

## 반복하중을 받는 RC 기둥의 비선형 해석을 위한 모멘트-곡률 관계의 개발

### Nonlinear Analysis of RC Columns under Cyclic Loading Based on Moment-Curvature Relationship

곽 효 경<sup>1)</sup>                      김 선 필<sup>2)</sup>  
Kwak, Hyo-Gyoung              Kim, Sun-Pil

#### Abstract

A moment-curvature relationship to simulate the behavior of reinforced concrete (RC) columns under cyclic loading is introduced. Unlike previous moment-curvature models and the layered section approach, the proposed model takes into account the bond-slip effect by using a monotonic moment-curvature relationship constructed on the basis of the bond-slip relation and corresponding equilibrium equation at each nodal point. In addition, the use of curved unloading and reloading branches inferred from the stress-strain relation of steel gives more exact numerical result. The pinching effect caused by axial force is considered with an assumption that the absorbing energy corresponding to any deformation level maintains constant regardless of the magnitude of applied axial force. The advantages of the proposed model, comparing to layered section approach, may be on the reduction in calculation time and memory space in case of its application to large structures. Finally, correlation studies between analytical results and experimental studies are conducted to establish the validity of the proposed model.

#### 1. 서론

일반적으로 철근콘크리트 보, 기둥 부재의 비선형 해석을 수행함에 있어 단면내의 서로 다른 재료 (철근, 콘크리트) 성질을 고려할 수 있는 적층단면법(layered section approach)이 널리 사용되고 있으나 이 방법을 사용할 경우 완전부착상태를 가정하게 됨으로써 철근콘크리트의 에너지흡수능력(energy absorption capacity)을 과대평가하게 되고 변형을 과소평가하게 되며 또한 구조물이 대형화될 경우 많은 저장공간과 계산시간을 필요로 하는 단점이 있다. 따라서 모멘트-곡률 관계에 기초한 다양한 해석모델(Clough(1966), Takeda(1970), Meyer(1987))이 제안되어 오고 있으나 지금까지 제안되었던 모델들의 경우 축력이 구조물의 거동에 미치는 영향을 모사할 수 없는 관계로 철근콘크리트 기둥 및 프리스트레스트 보의 해석에 직접 적용하는 데에는 한계가 있다. 따라서, 이 논문에서는 축력에 의해 야기되는 모멘트-곡률 관계의 핀칭(pinching)효과를 효과적으로 모사할 수 있는 해석기법을 제안하였으며 이를 토대로 반복하중에 따른 기둥의 모멘트-곡률 관계를 구성하였다. 나아가 모델에 사용되는 초기강성을 부착-슬립효과가 반영된 강성을 사용하여(곽효경, 김지은(1998)) 그 효과를 구조물의 거동에 반영하였으며, 하중이력을 직선이 아닌 철근의 응력-변형률 관계에서 유추한 곡선으로 표현함으로써 보다 실제에 가까운 거동을 모사할 수 있도록 하였다.

<sup>1)</sup> 정회원, 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 부교수

<sup>2)</sup> 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박사과정

## 2. 축력에 따른 모멘트-곡률 관계의 변화

축력이 작용하는 철근콘크리트 (RC) 기둥부재의 모멘트-곡률관계는 축력에 따라 다양한 형태를 나타내게 된다. 즉 축력이 균형하중(balanced load,  $P_b$ ) 이하의 구간에서는 축력이 증가함에 따라 인장과괴를 유발하는 휨모멘트인 항복모멘트( $M_y$ )가 증가하게 되는 반면, 균형하중보다 큰 하중이 작용할 경우 축력의 증가에 따라 오히려 압축과괴를 유발하는 휨모멘트가 감소하게 된다. 또한 모멘트-곡률 관계의 면적에 의해 표현되는 부재의 에너지 흡수능력은 축력이 증가함에 따라 감소하게 된다. 특히 지진하중 등에 의한 과도한 횡하중이 작용하는 경우 유발되는 모멘트의 증가는 RC 기둥부재가 상대적으로 작은 축력과 큰 모멘트에 저항하도록 요구하게 되므로 지진하중에 따른 RC 기둥의 부재력은 P-M 상관도 상에서 일반적으로 축력이  $0.5P_b$  이하의 영역에 위치하게 된다. 따라서 부재의 연성이 일정부분 유지되는 균형하중의 절반 ( $0.5P_b$ ) 이하에 해당하는 축력이 작용하는 RC 기둥부재의 경우 모멘트-곡률 관계를 축력이 작용하지 않는 보의 경우와 마찬가지로 항복모멘트 도달전과 도달후의 두개의 직선구간으로 단순화 시킬 수 있으며(Mo (1994)) 축력의 증가에 따라 초기강성의 증가가 나타나나 그 크기는 무시할 수 있을 정도로 작은 값을 알 수 있다.

또한 실험에 의해 널리 알려진 바와 같이 철근콘크리트 구조물에 축력이 작용할 경우 반복하중에 대한 모멘트-곡률 관계는 원점을 향해 좁혀지는 핀칭(pinching) 현상이 발생하게 된다. 이는 철근의 항복과 함께 발생된 균열폭이 계속 유지되는 보 부재와는 달리 축력이 작용하는 RC 기둥의 경우 큰 변형이 발생하더라도 곡률이 0(zero) 근처에서 축력에 의해 압축측 철근이 항복하여 열린 균열이 급속히 닫히면서 콘크리트가 다시 축력에 저항하게 되면서 발생하는 현상이다. 따라서 축력이 작용하는 부재에 대한 해석과정에서 핀칭에 의한 에너지 흡수능력의 감소효과를 고려하지 않을 경우 반복하중에 의한 구조물의 거동 해석시 에너지 흡수능력을 과대평가하게 되고 이는 구조물의 응답을 과소평가하는 결과를 초래함으로써 잘못된 해석결과를 주게 된다.

## 3. 제안된 모멘트 곡률관계

### 3.1 모멘트-곡률 관계의 포락선

축력이 작용하는 기둥의 부착슬립을 고려한 단조증가하중에 대한 모멘트-곡률 관계를 산정하기 위하여 참고문헌 [2] 에 제안된 방법을 사용하였다. 그러나 소개되었던 방법은 보의 적용을 근간으로 하고 있으므로 RC 기둥 부재에 적용하기 위해서는 축력의 영향이 고려된 수정된 방법을 적용할 필요가 있다. 임의의 대형 구조물의 경우, 일반적으로 시공성을 향상시키기 위해 많은 기둥부재를 동일한 단면으로 설계, 시공하는 것이 일반적이므로 동일한 단면을 갖는 부재라 할지라도 그 위치에 따라 각각 다른 축력이 작용할 수 있기 때문에 축력이 다를 때마다 단면해석을 반복 수행해야 하는 번거로움이 발행하게 된다. 따라서 이 논문에서는 균형하중 이하의 축력에 대해서는 하중-모멘트 관계 (P-M interaction diagram)를 선형관계로 가정할 수 있다는 점에 착안하여 하중이 작용하지 않는 RC 보와 균형하중의 절반 ( $0.5P_b$ )이 작용하는 RC 기둥의 모멘트-곡률 관계를 각각 구성한 후 이를 토대로 선형 보간 하여 임의의 축력에 대응하는 기둥의 모멘트-곡률 관계를 결정하였다.

### 3.2 반복하중을 받는 모멘트-곡률 관계의 구성

임의의 축력  $P$  가 작용하는 기둥단면에서 부착슬립의 영향을 고려한 모멘트-곡률 관계의 포락선이 구성되고 나면 이를 토대로 반복하중에 대한 모멘트-곡률 관계를 정의하게 되는데 이 논문에서는 모멘트-곡률 관계를 구성하기 위하여 참고문헌 [1]에서 제안된 방법을 사용하였다. 그러나 참고문헌 [1]에 제안된 방법은 축력이 작용하지 않는 RC 보의 경우에 적용할 수 있는 방법이므로 축력의 작용으로 인한 핀칭현상과 강성저하현상을 고려하기 위해 다음과 같이 모멘트-곡률 관계의 수정이 요구된다.

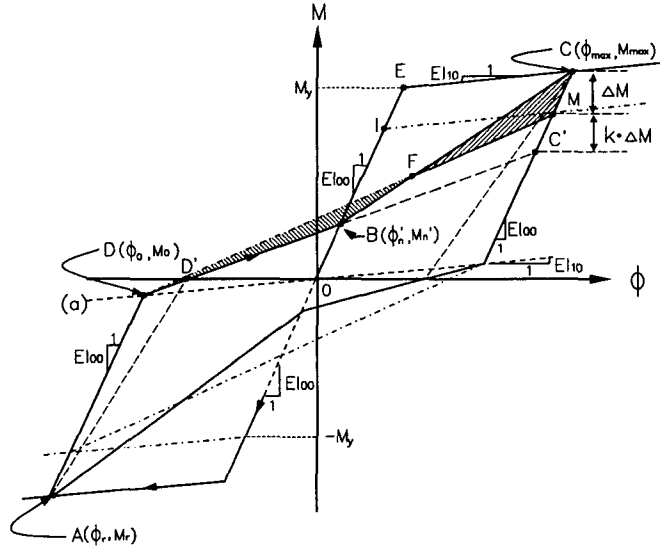


그림 1 핀칭효과의 고려

부재에 흡수된 에너지 양을 토대로 반복하중을 받는 철근콘크리트 기둥의 모멘트-곡률 관계에 나타나는 핀칭효과를 모사하기 위하여 먼저 3.1절에서 정의한 단조증가하중에 대한 모멘트-곡률 관계 포락선(OEC)과 참고문헌 [1]에서 정의된 방법에 따라 철근의 Bauschinger 효과, 축력의 작용에 따른 초기강성의 변화, 전단력에 의한 핀칭현상을 고려하지 않은 이상화된 모멘트-곡률 관계의 Unloading 과 Reloading 영역의 이력곡선(그림 1 참조)을 정의하게 된다. 이 때 축력에 의한 연직변위가 매우 작은 관계로 축력에 의해 흡수된 에너지의 양을 무시할 수 있다고 가정하면, 부재가 하중의 한 사이클 동안 흡수할 수 있는 에너지의 양은 축력에 관계없이 일정해야 한다. 따라서 그림 1의 OIM 과 직선 DFM 을 참고문헌 [1]에서 제안한 방법에 따라 구성된 축력이 작용하지 않는 경우의 단조포락선과 이상화된 모멘트-곡률 관계를 나타낸다고 하면, 축력이 작용하여 항복 모멘트가  $\Delta M$  만큼 상승하고 핀칭효과가 나타난 RC 기둥의 모멘트-곡률 관계는 직선 DBC 로 수정되어 진다. 이 때 전술한 바와 같이 면적으로 나타내어지는 구조물에 흡수된 에너지의 양은 축력에 관계없이 두 경우에 대하여 같아야 하므로 삼각형 DBF 와 삼각형 FMC 의 면적이 일치해야만 한다. 그림 1에서 보는 바와 같이 두 삼각형의 넓이는 직선 CM 위의 임의의 점 C' 에 따라 달라지는 것을 알 수 있으며,  $k = (M_m - M_{c'}) / (M_{max} - M_m)$  으로 정의하면  $k$  는 다음과 같이 간단한 식으로 정리 됨을 알 수 있다.

$$k = \frac{M_m - M_{c'}}{M_{\max} - M_m} = \frac{M_y - M_{\max}}{M_0} \quad (1)$$

따라서 식 (1)에 의하여  $k$  값을 구하고 점  $C(\phi_{\max}, M_{\max})$ 로부터  $(k+1)\Delta M$  만큼 모멘트가 저하된  $C'$ 의 좌표를 결정한 후  $\overline{DC'}$ 와 단조포락선이 만나는 점  $B(\phi'_n, M'_n)$ 를 구하여 모멘트-곡률 관계를 직선  $\overline{DBC}$ 로 수정함으로써 축력에 의한 편칭현상을 고려하게 된다.

또한 반복하중이 작용할 경우 변형이 커지면 커질수록 강성저하 현상(stiffness degradation)이 발생하게 된다. 만약 강성저하현상을 무시할 경우 구조물의 에너지 흡수 능력(the energy absorption capacity), 하중 저항 능력(load carrying capacity)을 과대평가 하게 된다 (Spadea and Bencardino (1997)). 따라서 이 논문에서는 이와 같은 강성저하 현상을 반영하기 위하여 Takeda model (Takeda, Sozen and Nielsen (1970))을 이용하였다. 즉 곡선화된 모멘트-곡률 관계 구성시 그림 1에서 보는 바와 같이 직선  $\overline{AD}$ 에 의해 Unloading 이력을 정의하지 않고 Takeda model의 직선화된 모멘트-곡률 관계인 직선  $\overline{AD'}$ 에 의해 이력곡선을 정의 함으로써 강성저하 현상을 반영할 수 있다. 특히 이 논문에서 사용하고 있는 곡선형 이력곡선을 정의함에 있어 직선  $\overline{AD'}$ 을 접근선으로 사용할 수 있다 (3.3절 참조).

### 3.3 제안된 모멘트-곡률 곡선

모델식은 참고문헌 [1]에서 정의한 보의 경우와 마찬가지로 크게 두 단계로 나누어 구성되는데, 먼저 3.1절에서 전술한 바와 같이 부착슬립을 고려한 단조증가하중에 대한 부재의 모멘트-곡률 관계를 구성하여 이를 두 개의 직선구간으로 간편화시켰다. 다음 단계로 간편화된 모멘트-곡률 관계를 토대로 하여 참고문헌 [1]에서 제안된 방법을 토대로 3.2절에서 언급한 축력의 영향을 고려하여 반복하중에 대한 모멘트-곡률 관계의 모델을 구성하였다. 구성된 모멘트-곡률 관계는 다음과 같이 크게 4 구간으로 나누어 진다.

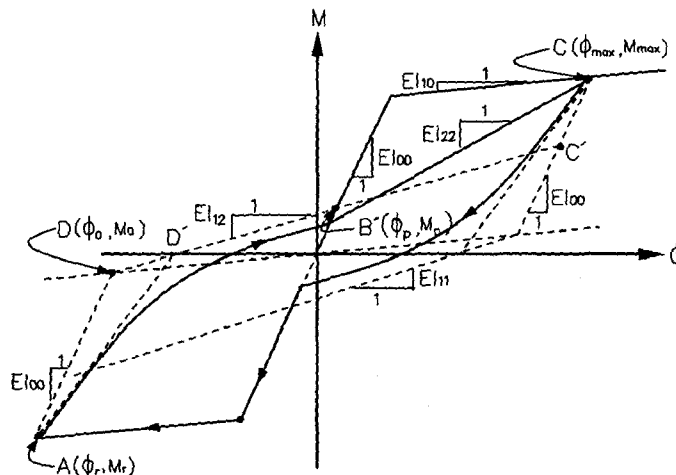


그림 2 제안된 모멘트-곡률 곡선

**Region 1 (초기 탄성 구간):** 이 구간은 탄성구간으로서 구조물의 거동이 항복모멘트를 넘지 않는 구간을 나

타내는 영역으로써 기존의 모델 (Clough and Johnston(1966); Takeda, Sozen and Nielsen(1970); Magdy, Roufaiel and Meyer (1987))과는 달리, 부착응력과 축력의 영향을 고려하여 구성된 모멘트-곡률 관계를 사용하였다.

**Region 2** (점 A-점 B의 곡선구간): 이 구간은 곡률이 전환(reverse)된 점 A( $\phi_r, M_r$ )를 출발하여 균열이 닫히는 점 B( $\phi'_n, M'_n$ )를 초과하지 않는 영역으로서, 하중이 제하되기 시작하면 반복하중을 받는 철근콘크리트 부재의 모멘트-곡률 변이는 철근의 응력-변형을 곡선과 비슷한 거동을 나타내게 된다. 이는 이전 하중단계에서 발생된 균열이 닫히지 못함으로서 단면의 모멘트-곡률 관계가 철근의 응력-변형을 관계와 직접적인 비례관계를 갖는 반면 콘크리트에 의한 단면 저항력은 극히 작게 나타나는 현상에 기초한 것이므로, 이 구간의 변이를 철근의 응력-변형을 곡선의 형태와 비슷하게 정의함으로서 모멘트-곡률 곡선을 효과적으로 모사할 수 있다. 이 논문에서는 Menegotto-Pinto(1973)의 철근모델을 토대로 이 영역의 모멘트-곡률 관계를 다음의 관계식으로 정의하고 있다 (곽효경, 김선필 (2000)).

$$M^* = p \cdot \phi^* + \frac{(1-p) \cdot \phi^*}{(1 + \phi^{*G})^{\frac{1}{G}}} \quad (2)$$

여기서  $\phi^* = \frac{\phi - \phi_r}{\phi_0 - \phi_r}$ ,  $M^* = \frac{M - M_r}{M_0 - M_r}$  이다.

식 (2)은 초기휨강성  $EI_{00}$  와  $i$  번째의 휨강성  $EI_{ii}$  을 점근선으로 하는 곡선변위를 나타내고 있는데  $EI_{ii}$  은 점  $D'$  와 균열이 닫히는 점 B( $\phi'_n, M'_n$ )를 지나는 직선의 기울기로 정의되는 휨강성으로써 콘크리트의 균열이나 부착파괴에 의한 강성저하 현상을 반영한다. 또한 철근의 응력-변형을 곡선에서 변형경화 비율  $b$  값이 고정된 것과는 달리 모멘트-곡률 곡선에서는 그에 해당하는  $p$  값이 각  $i$  번째 단계의  $EI_{00}$  와  $EI_{ii}$  의 비값으로 새롭게 구성된다. 마지막으로 모멘트-곡률 관계의 영향을 주는  $G$  값의 결정과정은 참고문헌 [1]과 동일한 방법을 사용하여 구성하였다.

**Region 3** (점 B-점 C의 직선구간): 이 구간은 균열이 닫힌 이후의 거동을 나타내고 있는 영역으로 이 구간에서는 구조물의 하중저항능력(load carrying capacity)이 변형에 비례하여 증가하므로 다음과 같은 직선식으로 나타낼 수 있다.

$$M = EI_{2i} \cdot \phi + (M_{\max} - EI_{2i} \cdot \phi_{\max}) \quad (3)$$

여기서  $EI_{2i}$  는  $i$  번째 하중 사이클의 점 B( $\phi'_n, M'_n$ ) and C( $\phi_{\max}, M_{\max}$ ) 를 잇는 직선의 기울기 이다.

**Region 4** (점 C 이후의 항복구간): 이 구간은 철근이 항복하고 난 이후의 거동을 나타내는 구간으로 다음과 같은 직선식으로 나타낼 수 있다.

$$M = EI_{10} \cdot \phi + (M_{\max} - EI_{10} \cdot \phi_{\max}) \quad (4)$$

여기서  $EI_{10}$  는 단조증가 곡선의 항복 후 강성을 나타낸다.

#### 4. 철근콘크리트 보의 해석

철근콘크리트 구조물을 모델링 함에 있어서 Timoshenko 이론을 토대로 구성된 요소를 사용하였으며 평형방정식의 구성으로부터 반복해석에 이르는 일련의 비선형 해석과 관련한 자세한 유도과정은 참고문헌 [1] 과 Owen and Hinton (1980) 에서 살펴볼 수 있다. 이 논문에서는 실험으로 거동이 검증된 축력이 작용하는 2 개의 철근콘크리트 부재에 대하여 각각 모멘트-곡률 관계를 구성하고 이를 토대로 부재해석을 수행하여 그 결과를 비교하였다. 여기서 사용된 2 개의 철근콘크리트 부재는 Sozen et al. (1975)에 의해 실험된 40.048 부재 (COLUMN1)와 Low-Moehle (1987)에 의해 실험된 부재 1 (COLUMN2)이며, 각 부재에 대한 재료성질과 작용하는 축력은 표 1과 같다.

표 1 재료성질과 작용하는 축력

부재	축력(kg)	$P / f_{ck} \cdot A_g$	항복강도( $kg / cm^2$ )	압축강도( $kg / cm^2$ )
COLUMN1	18160	0.15	5060	266
COLUMN2	4540	0.05	5060	429

##### 4.1 COLUMN1

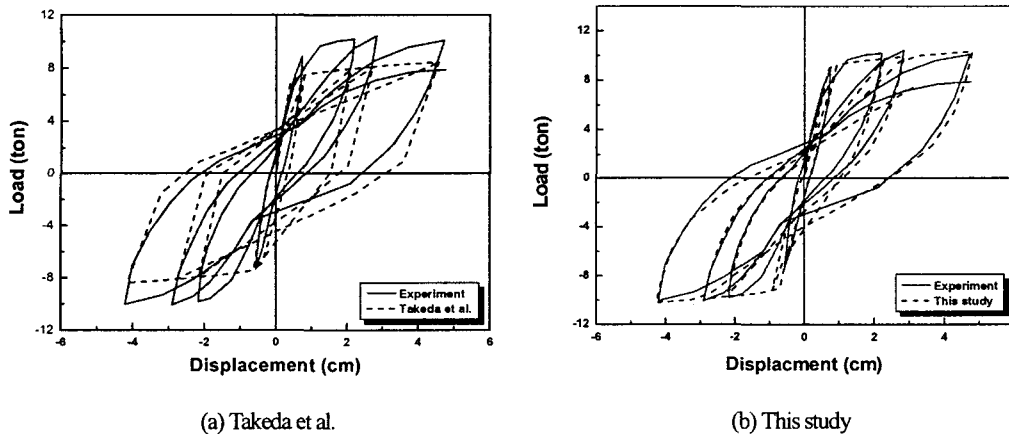


그림 3 COLUMN1 하중-처짐 관계

이 논문에서 제안한 방법에 의해 구성된 모멘트-곡률 관계와 Takeda 모델(1970)을 토대로 축력과 연직하중이 작용하는 COLUMN1의 하중-처짐 관계를 구성하여 그림 3에 나타내었다. 그림 3의 (a)에서 보는 바와 같이 축력이 작용하는 COLUMN1 부재에 대해 기존의 보 해석모델인 Takeda 모델을 이용하여 하중-처짐 관계를 구성하면 실험결과와 다소 다른 양상을 나타내게 된다. 이는 앞에서 언급한 바와 같이 축력이 작용하게 되면 단조포락선 구성시 모멘트의 저항력이 증가됨에도 불구하고 축력이 작용하지 않는 경우의 단조포락선을 사용하게 됨으로써 저항력을 과소평가 하였고, 또한 반복하중 작용시 보에서는 나타나지 않는 축력에 의한 편칭효과

를 고려하지 못하기 때문에 나타나는 현상이다. 따라서 기둥이나 프리스트레스트 콘크리트 보 부재와 같이 축력을 받는 부재의 거동을 보다 실제에 가깝게 모사하기 위해서는 축력에 의한 저항력의 증가와 편칭효과를 모사할 수 있는 해석모델의 사용이 요구된다. 또한 이 부재를 이 논문에서 제안하는 모멘트-곡률 모델을 사용하여 하중-처짐 관계를 구성할 경우 그림 3의 (b)에서 보는 바와 같이 곡선화된 모멘트-곡률 모델을 사용함으로써 이전의 모멘트-곡률 모델들에 비해 실제에 가까운 거동을 모사하고 있음을 알 수 있으며 이전 모델들에 의해 고려하지 못했던 축력에 의한 저항력의 증가와 편칭효과가 효과적으로 모사되고 있음을 알 수 있다.

#### 4.2 COLUMN2 부재

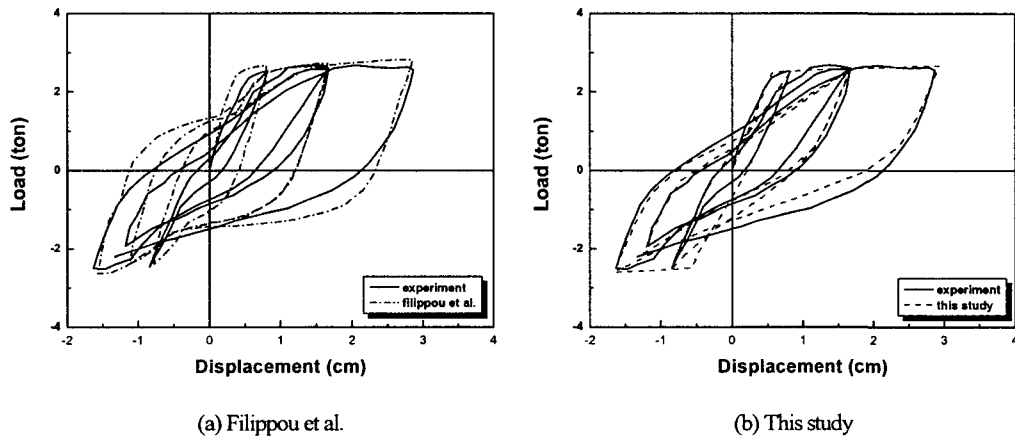


그림 4 COLUMN2의 하중-처짐 관계

그림 4에서는 COLUMN2 부재에 대하여 실험결과, 이 논문에서 제안된 방법, Filippou et al. (1991)의 적층단면을 이용한 유한요소해석에 의한 결과를 각각 비교해 보았다. 그림 4의 (a)에서 보는 바와 같이 Filippou의 해석 결과는 Takeda 모델과 달리 축력에 의한 저항력의 증가와 편칭현상을 고려하고 있음에도 불구하고 고정단의 회전 (Fixed-End Rotation)을 고려하지 못함으로써 초기 거동의 휨강성을 과대평가 하는 결과를 나타내며, 철근과 콘크리트의 완전부착을 가정함으로써 항복이후의 거동을 모사함에 있어 에너지 흡수 능력을 과대평가 하고 있다. 또한 휨 변형만으로 구조물의 거동을 나타냄으로써 반복하중이 증가함에 따라 전단강성의 저하로 인해 발생하는 강성저하 현상을 효과적으로 모사하고 있지 못하고 있으며, 실제 구조물에 있어서 균열이 발생한 단면에서도 콘크리트 파면이나 전단변형으로 인해 어느 정도 압축력을 전달함으로써 편칭효과의 정도가 서서히 발생함에도 불구하고 이를 반영하지 못함으로써 급작스러운 편칭효과를 모사하고 있다. 이에 비해 그림 4의 (b)에서 보는 바와 같이 이 논문에서 제안한 모멘트-곡률 관계 모델을 사용하여 구조물의 해석을 수행할 경우, 단면의 평형상태를 계산하기 위한 반복과정이 필요하지 않으므로 계산시간과 저장공간을 감소시키며 부착-슬립(bond-slip)효과, 고정단 회전효과가 반영된 단조포락선을 사용함으로써 이들 효과를 고려하였으며, 변형이 증가함에 따라 발생하는 강성 저하현상을 고려하게 되어 적층단면법이나 이를 기초로 한 유한요소 해석 결과에 비해 구조물의 에너지 흡수능력측면에서나 축력에 의해 발생하는 편칭효과면에서 보다 개선된 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

## 5. 결론

이 논문에서는 완전부착상태를 가정하고 해석시 많은 저장공간과 시간을 필요로 하는 적층단면법에 의한 해석을 지양하고 축력이 작용할 때 부착슬립 효과와 펀칭효과를 고려한 반복하중에 대한 철근콘크리트 기둥의 비선형 거동을 효율적으로 해석할 수 있는 모멘트-곡률 관계를 제안하였다. 반복하중을 받는 철근콘크리트 기둥의 모멘트-곡률 관계는 철근의 거동에 크게 영향을 받는다는 점에 착안하여 철근의 모델을 토대로 하여 곡선화된 모멘트-곡률 관계 모델을 제안하였으며, 기존의 모델들과는 달리 포락선을 구성하는 데 있어서 부착슬립효과와 고정단 회전을 고려한 휨강성을 사용함으로써 이들 효과를 반영하였다. 또한 축력에 의해 부재의 거동에 나타나는 펀칭효과를 고려하기 위하여 에너지 개념을 토대로 한 해석방법을 제안하였다.

적층단면법에 기초한 유한요소 해석은 수치해석 예에서 살펴본 바와 같이 완전부착상태를 기본가정으로 하며 하중의 반복에 따른 강성저하 현상을 효과적으로 반영하지 못하는 관계로 구조물이 흡수할 수 있는 에너지량을 실제보다 과대평가 하고 있는 것을 알 수 있다. 또한 기존의 모멘트-곡률 모델의 고려하지 못했던 축력에 의해 나타나는 펀칭현상이 이 논문에서 제안한 방법에 의해 효과적으로 모사 되고 있음을 알 수 있으며 제안된 해석모델이 프리스트레스트 콘크리트 부재나 기둥부재를 해석하는데 있어서 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

## 참 고 문 헌

1. 박효경, 김선필 (2000) 모멘트-곡률 관계에 기초한 반복하중을 받는 철근콘크리트 보의 비선형 해석, 전산구조공학회, 제 13 권, 제 2 호, pp. 245-256.
2. 박효경, 김지은 (1998) 모멘트-곡률 관계에 기초한 철근콘크리트 보의 비선형 해석, 전산구조공학회, 제 11 권, 제 4 호, pp. 295-307.
3. 하기주, 박효경, 김진근 (1989) 반복하중을 받는 철근콘크리트 부재단면의 특성에 관한 연구, 대한건축학회 학술발표논문집, 제 9 권, 제 2 호, pp. 457-462.
4. Clough, R. W. And Johnston, S. B. (1966) Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements, *Proceedings of Japan Earthquake Engineering Symposium*.
5. Low, S. S. and Moehle, J. P. (1987) Experimental Study of Reinforced Concrete Columns Subjected to Multi-Axial Cyclic Loading, *Earthquake Engrg. Research Center Report No. EERC 87-14*, Univ. of California, Berkeley, Calif.
6. Magdy, S. L., Roufaiel and Christian Meyer (1987) Analytical Modeling of Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Frame, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, No.3, pp. 429-444.
7. Menegotto M., and Pinto, P. E. (1973) Method of Analysis for Cyclically Loaded Reinforced Concrete Plane Frame Including Changes in Geometry and Nonelastic Behavior of elements under Combined Normal Force and Bending, *Proceedings, IABSE Symposium on "Resistance and ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads"*, Lisbon.
8. Mo, Y. L. (1994) *Dynamics Behavior of Concrete Structures*, Developments in Civil Engineering, Vol. 44.
9. Owen, D. R. J. and Hinton, E. (1980) *Finite Elements in Plasticity*, Pineridge Press Limited.
10. Sawyer, H. A. (1964) Design of Concrete Frames for Two Failure States, *Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, ASCE-ACI, Miami, November, pp. 405-431.
11. Spadea, G., and Bencardino, F. (1997) Behavior of Fiber-Reinforced Concrete Beams under Cyclic Loading, *Journal of*



*Structural Engineering, ASCE*, 123(5), pp. 660-668

12. Takeda, T., Sozen, M. A. and Nielsen, N. N. (1970) Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquake, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 96, No. ST-12, pp.2557-2573.
13. Taucer, F, Spacone, E. and Filippou, F. C. (1991) A Fiber Beam-Column Element for Seismic Response Analysis of Reinforced Concrete Structures, *Earthquake Engrg. Research Center Report* No. EERC 91-17, Univ. of California, Berkeley, Calif.
14. Wight, J. K. and Sozen, M. A. (1975) Strength Decay of RC Columns Under Shear Reversals, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 101, No. ST-5, pp. 1053-1065.