

Winkler 모델을 이용한 동바리의 시간의존적 축력 해석법

Analysis of Time-dependent Axial Force of Shores using the Winkler Model

우 창 훈* 김 선 영** 이 수 곤***
Woo, Chang-Hoon Kim, Sun-Young Lee, Soo-Gon

Abstract

In the case of reinforced concrete structures, the knowledge of load transfer in the long-term behavior analysis considering construction sequence is very important. Even though long-term behavior of concrete structures has been widely studied, the studies on the time-dependent axial force variation of shore have been scarce to date. In order to investigate the shore behaviors under actual construction conditions, a three-story test frame was constructed on a construction site. The entire construction schedule for the test frame was made to follow the schedule of an actual three-story frame. To analyze the data collected from the test frame, an analysis method based on the Winkler foundation model was developed. This analysis method accurately predicts the time-dependent behavior of shore. The analysis results coincide well with those obtained by the Midas GENw program.

1. 서 론

철근콘크리트 구조물의 가설공사 중에서 거푸집과 동바리 공사는 전체 공기에 가장 큰 영향을 주는 작업으로 건설재해의 안전사고를 막기 위해서 큰 관심을 가져야 하지만 대부분의 현장에서는 정확한 안전성 검토 없이 경험에 따르는 실정이다. 가설골조 구조물에 콘크리트를 타설하는 순간 작용하는 하중은 동바리에 의해서 지지된다. 이때 동바리의 지지능력이 부족하거나 동바리의 배치 잘못으로 인한 편심하중이 발생하면 예기치 못한 붕괴가 일어날 수 있다. 따라서 축력이 최대로 작용하는 동바리에 대한 세심한 주의가 필요하며, 콘크리트를 치는 동안 동바리의 기초는 과도한 침하나 부등침하가 일어나지 않아야 하며, 동바리의 조립이나 떼어내기가 편리한 구조로서 그 이름이나 접촉부에서 하중을 안전하게 전달할 수 있도록 규정하고 있다¹⁾. 그러나 안전성 검토로 동바리에 작용하는 축력은 대부분 탄성상태에서만 고려하고, 동바리에 대한 내력 검토는 좌굴에 대해서만 규정하고 있을 뿐이다. 또한 국내의 몇몇 연구자들이 수행한 동바리의 축력에 대한 연구도 콘크리트 타설 초기에만 국한된 것으로 콘크리트 타설 후의 시간에 따른 동바리의 이력특성은 고려하고 있지 않다. 타설 초기에는 작용하는 거의 모든 하중을 동바리가 지지하다가 시간이 경과됨에 따라서 콘크리트의 강성 발현에 의해 동바리가 저항하던 축력의 일부분을 콘크리트 골조에서 저항하게 된다. 그리고

* 정회원, 전남대 건축학과 석사과정

** 정회원, 공학박사

*** 정회원, 전남대 건축학과 교수

동바리를 제거하기 전과 후에 구조물에 발생하는 축력 재분배 현상도 발생한다³⁾. 이와 같은 하중전달 특성을 고려하기 위해서는 콘크리트 구조물의 장기변형 성분인 크리프와 건조수축을 함께 고려하는 것이 필요하다. 또한 동바리의 시간에 따른 이력특성은 콘크리트의 초기재령, 즉 철근콘크리트 구조물에서의 시공단계를 고려하는 해석에서 매우 중요하지만 시간의존적 동바리 축력에 대한 수치적 해석방법이 없어서 실제의 거동을 많이 단순화하여 동바리 효과를 고려하고 있다⁴⁾⁵⁾⁶⁾. 따라서 본 연구에서는 동바리의 시간의존적 축력변화를 평가할 수 있는 방법으로 Winkler 모델을 이용하여 제시하고자 한다. 그리고 제안된 방법의 검증을 위해 각각의 시간단계에서 탄성계수를 사용자 정의로 입력하여 해석을 수행한 Midas GENw의 해석 결과와 비교하고, 동바리와 거푸집의 설치 및 제거를 포함하여 일반적인 시공단계에 따라 제작한 철근콘크리트 골조구조물에 대한 장기실험결과와 비교하고자 한다.

2. 시간의존적 동바리 축력 해석법

2.1 Winkler 모델을 이용한 동바리 축력 해석

그림 1과 같이 양단이 연속인 탄성지반 위에 단면이 일정한 보(prismatic beam)에 발생하는 처짐(v)은 탄성지반의 반력에 비례한다고 가정하는 Winkler 모델은 식(1)과 같다.

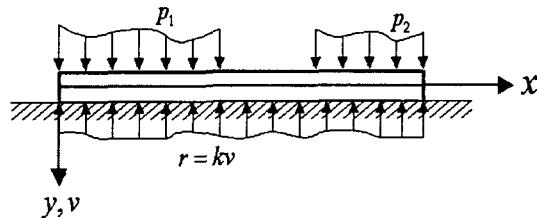


그림 1. 탄성지반 위의 보

$$EI \frac{d^4v}{dx^4} + kv = p \quad (1)$$

여기서, r : 단위길이당 반력

k : 상수 값의 지반계수

p_1, p_2, p : 단위길이당 작용하중

일반적으로 동바리는 아래층의 보 위에 놓여 있으므로 탄성지반 위에 있다고 가정하면 Winkler 모델을 이용하여 동바리의 축력을 구할 수 있다. 즉, 동바리가 놓여 있는 보의 강성($k_b(t, \tau_{i-1})$)을 지반계수로 가정하고 동바리 부재는 무한대의 강성을 갖고 변형은 없다고 가정한다. 따라서 그림 2와 같이 동바리가 1개 층에 있을 때 Winkler 모델에 의한 지배미분방정식은 식(2)와 같이 된다.

$$E_c(t, \tau_i)I \frac{d^4v}{dx^4} + k_b(t, \tau_{i-1})v = p_i - \frac{M_E(t, \tau_i)}{L^2} \quad (2)$$

여기서, i 는 고려하는 층, t 는 고려하는 시간, τ_i 는 i 층의 콘크리트 타설시간, p_i 는 i 층에 작용하는 단위길이당 하중, 콘크리트의 재령에 따른 압축강도 발현을 식(3)과 같이 ACI⁷⁾를 따른다고 가정하면 $E_c(t, \tau_i)$ 는 콘크리트의 크리프 특성을 고려하기 위한 i 층 콘크리트의 재령보정 유효탄성계수⁸⁾로 식(4)과 같고, I 는 단면2차모멘트이다.

$$f_{cr}(t, \tau_i) = \frac{t}{A + Bt} f_{cr} \quad (3)$$

여시서, f_{cr} : 재령 28일에서의 압축강도

A, B : 재료상수

$$E_c(t, \tau_i) = \frac{E_c(\tau_i)}{1 + \chi(t, \tau_i) \phi(t, \tau_i)} \quad (4)$$

$$E_c(\tau_i) = 15,000\sqrt{f_{cu}(\tau_i)} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}, \quad \chi(t, \tau_i) = 1 - \frac{(1-\chi')(t-\tau_i)}{20+(t-\tau_i)}$$

$$\dot{\chi} = \frac{k_1 \tau_i}{k_2 + \tau_i}, \quad k_1 = 0.78 + 0.4e^{-1.33 \chi'(\tau_i)}, \quad k_2 = 0.16 + 0.8e^{-1.33 \chi'(\tau_i)}$$

$$\chi'(\tau_i) = 0.8, \quad \phi(t, \tau_i) : \text{크리프 계수}^8$$

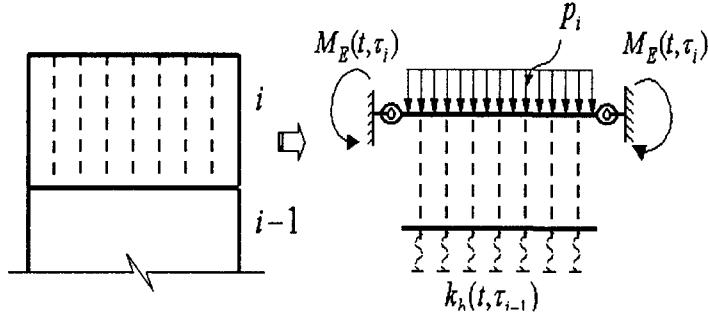


그림 2. Winkler 모델을 이용한 동바리 모델링

콘크리트의 강성이 발현됨에 따라서 양단부의 경계조건은 초기에는 자유단(Free Edge)에서 점차적으로 고정도가 증가하여 고정단(Fixed Edge)이 된다. 그러나 철근콘크리트 골조의 접합부에서의 시간에 따른 고정도를 정확하게 평가하기 어렵기 때문에 본 연구에서는 단부 모멘트 ($M_E(t, \tau_i)$)를 식(3)과 같이 ACI의 콘크리트 강도 발현식인 쌍곡선 함수를 따른다고 가정하고 재료상수 A 와 B 는 1종 시멘트와 습윤양생으로 가정하면 식(5)과 같이 표현할 수 있다.

$$M_E(t, \tau_i) = \frac{p_i \cdot L^2}{12} \cdot \frac{t}{4 + 0.85t} \quad (5)$$

지반계수로 가정한 $i-1$ 층의 보의 강성은 식(6)과 같이 표현할 수 있으며, α 는 구조물의 특성을 나타내는 계수로 동바리 간격, 콘크리트 골조의 단면치수 등에 따라서 크게 변하고 동바리 축력에 영향을 준다. 따라서 본 연구에서는 기존의 구조해석 프로그램인 Midas GenW의 해석결과와 제안식과의 비교를 통해서 α 값을 식(7)과 같이 구하였다.

$$k_b(t, \tau_{i-1}) = \frac{\alpha E_b(t, \tau_{i-1}) I}{L^3} \quad (6)$$

$$\alpha = 116e^{-10(s/L)} \quad (7)$$

식(2)와 같은 지배미분방정식의 일반해는 식(8)과 같으며, 식(9)의 경계조건을 이용하여 적분상수를 구하면 식(10)과 같다.

$$v = e^{\beta x} [A_1 \cos \beta x + A_2 \sin \beta x] + e^{-\beta x} [A_3 \cos \beta x + A_4 \sin \beta x] + \frac{P}{k_b(t, \tau_{i-1}) I} \quad (8)$$

$$\text{여기서, } P = p_i - \frac{M_E(t, \tau_i)}{L^2}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{k_b(t, \tau_{i-1})}{4E_c(t, \tau_i) I}}$$

$$\begin{cases} x=0; & v=o, \quad v'=-M_E(t, \tau_i) \\ x=L; & v=0, \quad v'=M_E(t, \tau_i) \end{cases} \quad (9)$$

$$A_1 = \frac{P}{k_b(t, \tau_{i-1})} \left[\frac{-S_1 \sin \beta L + S_2 \cos \beta L - S_2}{2 e^{2\beta L} (S_1^2 + S_2^2)} \right] + M_E(t, \tau_i) \left[\frac{-S_2 \sin \beta L - S_1 \cos \beta L - S_1}{4 e^{2\beta L} (S_1^2 + S_2^2) \beta^2} \right] \quad (10(a))$$

$$A_2 = \frac{P}{k_b(t, \tau_{i-1})} \left[\frac{S_2 \sin \beta L + S_1 \cos \beta L - S_1}{2 e^{2\beta L} (S_1^2 + S_2^2)} \right] + M_E(t, \tau_i) \left[\frac{S_2 \cos \beta L - S_1 \sin \beta L - S_2}{4 e^{2\beta L} (S_1^2 + S_2^2) \beta^2} \right] \quad (10(b))$$

$$A_3 = \frac{P}{k_b(t, \tau_{i-1})} \left[\frac{S_1 \sin \beta L - S_2 \cos \beta L + S_2 - 1}{2 e^{2\beta L} (S_1^2 + S_2^2)} \right] + M_E(t, \tau_i) \left[\frac{S_2 \sin \beta L + S_1 \cos \beta L + S_1}{4 e^{2\beta L} (S_1^2 + S_2^2) \beta^2} \right] \quad (10(c))$$

$$A_4 = \frac{P}{k_b(t, \tau_{i-1})} \left[\frac{S_2 \sin \beta L + S_1 \cos \beta L - S_1}{2 e^{2\beta L} (S_1^2 + S_2^2)} \right] + M_E(t, \tau_i) \left[\frac{S_2 \cos \beta L - S_1 \sin \beta L - S_2}{4 e^{2\beta L} (S_1^2 + S_2^2) \beta^2} + \frac{1}{2\beta^2} \right] \quad (10(d))$$

여기서, $\begin{cases} S_1 = e^{-\beta L} \sin \beta L \cosh \beta L \\ S_2 = e^{-\beta L} \cos \beta L \sinh \beta L \end{cases}$

시간에 따라서 i 층의 동바리가 지지하는 전체 반력을 식(8)의 처짐을 부재길이 L 에 대해서 적분한 값에 $i-1$ 층의 보의 강성 $k_b(t, \tau_{i-1})$ 를 곱하여 식(11)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} R(t, \tau_i) &= k_b(t, \tau_{i-1}) \int_0^L v \, dx \\ &= k_b(t, \tau_{i-1}) \left[\frac{A}{2\beta} (e^{\beta L} \sin \beta L + e^{\beta L} \cos \beta L - 1) + \frac{B}{2\beta} (e^{\beta L} \sin \beta L - e^{\beta L} \cos \beta L + 1) + \frac{C}{2\beta} (e^{-\beta L} \sin \beta L - e^{-\beta L} \cos \beta L + 1) \right. \\ &\quad \left. - \frac{D}{2\beta} (e^{-\beta L} \sin \beta L + e^{-\beta L} \cos \beta L - 1) + \frac{P}{k_b} L \right] \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 동바리 시스템에 따른 축력해석

그림 5와 같이 2개 층에 걸쳐 동바리가 존재하는 경우 $i+1$ 층과 i 층의 Winkler 지배미분방정식은 식(12)와 식(13)과 같다. 즉, $i+1$ 층의 동바리는 i 층의 보와 $i-1$ 층의 보위에 놓여 있으므로 각각의 강성이 직렬로 연결되어 있다고 볼 수 있다. 한편, i 층의 경우에는 $i+1$ 층의 동바리를 타고 전달되는 축력을 고려해야 한다.

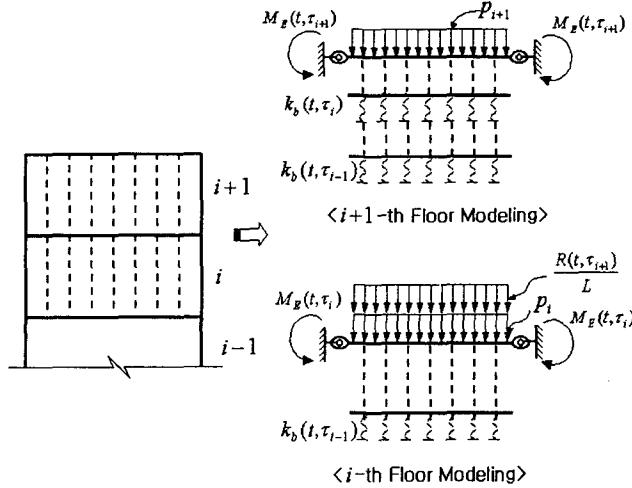


그림 5. 일반적인 동바리 시스템에 대한 모델링

$$E_c(t, \tau_{i+1}) I \frac{d^4 v}{dx^4} + \frac{1}{k_e(i+1)} v = p_{i+1} - \frac{M_E(t, \tau_{i+1})}{L^2} \quad (12)$$

$$E_c(t, \tau_i) I \frac{d^4 v}{dx^4} + k_b(t, \tau_{i-1}) v = p_i - \frac{M_E(t, \tau_i)}{L^2} + \frac{R(t, \tau_{i+1})}{L} \quad (13)$$

여기서, $\frac{1}{k_e(i+1)} = \frac{1}{k_b(t, \tau_i)} + \frac{1}{k_b(t, \tau_{i-1})}$

따라서 임의의 층 i 보다 위층에 설치된 동바리 전체 총수를 n , 아래층에 설치된 동바리 전체 총수를 m 이라

고 하면 임의의 층 i 에서의 동바리의 축력은 식(14)와 같은 일반식으로 쓸 수 있다. 동바리를 지지하고 있는 강성과 각각의 층마다 작용하는 하중만이 다르고 식(2)와 같은 형태가 되므로 i 층에서의 동바리의 축력을 식(15)와 같이 표현할 수 있다.

$$E_c(t, \tau_i)I - \frac{d^4v}{dx^4} + \sum_{j=1}^m \frac{1}{k_e(i, j)} v = P \quad (14)$$

$$\text{여기서, } \sum_{j=1}^m \frac{1}{k_e(i, j)} = \frac{1}{k_e(i, 1)} + \frac{1}{k_e(i, 2)} + \cdots + \frac{1}{k_e(i, m)}$$

$$P = p_i - \frac{M_E(t, \tau_i)}{L^2} + \frac{\sum_{k=1}^n R(t, \tau_{i+k})}{L}$$

$$\sum_{k=1}^n R(t, \tau_{i+k}) = R(t, \tau_{i+1}) + R(t, \tau_{i+2}) + \cdots + R(t, \tau_{i+n})$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{\sum_{j=1}^m \frac{1}{k_e(i, j)}}{4E_c(t, \tau_i)I}}$$

$$\begin{aligned} R(t, \tau_i) &= \sum_{j=1}^m \frac{1}{k_e(i, j)} \left[\frac{A}{2\beta} (e^{\beta L} \sin \beta L + e^{-\beta L} \cos \beta L - 1) \right. \\ &\quad + \frac{B}{2\beta} (e^{\beta L} \sin \beta L - e^{-\beta L} \cos \beta L + 1) \\ &\quad + \frac{C}{2\beta} (e^{-\beta L} \sin \beta L - e^{-\beta L} \cos \beta L + 1) \\ &\quad \left. - \frac{D}{2\beta} (e^{-\beta L} \sin \beta L + e^{-\beta L} \cos \beta L - 1) + \frac{P}{k_b} L \right] \end{aligned} \quad (15)$$

3. 예제해석

3.1 동바리 개수에 따른 시간의존적 축력 해석

예제해석으로부터 시간에 따른 동바리의 축력 변화를 알기 위해 일반 상용프로그램인 Midas GENw로 해석을 수행하였다. 해석은 탄성법무 내에서 이루어졌으며, 각각의 시간에 따른 해석을 일시에 할 수 없으므로 콘크리트를 타설하는 순간부터 시간의존적인 동바리의 축력 변화를 구하기 위해 재료성질에서 탄성계수 값을 사용자 정의로 대입하여 각각의 시간단계마다 해석을 수행하였다. 예제 해석 구조물로는 그림 6과 같이 경간이 7,200mm이고 층고가 3,600mm인 2-bay 1층 골조로 기둥과 보의 단면 크기는 각각 400×400mm, 400×600mm으로 하였다. 작용시킨 하중은 보에 작용하는 슬래브 지배면적에 대한 고정하중과 보의 자중으로 하였으며, 동바리의 양단 경계조건은 헌지(hinge)로 하였다. 동바리 개수는 1개 경간에 3개 설치되어 있는 경우와 9개 설치되어 있는 경우로 하였다.

그림 7은 경간에 동바리가 3개인 경우에 대해서 Midas GENw로부터 구한 해석결과로 각각의 동바리는 초기재령에서 급격히 축력이 감소하다가 7~10일에서부터 점차 일정해짐을 알 수 있다. 그리고 중앙의 동바리가 가장 크게 축력에 저항하며 양쪽 콘크리트 기둥에 가까울수록 동바리 축력은 작고(좌측기둥에서부터 A_1, A_2, A_3), 동바리를 9개 설치했을 때도 경간 내의 동바리 위치에 따른 축력 분포도 마찬가지이다.

그림 8은 Midas GENw의 해석결과를 Winkler 모델을 이용한 해석법과 비교하여 나타낸 것으로 Winkler 모델을 이용할 경우 동바리의 전체 반력을 구하기 때문에 여기서의 해석결과는 전체 반력을 의미한다. Winkler 모델을 이용한 방법에 의한 동바리의 축력은 시간에 따라서 점차적으로 감소하다가 일정해지는 Midas GENw의 해석결과와 같은 경향을 나타내지만 비교결과 Winkler 모델을 이용하는 제안된 방법이 대체로 낮게 평가하였으며, 10%내외의 오차가 발생하였다.

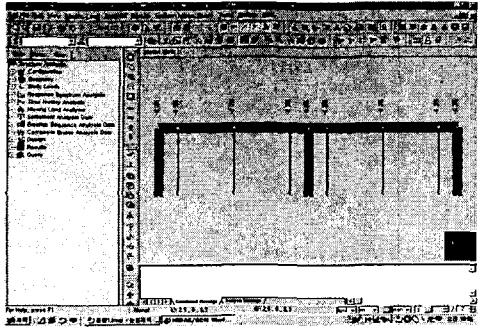


그림 6. 예제해석 구조물

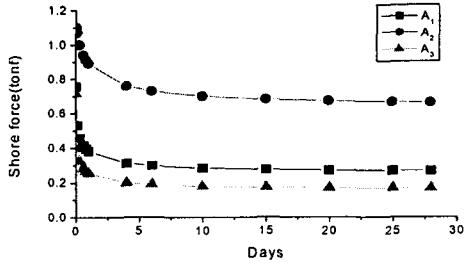
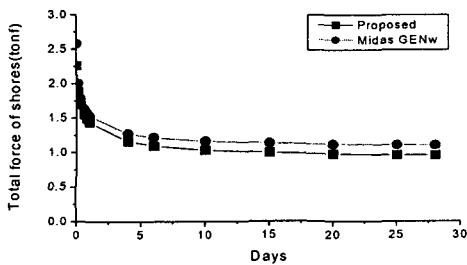
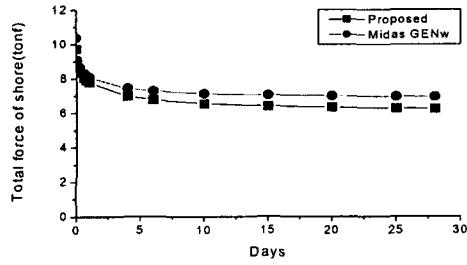


그림 7. Midas GENw에 의한 동바리 축력(동바리 3개)



(a) 동바리 3개



(b) 동바리 9개

그림 8. Winkler 모델과 Midas GENw의 해석결과비교

4. 실험

4.1 실험체 형상 및 시공

그림 9와 같이 보, 기둥, 슬래브로 이루어진 3층 골조 구조물을 실제 현장에서 제작하였다. 실험체의 평면 치수는 실제 구조물의 약 1/3로 단면의 길이가 1,500mm, 장면의 길이가 6,000mm이며, 층고는 1,500mm로 하였다. 각 층 기둥의 총 개수는 6개이고, 슬래브 판은 2개로 하였다. 기둥의 크기는 210×210mm로 주철근을 8-HD16, 띠철근은 HD10@100으로 배치하였다. 보의 크기는 210×400mm로 단부에는 2-HD16, 스터립은 HD10@100mm로 하였으며, 중앙부에는 3-HD16, 스터립은 HD10@200mm으로 배근하였다. 슬래브의 두께는 100mm로 단부와 중앙부 모두 단변방향은 HD10@100, 장변방향은 HD10@200로 배근하였다. 동바리는 실제 현장에서 사용하는 steel pipe를 절단하여 사용하였다.

철근콘크리트 공사는 먼저 기초 터파기를 하고 지반을 잡석과 자갈로 다진 다음 두께 300mm의 온통기초로 하였다. 그리고 기초판의 콘크리트가 경화한 후 골조 공사는 동바리의 설치 및 제거를 포함하는 실제 시공과정을 따랐다. 동바리의 설치는 그림 9(a)와 같으며, 축력 측정은 5ton용량의 load cell을 이용하였다.

4.2 실험결과

Winkler 모델을 이용하여 동바리의 축력을 해석을 위한 α 값은 실험체의 A-A단면과 B-B단면 모두 9.52이다. Winkler 모델을 이용하는 제안된 방법과 실험 값은 경간 내의 전체 동바리에 작용하는 축력 값으로

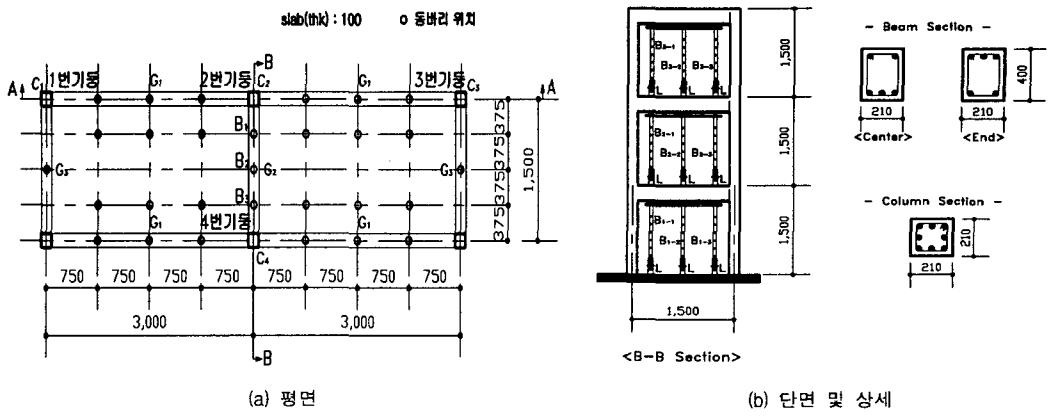


그림 9. 실험체 형상

그림 10과 같다. 재령 0일에서의 콘크리트 탄성계수는 0이기 때문에 Winkler 모델을 이용할 수 없기 때문에 기둥 거푸집을 제거하기 전까지는 기둥 거푸집의 강성을 고려하여 보의 흡강성으로 계산하였다. 재령 0일의 값은 1층 골조의 타설로 인하여 동바리에 작용하는 하중으로 초기재령에서 급격히 감소하는 경향을 보이다가 재령이 7~10일에서 점차적으로 일정해짐을 알 수 있다. 그림 10(a),(b)는 1층 동바리의 축력으로 재령 17일에서 값의 증가는 2층 골조의 타설에 의해 2층 동바리를 타고 1층 동바리로 전달되는 축력 값이다. 17일 이후에는 제안된 방법과 실험 값 모두 1층 골조의 콘크리트 강도 발현에 의해서 골조의 강성이 이미 충분하기 때문에 시간에 따른 급격한 감소는 나타나지 않는다. 그림 10(c),(d)는 3층의 동바리에 대한 것이다. 제안된 방법에 의한 해석 값은 1층 동바리의 실험결과를 비교적 잘 예측하지만, 3층 동바리의 실험결과는 A-A 단면에서는 다소 낮게 평가하고 B-B단면에서는 시간이력을 비교적 잘 예측한다. 따라서 실험 결과와 비교할 때 Winkler 모델에 의한 동바리 축력 해석법은 비교적 타당한 방법이라고 사료된다.

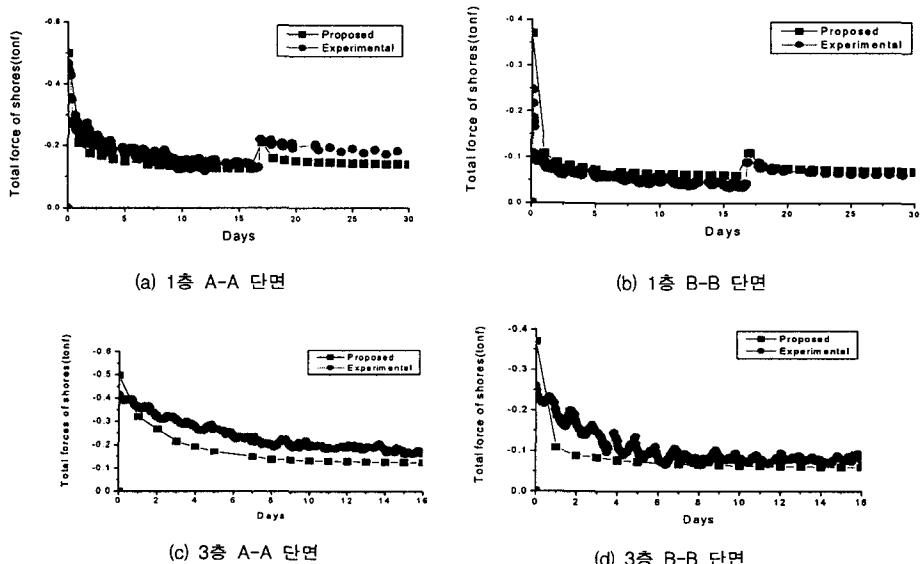


그림 10. 제안된 방법과 실험결과 비교

4. 결 론

Winkler 모델을 이용하여 동바리의 시간의존적 축력을 해석하는 제안된 방법과 철근콘크리트 골조 구조물에 대한 실험결과는 다음과 같다.

- (1) Winkler 모델을 이용하는 제안된 방법은 동바리의 축력이 시간에 따라서 감소하다가 점차 일정해지는 시간이력 특성을 비교적 잘 평가함을 알 수 있다.
- (2) 실험결과, 콘크리트의 강성발현에 의해서 동바리에 작용하는 축력은 콘크리트 보와 기둥으로 전달되며, 시간의존적인 동바리의 거동에 영향을 미침을 알 수 있다.
- (3) 실험 결과와 비교할 때 Winkler 모델에 의한 동바리 축력 해석법은 비교적 타당한 방법이라고 사료된다.

참고문헌

1. 한국콘크리트학회, “콘크리트표준 시방서”, 2000.
2. 꽈순섭, 김호수, 정성진, 김옥규, 이승범, “단순지지 왕클러 모형을 이용한 거푸집 동바리의 축력해석”, 대한건축학회 논문집, 1999, 10
3. 김선영, 이태규, 김진근, 이수곤, “크리프와 건조수축을 고려한 철근콘크리트 기둥과 동바리의 축력 재분배 해석법”, 콘크리트학회 논문집, 2001, 12
4. Zapata, M.A., and Bazant, Z.P., "Creep Deflections in Slab Buildings and Forces in Shores during Construction," ACI Journal, Vol. 83, No. 5, 1986, pp.719~726.
5. 이태규, “균열단면을 고려한 철근콘크리트 구조물의 시간단계해석”, 대한토목학회 논문집, 1998.
6. 김용빈, 김순철, 이수곤, “장기변형을 고려한 구조 해석에 관한 연구”, 대한건축학회 논문집, 1998.4, pp.34 3~351.
7. ACI Committee 209, "Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures," ACI Manual of Concrete Practice(ACI 209R-82), 1990.
8. "CEB-FIP Model Code," Committe Euro International du Beton, 1991.
9. Elmerie, M.M., and Joglekar, M.R., "Influence of Column Shortening in Reinforced Concrete and Composite Highrise Structures," ACI SP-117, 1989, pp.55~86.
10. N.J.Gardner, "Control of construction loads on multifloor buildings", CAN Journal of Civil EngineEring, Vol. 6, 1979. pp.253~259.
11. Grundy, P., and Kabaila, A., "Construction Loads on Slabs with Shored Formwork in Multistory Buildings," ACI Journal, Vol. 60, No. 12, 1963, pp.1729~1738.
12. Bazant, Z.P., "Theory of Creep and Shrinkage in Concrete Structures: A Precis of Recent Developments," Mechanics Today, Vol. 2, Pergamon Press, Elmsford, 1975, 93pp.
13. Susanto Teng and Dan E. Branson, "Initial and Time-Dependent Deformation of Progressively Cracking Nonprestressed and Partially Prestressed Concrete", ACI Journal, Vol.90, No.5, 1993, pp.480~487.
14. Sergio Eduardo Gutierrez, Roberto Oscar Cudmani, and Rodolfo Francisco Danesi, "Time-Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Members", ACI Journal, Vol.93, No.4, 1996, pp.420~427.
15. S.Sriharan and R.C.Fenwick, "Creep and shrinkage effects in prestressed beams", Megazine of Concrete Research, Vol.47, No.170, 1995, pp.45~55.