].

일반적으로 유도초음파 전파에 관한 모델링 기법은 등방성재료와 이방성재료의 경우로 나누어 생각할 수 있으며, 주어진 모델의 표면 경계조건과 함께 전자의 경우는 지배방정식에 Helmholtz decomposition[3]으로부터 유도된 파동 potential을 이용하거나, 후자의 경우는 partial wave 중첩법[14]을 적용하여 경계치 문제의 해를 구함으로써 각 모드의 전파속도와 입사신호를 얻게 된다.

* 인제대학교 기계·자동차 공학부

** 한국 원자력연구소 로봇 개발연구실

주파수에 비해 두께가 충분히 얇은 고체 박판 재료의 경우에 그 판에서 전파되는 유도초음파를 판파라고 하는데 최근에 그에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다[3-12]. Rose등[5]은 항공기내 bonded joint를 판파를 이용하여 비파괴적으로 조사하였으며, 결함과 박리현상 검출에 판파를 이용하기 위해서는 모드와 주파수 선정이 중요하다고 지적하였고, 이 선정이 잘못되면 비파괴검사가 되지 않는다고 하였다. Rose등[3,4,8]은 증기발생기의 튜브의 비파괴 검사를 판파에 의해 수행하기 위해, 특별한 모드와 주파수의 선정이 매우 중요함을 이론과 실험을 통해 입증하였다. 튜브와 같은 원통형 유한 고체내의 탄성파의 전파현상에 관한 경계치 문제의 해석 기법은 Gazis, Cho, Nagy 등에 의해 제시된바 있다[3,13,14].

판파는 그 특성상 판재의 표면이 유체와 닿아 있을 경우 감쇠가 일어난다. 이에 대한 연구로서 Nagy[14]는 partial wave 중첩법을 이용하여 물에 잠긴 봉에서의 종파의 전파와 파의 감쇠를 계산한 결과 특정 주파수 영역에서는 phase velocity가 큰 영향을 받는다는 것을 밝혔다. 최근에는 감쇠가 없는 경우의 위상속도를 초기치로 하여 복소수 영역에서의 파수를 계산함으로써 유도초음파의 각 모드에 대해 주파수에 따른 감쇠의 크기를 계산하는 모델링 기법이 발표된 바 있다[3,15].

유도초음파의 전파에 관한 모델링과 달리 유한 두께의 피시험체 내에 존재하는 각종 결함과 같은 산란체를 포함한 초음파 산란 모델링은 다중모드 변환과 수치모델의 기하학적 복잡성에 기인하여 해석적인 방법으로는 어렵다. 이를 극복하기 위해서는 임의의 산란주기 및 피시험체 형상을 요소분할에 의한 수치적분의 도움으로 모델링 할수 있는 유한요소법(Finite Element Method)이나 경계요소법(Boundary Element Method)의 적용이 필수적이며, 특히 파동문제와 같이 구하는 수치해가 모델의 경계면에서 중요시되는 경계치 문제의 경우에는 경계면에서의 수치해의 정확도와 모델링의 효율성을 고려하여 경계요소법이 널리 활용되고 있다[7,9,16,17]. 파동문제의 경계요소법은 무한체 내의 산란체에 대한 산란 모델링에 사용되는 외부영역 경계요소법(Exterior BEM)과 유한체내의 파동 산란 모델링을 위한 내부영역 경계요소법(Interior BEM)으로 나누어진다[16,17]. 전자의 경우에는 무한체 내에 고립된 산란체의 경계면을 분할하여 경계면의 경계조건과 입사파동의 음상으로부터 산란체 표면의 산란음장을 얻게되며, 후자의 경우에는 산란체 표면뿐만 아니라 매질의 외부경계면을 모두 고려하여 전체 모델링 영역이 해석하려는 유한체의 내부영역으로 정의된다.

본 논문에서는 유한 고체내의 탄성파동에 대한 경계치 문제로부터 유도초음파의 전파를 모델링하기 위한 수치적 기법을 소개하며 나아가 이를 내부영역 경계요소법과 결합하여 유도초음파 산란문제의 모델링까지 가능한 혼합형 경계요소법(Hybrid BEM)[7,9]을 제시하고자 한다. 특히 기존 파동산란 문제의 수치 연구를 살펴볼 때 무한체 내의 산란문제에 경계요소법이 적용된 사례는 많이 보고된 바 있으나[1,2,16-20], 유도초음파의 산란과 같이 산란체와 외부경계면 모두로부터의 산란장을 고려해야 하는 것과 같은 수치해석의 어려움을 포함하는 유한 고체내의 탄성파 산란 모델링에 대한 적용 예는 Cho 등의 연구[7,9]를 제외하고는 그 사례를 찾기 어려운 것으로 사료된다. 유도초음파의 전파 및 산란에 관한 수치모델은 시간조화(time harmonic) 파동의 입사하에 있는 2차원 등방성 재료를 가정하며 산란문제의 모델링은 균질재료의 경우로 가정한다. 시간조화 입사파동에 의한 주파수 영역의 신호로부터 시간영역 산란신호를 얻기 위해서 역 Fourier변환이 사용되었다.

2. 무한 고체내 응력파동해석법(탄성동역학 경계요소법)

2.1 탄성동역학 경계적분방정식

응력의 향으로 표현된 동탄성 문제의 지배방정식은 시간에 대한 조화함수로 표현되는 탄성동역학 문제에서 다음과 같이 나타낼 수 있다[7,16,17].

$$\sigma_{ij,j} + b_i = \rho u_i \quad (i, j = x_1, x_2, x_3) \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

여기서 σ_{ij} 는 응력텐서이며, b_i 는 체적력, u_i 와 ρ 는 각각 변위와 밀도이다.

체적력을 무시할 경우, 가중잔여치법을 이용하면 식 (1)로 부터 혼합형 경계조건을 갖는 매끈한 폐경계면 S상에서의 변위는 다음의 탄성동역학 내부 경계적분방정식으로 표현될 수 있다[7, 16, 17].

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_k = & - \int_S u_i t_{ki}^* ds + \int_{S_1} (u_i - \bar{u}_i) t_{ki}^* ds_1 \quad \text{on } S \quad (2) \\ & + \int_S t_i u_{ki}^* ds - \int_{S_2} (t_i - \bar{t}_i) u_{ki}^* ds_2 \end{aligned}$$

여기서 \bar{u}_i 와 \bar{t}_i 는 경계면 S_1, S_2 상의 변위 및 표면력 경계치이고, S_1, S_2 는 변위와 표면력이 주어진 경계면을 의미하며 이에 따라 전체 폐경계면 S는 $S = S_1 + S_2$ 로 나타내어진다. u_{ki}^* 와 t_{ki}^* 는 다음으로 주어지는 2차원 동탄성 문제의 기본해이다[7,16,17]. 여기서 기본해(fundamental solution)라 함은, 무한체내의 임의의 지점에서 임의의 방향으로 단위세기의 외력을 delta 함수의 형태로 식 (2)에 적용하여 얻어진 Green 함수를 의미한다. 물리적으로는 이 같은 외력에 의해 발생된, 외력의 작용점에서 거리 r 만큼 떨어져 있는 지점에서의 임의의 방향으로의 탄성동역학 변위 또는 표면력을 나타낸다.

$$u_{ki}^* = \frac{i}{4G} [\widehat{U}_1 \delta_{ki} - \widehat{U}_2 r_{,k} r_{,i}] \quad (3)$$

$$\begin{aligned} t_{ki}^* = & \frac{i}{4} \left[\left(\delta_{ki} \frac{\partial r}{\partial n} + n_{k,r} r_{,i} \right) + \frac{\lambda}{G} n_{i,r} r_{,k} \right] \frac{d\widehat{U}_1}{dr} \\ & - \left\{ \left(\delta_{ki} \frac{\partial r}{\partial n} + n_{k,r} r_{,i} \right) + 2 \left(n_{i,r} r_{,k} - 2r_{,k} r_{,i} \frac{\partial r}{\partial n} \right) + \frac{\lambda}{G} n_{i,r} r_{,k} \right\} \frac{\widehat{U}_2}{r} \\ & - \left\{ 2r_{,k} r_{,i} \frac{\partial r}{\partial n} + \frac{\lambda}{G} n_{i,r} r_{,k} \right\} \frac{d\widehat{U}_2}{dr} \end{aligned} \quad (4)$$

식(3), (4)에서 동탄성 문제의 기본벡터 \widehat{U}_1 과 \widehat{U}_2 를 종파수 $k_L = \frac{\omega}{c_L}$ 과 횡파수 $k_T = \frac{\omega}{c_T}$ 의 Hankel 함수로 표현하면 다음과 같다[7,16,17].

$$\widehat{U}_1 = H_0^{(1)}(k_T r) - \frac{1}{k_T r} H_1^{(1)}(k_T r) + \left(\frac{k_L}{k_T} \right)^2 \frac{1}{k_L r} H_1^{(1)}(k_L r) \quad (5)$$

$$\widehat{U}_2 = -H_2^{(1)}(k_T r) + \left(\frac{k_L}{k_T} \right)^2 H_2^{(1)}(k_L r) \quad (6)$$

식 (3)-(6)을 식 (1)에 대입하여 경계적분방정식을 수치적으로 풀면, 조화함수로 주어지는 동적하중에 의한 경계면 S상에서의 동탄성 변위, 표면력 및 영역 Ω 에서의 응력장을 얻을 수 있다. 또한 이를 통해 주어진 입사 탄성파에 대한 구조물내의 결함에 의한 산란장을 계산할 수 있다.

2.2 무한체내의 응력파동해석 모델

먼저 파동산란문제에 있어 가장 단순한 경우로 모드변환(mode conversion)이 없고 단일방향변위만을 수반하는 SH형 초음파의 무한체내 cylindrical cavity에 의한 산란장을 경계요소법

으로 해석하였다. Cavity의 단면경계를 다음그림과 같이 64개의 constant elements로 나누고 반지름은 해석의 편의를 위해 단위반경($r=1$)으로 설정하였으며 SH형 초음파는 $\theta=0^\circ$ 의 방향에서 무한대로부터 입사된다고 가정하였다.

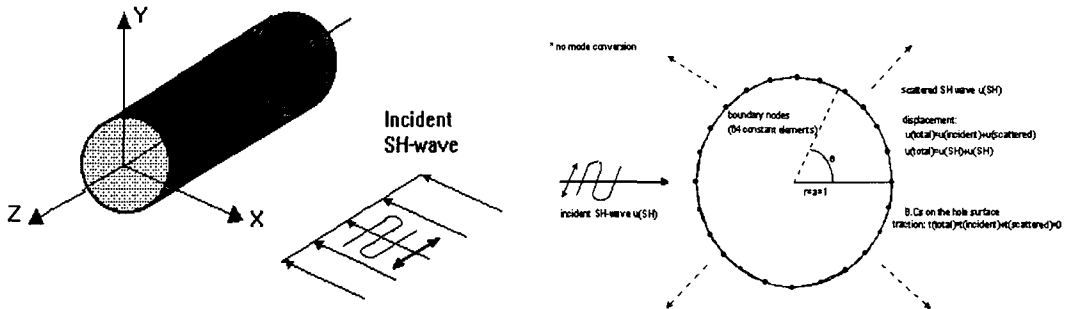


Fig. 1 SH wave scattering problem for a cylindrical cavity subjected to SH-wave incidence

이때 수평회파에 의한 변위장은 파동이 진행하는 평면을 X-Y평면으로 정의할 때 U_z 성분만을 갖게 되며 식 (1)의 경계적분식에서 변위 기본해와 표면력 기본해는 식 (7), (8)과 같다[17].

$$U_{33}(x, y; \omega) = \frac{i}{4\mu} H_0^{(1)}(k_T r) \quad (7)$$

$$T_{33}(x, y; \omega) = -\frac{i k_T}{4} H_1^{(1)}(k_T r) \frac{\partial r}{\partial n} \quad (8)$$

여기서, n 은 n 차 Hankel 함수이다. Fig. 2는 원형 cavity 표면의 산란장에 대한 응력파의 복소진폭을 원주방향의 좌표에 대해 나타내고 있다.

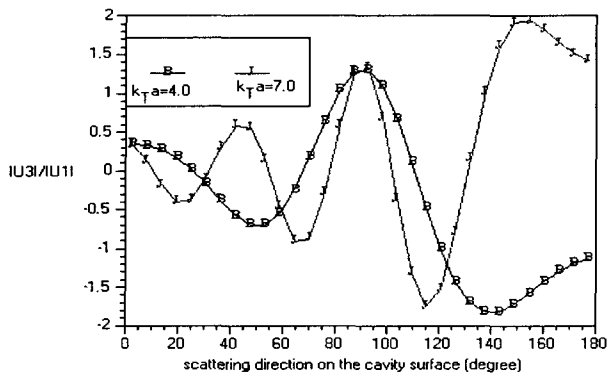


Fig. 2 Boundary displacements around a hole due to a plane harmonic SH-wave incidence: BEM(symbols) vs. analytical [17]

그림 3과 4는 유사한 경계요소 모델을 이용하여 수직회파형 응력파가 좌측에서 입사되었을 때 원형산란체에 의한 산란체표면에서의 산란장을 해석한 결과이다.

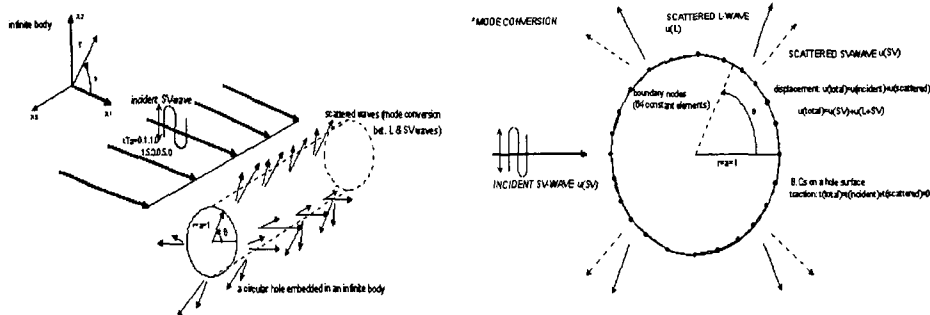


Fig. 3 SV wave scattering problem for a cylindrical cavity subjected to SV-wave incidence

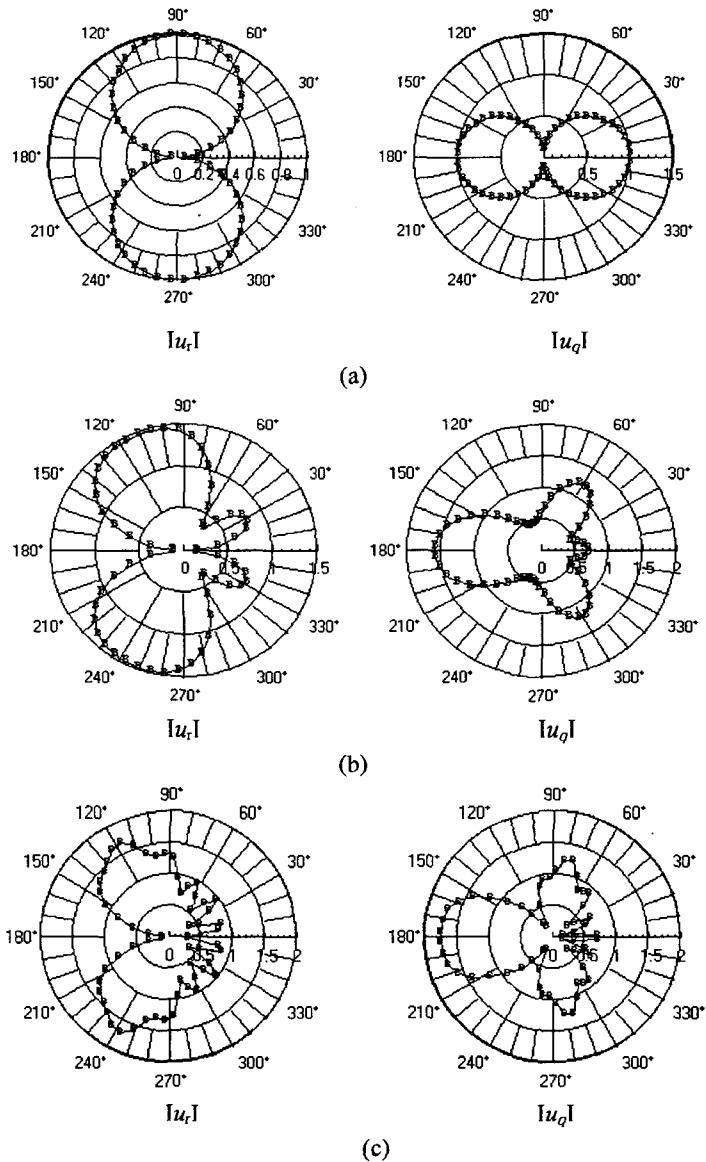


Fig. 4 Total displacement distributions around a circular cavity subjected to plane SV-wave incidence with Poisson's ratio=0.25 (solid line:analytical sol[21], symbol: BEM)
 (a) $k_T a = 0.1$ (b) $k_T a = 1.5$ (c) $k_T a = 5.0$

그림 4는 $k_1\alpha=0.1$ 인 상대적으로 저주파수 수직횡파가 입사될 경우는 응력파동의 변위장분포가 수직방향의 외부 전단하중에 대한 정적인 변위분포에 수렴함을 나타낸다. 이 경우, 응력파가 입사되는 좌측과 전달되는 우측의 후방 및 전방 산란장은 좌우대칭을 띠게되나, 주파수가 증가하면서 파장감소에 따른 후방산란에너지의 증가로 좌측으로 치우친 산란장을 보이고 있다. 또한 주파수의 증가와 함께 물리적으로 예측가능한 대로 후방 산란장의 주에너지 lobe의 진폭이 증가하며 이와 함께 측면 lobe의 수도 증가함을 알 수 있다.

3. 유한구조내 응력파동 전파에 관한 수치해석

3.1 위상속도 분산선도와 군속도 분산선도

Fig. 5와 같은 유한 적층형 판구조에서의 파동의 지배방정식은 Navier의 변위 운동 방정식으로 주어진다[7].

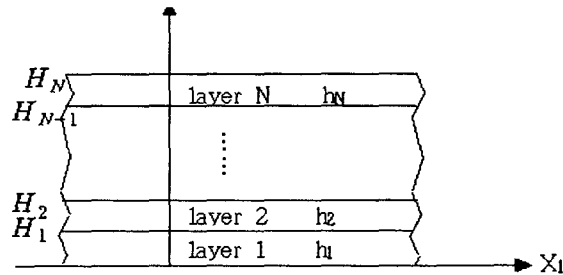


Fig. 5 A multi-layered plate-like structure

$$\mu \nabla^2 \bar{U} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \bar{U}) + \rho \bar{f} = \rho \ddot{\bar{U}} \quad (9)$$

여기서 체적력 $\bar{f}=0$ 으로 하고 $\bar{U}(x_1, x_2, x_3, t)$ 는 좌표의 항과 시간의 항으로 분리한 다음 좌표항에 대하여 Helmholtz decomposition을 적용하여 파동방정식을 풀 뒤 변위 변형을 관계식과 Hooke의 법칙을 통해 각 층에서의 변위 및 응력을 결정할 수 있다[7]. 이와 같이 적층으로 되어있는 구조에서 발생하는 응력파동의 위상속도를 구하기 위해서는 각 층에 해당하는 응력과 변위의 식을 구한 후 적층판재의 외부 표면에서의 자유표면 경계조건과 각 층의 경계면에서의 변위 및 응력의 연속조건을 적용한다[15]. 그러나 N개의 층으로 이루어진 경우에는 경계치문제의 행렬식 크기가 $4N \times 4N$ 으로 확장되어서 행렬식을 계산하기가 수치적으로 어려워지므로 전달행렬법을 사용하여 행렬식의 크기를 다음과 같이 4×4 로 축소시켜 해석의 용이성을 도모한다[15].

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 $A_{11} \sim A_{44}$ 는 응력과 변위의 표면경계조건을 대입하여 결정할 계수들이다.

이를 통해 식(10) 형태의 경계치문제에 대한 행렬식을 구성한 뒤 파동행렬식의 해가 non-trivial 해가 되는 조건으로부터 $|A|=0$ 이 되는 ω 와 k 를 bi-section 방법으로 찾은 후

$v = \omega/k$ 의 관계에 의하여 판파의 위상속도 v 를 결정하면 다음과 같이 가진 주파수에 따라 유한 고체내에서 생성되는 유도초음파의 위상속도 분산곡선(Dispersion Curves)과 군속도 분산곡선을 얻게된다.

그림 6은 전달행렬법으로 구한 0.7 mm 니켈과 1.02 mm 인코넬재료의 적층구조내 위상속도와 군속도를 나타내며 이는 원자력발전소 증기발생기 세관의 보수적층부위에서의 응력파동전파를 모델링한 결과이다. 여기서 각 층의 재료상수는 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Material properties

	C_L (mm/ μ sec)	C_T (mm/ μ sec)	ρ (g/cm ³)
Nikel	5.6	3.0	8.75
Inconel	5.915	3.078	8.45

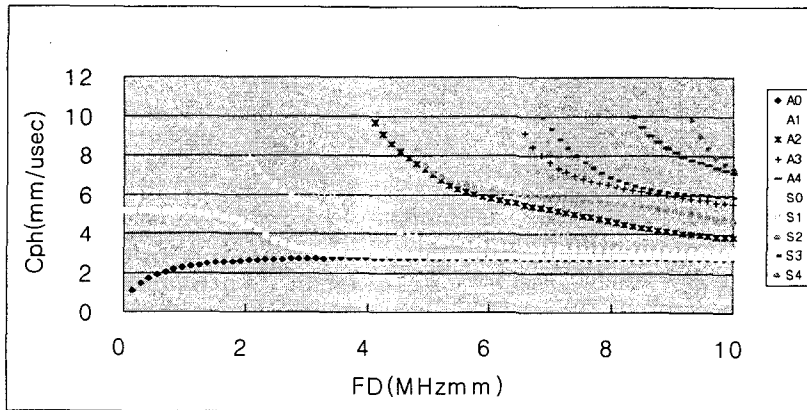


Fig. 6 Phase velocity dispersion curve of a Nickel-Inconel plate

군속도는 적층구조안에서 유한한 주파수 영역 내의 파동이 합성된 실제파형의 envelop가 진행하는 속도로 판파의 위상속도 분산선도를 수치미분하여 구하게 되며 그 관계식은 기존 문헌에 자세히 언급된다[3,7,8]. Fig. 7은 군속도 분산선도이다.

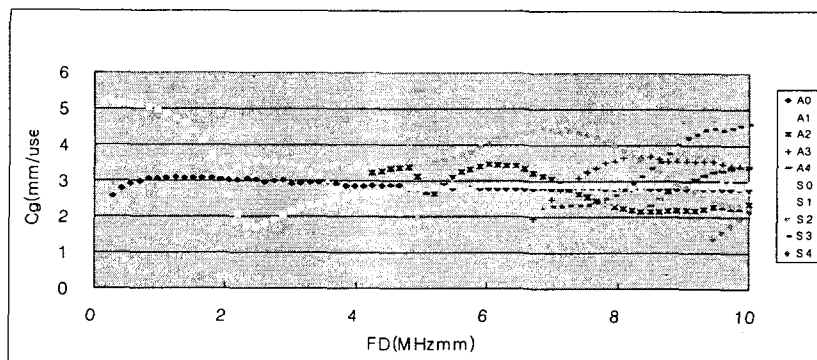
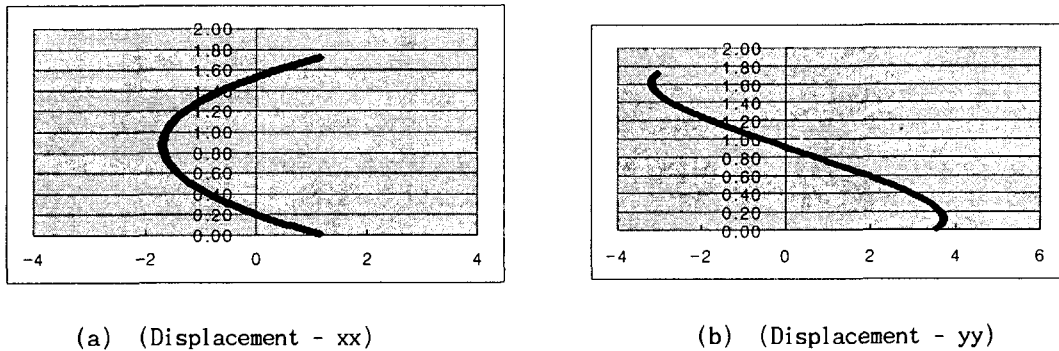


Fig. 7 Group velocity of a Nickel-Inconel plate

3.2 파형구조 선도 및 전파모델

파형구조(Wave Structures)는 유한두께의 구조내에 입사된 유도형 응력과 모드가 매질내 두께 방향으로 만들어 내는 변위, 응력 에너지의 분포를 일컬으며 이에 대한 수치해는 그 모드의 응력파가 구조내로 진행할 때 두께방향의 입자들이 가진되는(excitation)형태를 나타내며 모드의 전파특성을 결정짓게 된다. 그림 8은 Nickel-Inconel 판재내 유도형 응력파동의 파형구조를 나타낸다.



(a) (Displacement - xx) (b) (Displacement - yy)
Fig. 8 Displacement wave structures of a Nickel-Inconel plate
(S0 at fd= 1.0 MHz mm)

이상의 파형구조는 앞에 설명한 탄성동역학 경계요소법을 통해서도 해석될 수 있다. 그림 9는 단일 판재구조내로 전파하는 유도형 응력파동의 전파를 모델링하기 위해 입사파의 파장에 해당하는 구조의 단면을 상수 및 이차(quadratic)경계요소로 분할한 모델을 나타내고 있다.

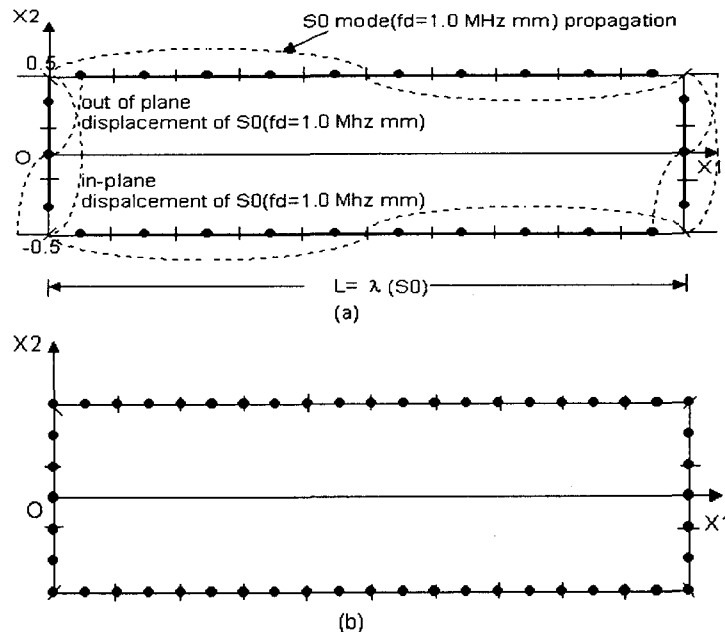


Fig. 9 Boundary element simulation of the symmetric Lamb wave(S0,fd=1.0 MHz mm) propagation in a single aluminum plate
(a) boundary mesh with constant element, (b) boundary mesh with quadratic element

그림 10은 그림 9에 대한 판구조물 단면상의 절점에서 얻어진 파형구조를 경계요소법으로 해석한 결과로서 요소의 종류와 관계없이 이론해에 잘 수렴하고 있음을 나타내고 있다.

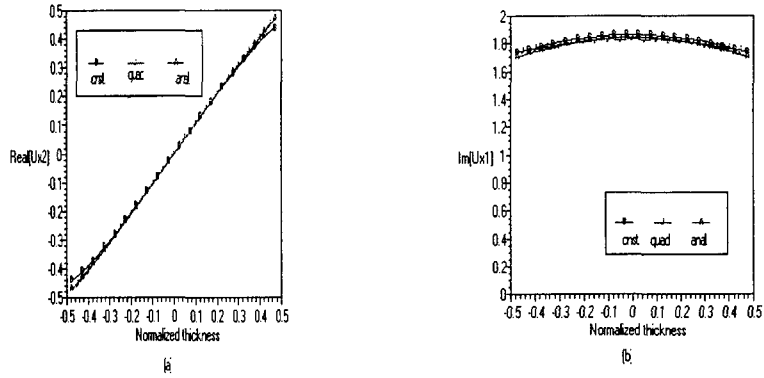


Fig. 10 Constant element vs. quadratic element for S0($f_d=1.0$ MHz mm) modal displacement BEM calculation (a) Real[Ux2] (b) Im[Ux1]

그림 11은 상수경계요소에 대해 구조내 단면경계면상의 경계요소수에 대한 파형구조의 수치적 수렴도를 제시하고 있다. 이를 통해, 상수경계요소도 충분한 수의 요소로 경계면을 분할할 경우는 만족할만한 정확도를 제시하고 있음을 알 수 있다.

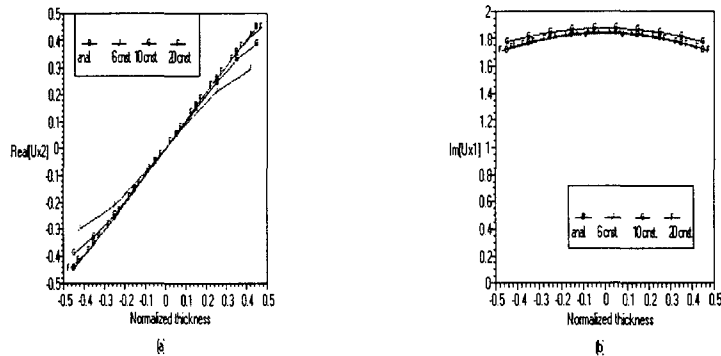


Fig. 11 BEM convergence test for S0($f_d=1.0$ MHz mm) modal displacement with respect to the variation of constant element along a plate cross-section (a) Real[Ux2] vs. normalized thickness (b) Im[Ux1] vs. normalized thickness

이상의 유한체내 응력파의 전파모델은 시간지연을 갖는 그림 12와 같은 배열형변환기에 의한 등방성(isotropic)탄성(elastic) 구조에서의 응력파동 모드해석에도 확장하여 응용할 수 있다. 수치모델에 포함된 변환기의 매개변수는 압전요소 폭 a , comb 크기(압전요소 폭과 요소사이의 간극을 더한 값) s , 요소의 수 N , 중심 주파수 f_0 , 주파수 폭(bandwidth) β , 시간지연 Δt 이며, 판의 두께는 d 이다. 변환기의 모든 요소는 포물선 형태의 함수로서 판에 압력하중을 가하게 된다고 가정하였다.

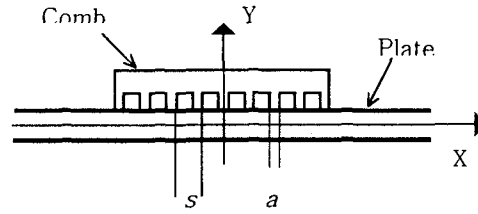


Fig. 12 comb transducer geometry.

두께 2mm 알루미늄 판에서 A0, S0 모드 발생의 수치적 결과에 대해서 고려해보자. 그림 13은 위상속도분산선도상의 선택된 응력파의 가진점 위치를 검은점으로 표시하고 있다.

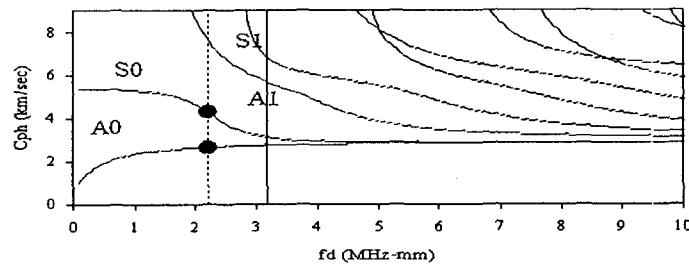
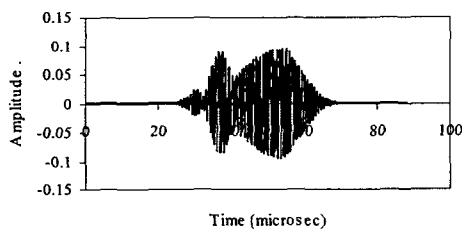
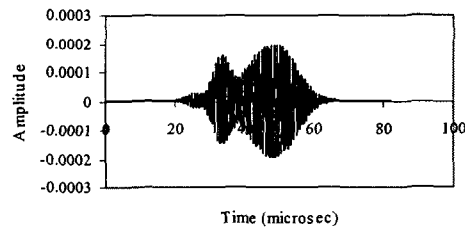


Fig. 13 Phase velocity for an aluminum plate ($C_L=6.3$ km/sec, $=3.1$ km/sec) with two cases of activation area for modes A0 and S0, shown with black dots for $fd=2.205$.

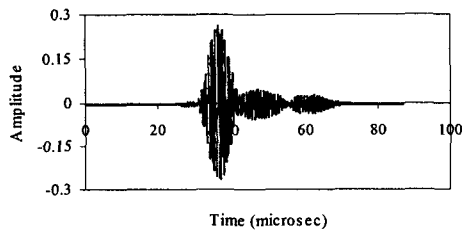
그림 14는 모델링을 통해 얻어진 배열형 압전응력과 변환기에서의 시간영역 신호결과이다. 보여지는 바와 같이 A0 RF신호는 주어진 가진 주파수에 존재하는 여타의 전파 모드사이의 중첩 신호와 비교해서 크게 나타난다. 좌측행의 그림은 파장의 값과 같은 크기 $s=2.449$ mm를 가지도록 특별하게 설계된 배열형 comb변환기로 생성되는 RF 신호를 보여준다. 이 경우 모든 comb변환기의 요소들은 동시에 진동하는 것으로 가정하고 이를 위해 시간지연은 $\Delta t=0$ 으로 설정하였다. 우측행의 그림은 원하는 파장의 값인 2.449mm와는 다른 크기 s 에 대해 설계한 뒤 시간 지연을 부여한 변환기를 사용하여 얻어지는 A0 생성의 결과를 나타낸 것이다. 변환기 요소들의 증가에 따른 신호개선을 인상적으로 관찰할 수 있을 것이다. 그러나 무엇보다도, 이 경우 역시 시간지연이 없는 경우와 비교하여 comb간격 s 를 변화시켰음에도 적절한 시간지연값 ($\Delta t=0.083 \mu s$)을 부여함으로써 전체적으로 동일 가진조건을 얻을 수 있음이 확인되었다.



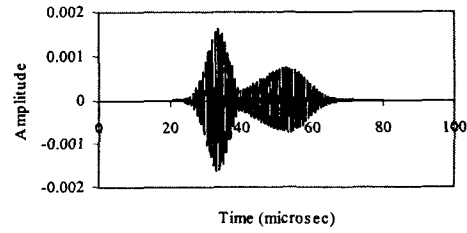
(a) 1 element, $s=2.449$ mm, $\Delta t=0$



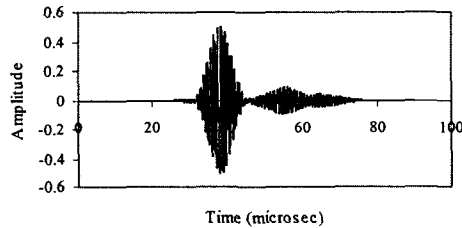
(d) 1 element, $s=2$ mm, $\Delta t=0.083 \mu s$



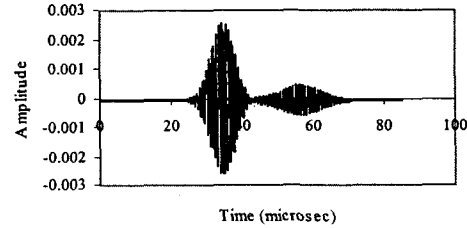
(b) 3 elements, $s=2.449$ mm, $\Delta t=0$



(e) 3 elements, $s=2$ mm, $\Delta t=0.083$ μ s



(c) 7 elements, $s=2.449$ mm, $\Delta t=0$



(f) 7 elements, $s=2$ mm, $\Delta t=0.083$ μ s

Fig. 14 Number of elements versus time delay Δt study for the A0 mode (RF signal at $f_0 = 1.1025$ MHz, $a=0.8$ mm, observation distance from the transducer edge equals 100mm, the number of cycles $C_0=7$).

4. 유한 구조내 응력파동 산란에 관한 수치해석

4.1 유도형 응력파의 산란장 해석

앞절에서 언급된 경계적분방정식을 이용하여 개발된 탄성동역학 경계요소 프로그램은 다중산란에 의한 모드전이로 인해 무한체내의 산란문제에 비해 이론적 해석이 더욱 어려운 유한 고체구조내의 응력파동산란문제에 효율적으로 적용될 수 있다. 일반적인 탄성 종파나 횡파(Elastic Longitudinal Wave or Transverse Wave)와 달리 유도초음파의 경우, 주파수 변화에 따라 각기 다른 진행속도를 갖는 다양한 파형모드가 발생된다. 차체와 같은 복잡한 형상의 기계구조물도, 국부적으로는 평판(plate)이나 원통형 실린더로서 해석될 수 있다. 구조물의 두께에 비해 상대적으로 긴 파장의 저 주파수(Low Frequency) 동적 하중이 가해지는 경우, 예를 들어 주파수 f 와 판구조물의 두께 d 사이의 곱인 fd 값이 대략 $6 \sim 7$ MHzmm 보다 작은 경우, 실제 구조물내의 동적거동은 유도초음파의 형태로 구조물의 기하학적 형상을 따라 전파하게 된다[3-12]. 유도초음파 산란장 해석을 위해서는 식 (2)와 (10)을 그림 15에 제시된대로 유한 고체의 단면에서 수치적으로 결합하여 경계적분방정식을 푸는 혼합형 경계요소법을 사용하여야 한다[7,9]. 이를 위해 유도형 응력파가 진행하는 유한고체의 단면을 수치모델영역으로 설정하여 상하면과 좌우단면으로 이루어진 폐경계면을 따라 경계요소를 분할한다. 상하면에는 자유표면적 경계조건을 적용하며, 좌우단면의 경계조건을 위해서는 문제에 주어진 fd 값에서 발생가능한 모든 유도초음파 모드의 산란변위와 응력장을 이용하여 결정된 뒤 이를 입사모드의 변위 및 응력장과 중첩하여 전체변위와 응력장으로 나타낸다. 이과정에서 좌우 단면상에서 전체변위와 응력장 사이의 관계식이 $2 \times$ 단면의 경계 node 수만큼 얻어지고 이를 이용하여 좌우 단면상의 변위와 표면력 미지수를 소거하여 풀게된다.

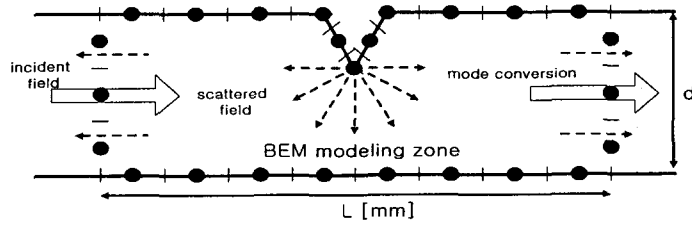


Fig. 15 Boundary mesh discretization for modeling of Lamb wave scattering

Fig. 16은 경계요소법을 이용하여 판구조의 한쪽끝에서 반사되는 유도형 응력파의 각 파형모드들의 진폭 (Amplitude)을 계산한 결과이다. 유도형 탄성과 산란의 경우, 모드전이(Mode Conversion)에 의한 복합 산란장(Multi Scattered Fields)이 형성됨을 알 수 있다[7].

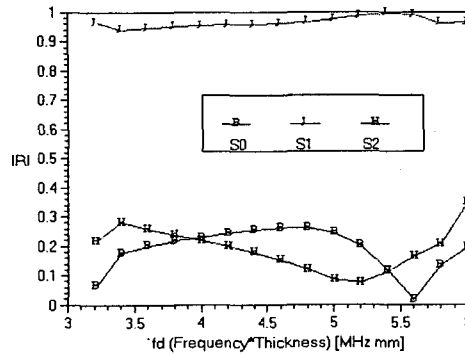


Fig. 16 The variations of the modulus of complex edge reflection for S1 incidence

4.2 유도형 응력파 산란장의 시간영역 모델링

혼합형 경계요소법을 적용하여 유도형 응력파동의 산란장을 중앙에 crack성 결함이 있는 판재의 단면을 기하학적 형상과 입사주파수를 고려하여 약 1000개의 상수 경계요소로 분할하여 모델링하였다. 이때 결함부분 즉, 산란영역과 입사/수신영역 간에 거리(L/2)를 충분히 확보해 줘야 하는 데, 이것은 정확도를 높이기 위해 불안정한 산란영역을 벗어나 원거리 산란장을 계산하기 위함이며, 보통 해당 모드의 한 파장 이상에 해당하는 거리로 설정한다. 계산에 사용된 물질치는 알루미늄의 종파속도 = 6.3 mm/ μ sec와 횡파속도 = 3.1 mm/ μ sec 그리고 밀도 = 2.6 g/cm³ 이고 입사파의 중심주파수는 1 MHz이다.

입사된 모드는 결함부위에서 산란이 일어나고, 모드전이 현상을 통해 분산선도상의 해당 fd에서 생성 가능한 각 모드로 입사에너지가 나누어지게 된다. 수치계산의 입력값이 되는 각 모드의 위상속도는 분산선도상에서 구할 수 있으며 이번 연구에서 적용된 입사파의 주파수성분은 실제 1 MHz 탐촉자들의 일반적인 특성에 가깝도록 0.38~1.62 MHz까지 0.04 MHz간격으로 총 32개의 주파수성분으로 표현되었으며 중심주파수가 1 MHz인 Gaussian분포를 띄고 있다. 이 조건에서 가능한 fd값들은 판재 두께가 1 mm로 설정될 때 0.38~1.62 MHz mm이고 이 fd값에서는 A0와 S0모드가 존재하는 것으로 분산선도에서 확인되었다.

주파수영역에서 계산된 산란장 값을 IFT처리하여 시간영역의 파형으로 변환하였다. 그림 17과 18의 결과파형들은 모델의 좌측으로부터 입사된 S0 모드가 결함에서 산란되어 모드전이를 거친 뒤 결함의 우측으로 전달되는 모드들의 파형을 계산한 것이다. 실제 초음파검사에서 종파형 탐촉자를 이용해 시험체의 표면에서 측정할 때 수직방향의 변위가 많은 영향을 미치므로 IFT 처리시에 결함부 오른쪽 상단 표면에서 결함으로부터 점차 멀어지는 네 지점에서의 수직방향변위(Uy)만을 나타내었다. 결함부에서 5 mm떨어진 지점에서는 S0모드와 전이된 A0모드

가 중첩되어 있지만 산란지점으로부터 멀어질 수록 두 모드의 군속도 차이에 의해 점차 분리되기 시작하다가 20 mm지점에서는 확연히 두 모드가 분리되는 것을 볼 수 있다. 그리고 거리가 멀어짐에 따라 신호의 진폭이 점차 줄어드는 것을 확인할 수 있는데, 이것은 분산과 모드분리에 의해 에너지가 나뉘기 때문이며 모델링에서 재료감쇠는 포함되어있지 않으므로 재료감쇠에 의한 것이라고 볼 수 없다. 20 mm떨어진 지점에서 두 모드의 시간차는 $2.54 \mu\text{sec}$ 이며 군속도분산선도에서 계산된 두 모드의 군속도($A0 : 3.12\text{mm}/\mu\text{sec}$, $S0 : 5.10\text{mm}/\mu\text{sec}$)로 계산된 시간차 $2.49 \mu\text{sec}$ 와 약 2.2%의 오차범위 안에서 잘 일치한다. 이 결과를 통해 결합형태에 따른 유도초음파의 산란신호를 곧바로 예측함으로써 정량적 비파괴평가법의 개발 가능성이 확인되었다고 볼 수 있다.

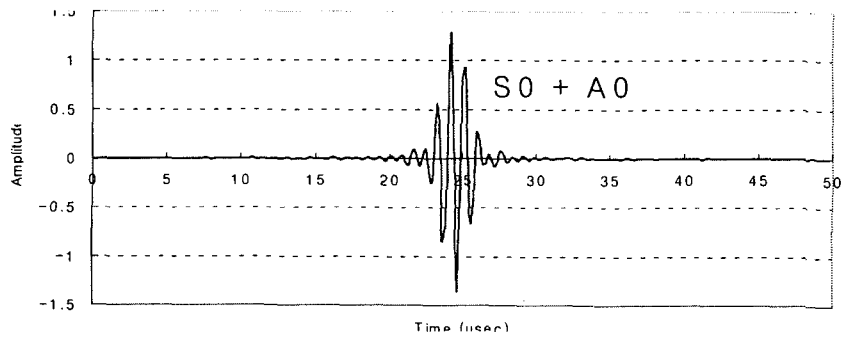


Fig. 17 IFT result at location 5mm away from V-notch

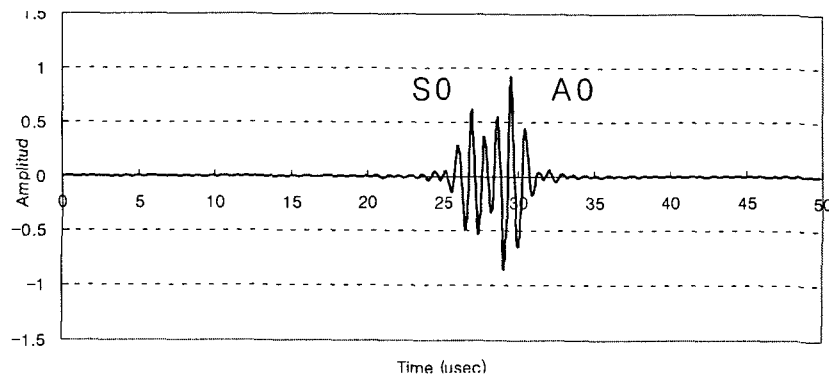


Fig. 18 IFT results at location 20mm away from V-notch

5. 결론

본 논문에서는 고체구조내의 다양한 응력과동전과 및 산란문제를 위한 모델링기법을 소개하고 보다 실제적인 모델링기법으로서의 개선가능성을 제시해 보았다. 제시된 각종 경계요소 모델링기법은 정량적 비파괴평가법의 물리적 기반을 확보하기 위해 다양하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다. 탐촉자로부터 입사되는 beam에 대한 정확한 modeling이 병행된다면 초음파탐상시험의 물리적 현상에 대한 분석능력을 획기적으로 향상시키고 각종 형태의 결합에 대한 탐상결과신호를 예측, 제시함으로써 정량적인 비파괴평가를 가능케 하여 초음파비파괴평가의 효율성과 신뢰성을 확보할 수 있을 것으로 기대된다. 향후 이같은 국내

관련 분야의 공동연구가 활성화 되면 현장응용성이 높은 해석프로그램으로 발전되어 갈 것이다.

후 기

본 연구는 한국원자력연구소 원자력증장기사업 위탁연구비(2000년 4월 - 2002년 3월)의 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사를 표합니다.

참고문헌

- [1] J. D. Achenbach, "Mathematical Modeling for Quantitative Ultrasonics", *Nondestr. Test. Eval.*, vol. 8, No. 9, pp. 363-377, (1992)
- [2] L. J. Bond, "Numerical Techniques and Their Use to Study Wave Propagation and Scattering", *Elastic Waves and Ultrasonic Nondestructive Evaluation*, North-Holland, pp. 17-27, (1990)
- [3] J. L. Rose, Y. Cho, and J. J. Ditri, "Cylindrical Guided Wave Leakage Due to Liquid Loading", *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 13, Plenum Press, (1994)
- [4] J. L. Rose, K. Rajana, and A. Plarski, "Ultrasonic Guided Waves for NDE of Adhesive Bonded Joints in Aging Aircraft", *Proceedings of Adhesive Society Meeting*, Orlando, FL, Feb 20-24, (1994)
- [5] J. L. Rose, and J. Ditri, "Pulse-Echo and Through Transmission Lamb Wave Techniques for Adhesive Bond Inspection", *British Jr. NDT*, vol 34, No. 12, (1994)
- [6] Y. Cho, D. D. Hongerholt, J. L. Rose, "Lamb Wave Scattering Analysis for Reflector Characterigation", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 44, No. 1, pp. 44-52, (1997)
- [7] Y. Cho, and J. L. Rose, "A Boundary Element Solution for a Mode Conversion Study on the Edge Reflection of Lamb Waves", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 99, No. 4, pp. 2097-2109, (1996)
- [8] Y. Cho. and J. L. Rose, "Guided waves in a water Loaded Hollow Cylinder", *Nondestr. Test. Eval.*, Vol. 12, pp. 323-339, (1996)
- [9] Y. Cho. and J. L. Rose, "An Elastodynamic Hybrid Boundary Element Study for Elastic Guided Wave Interactions With a Surface Breaking Defect", *Int. J. Solids and Structures*, to be appeared, (2000)
- [10] Y. Cho, "Estimation of Ultrasonic Guided Wave Mode Conversion in a Plate with Thickness Variation", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, to be appeared, (2000)
- [11] W. Zhuang, A. H. Shah and S. K. Datta, "Axisymmetric Guided Wave Scattering by Cracks in Welded Steel Pipes", *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 119, pp. 401-406, (1997)
- [12] Ajit K. Mal, Pei-cheng Xu and Yosoph Bar-Cohen, "Leaky Lamb Waves for the Ultrasonic Nondestructive Evaluation of Adhesive Bonds", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 112, pp. 255-259, (1990)
- [13] D. C. Gazis, "Three-Dimensional Investigation of the Propagation of Waves in Hollow Circular Cylinders: 1. Analytical Foundation", *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 31, No. 5, pp. 568-578, (1959)

- [14] Peter B. Nagy, "Longitudinal Guided Wave Propagation in a Transversely Isotropic Rod Immersed in Fluid", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 98, No. 1, pp.454-457, (1995)
- [15] 이종명, 이강용, 조운호 "다층구조물내 탄성 유도 초음파의 전파에 관한 연구", 한국 비파괴 검사 학회 춘계 학술 대회 pp.99-109, (1999)
- [16] F. J. Rizzo, D. J. Shippy and M. Rezayat, "A Boundary Integral Equation Method for Radiation and Scattering of Elastic Waves in Three Dimensions", International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 21, pp.115-129, (1985)
- [17] S. Kobayashi, Chapter 4 Elastodynamics: Boundary Element Methods in Mechanics, North-Holland, New York, pp. 192-255, (1987)
- [18] Wang, Deng and Shen, "A Time-domain Boundary Element Model for Ultrasonic Pulse Echo", Ultrasonics, Vol.35, pp.125-130, (1997)
- [19] 조운호, "탄성과 산란장 해석을 위한 동탄성 경계요소법 연구", 한국 자동차 공학회 차체, 차량동역학 부문 학술 논문집, pp. 21-26, (1996)
- [20] 이준현, 이서일, 조운호, "재료내 다중결함에 의한 SH형 초음파 산란장의 수치해석", 비파괴 검사 학회지, Vol. 18, no. 4, pp. 304-312, (1998)
- [21] Y. H. Pao, and C. C. Mow, Diffraction of Elastic Wave and Dynamic Stress Concentration, Crane-Russak, New York, (1973)