

PIM 충전 모사에서
Shear-Induced Particle Migration에 대한
 수치적 모델링

백인열·권태현
 포항공과대학교 기계·산업공학과

Numerical Modeling of Shear-Induced Particle Migration
 for PIM filling Simulation

In-Youl Baek, Tai-Hun Kwon
 Department of Mechanical and Industrial Engineering,
 Pohang University of Science and Technology
 San 31 Hyojadong Nam-ku, Pohang, Kyungbuk, 790-784, South Korea

서론

Shear-Induced particle migration이란 분말이 전단 속도의 차이로 인해 전단 속도가 높은 영역에서 낮은 영역으로 유동의 흐름을 가로질러 이동하는 것을 말한다 [1,2,3,4]. 따라서 PIM(Powder Injection Molding)에서 사출 성형시, Particle migration으로 인해 분말의 부피 분율이 불균일하게 분포된다. 따라서 소결(sintering)과정에서 제품의 변형이 일어날 수 있기 때문에 분말의 분포를 예측할 필요가 있다.

PIM의 충전 공정을 모의실험하기 위해 Philips' model[5]을 사용해 분말의 부피 분율의 분포를 예측하는 수치 모사 프로그램을 만들었다. 그 결과 분말이 벽면에서 가운데로 이동해서 벽면에서는 부피 분율이 감소하고 가운데에서는 증가함을 알 수 있다. 또한 부피 분율의 감소로 점도가 줄어들어서 벽면에서 전단 속도가 급격히 증가하는 것을 알 수 있다.

Shear-induced particle migration의 물리적인 모델을 증명하기 위해 미끄럼 현상을 이용했다. 기존에는 이 미끄럼 현상을 설명하기 위해 미끄럼 층 모델이나 미끄럼 속도 모델을 도입했다[6,7]. 그러나 이러한 모델을 도입하지 않고 안미끌어짐 조건(no-slip boundary condition)으로 같은 결과를 얻을 수 있는지 알아보았다.

지배방정식

PIM 분말 혼합체는 뉴턴 유체(generalized Newtonian Fluid)라고 가정한다. 사출 충전 공정은 quasi-steady-flow이고 윤활모사(lubrication approximation)를 도입한다. 그리고 두께가 얇은 형상의 캐비티(cavity)에서의 유동에는 Hele-Shaw 모델을 사용할 수 있다[8].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\rho(\phi)C_p(\phi)\left(\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \eta\dot{\gamma}^2 + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(\phi)\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad (3)$$

$$\eta = \eta_b(\dot{\gamma}, T)\left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^\alpha \quad (4)$$

$\eta_b(\dot{\gamma}, T)$ 는 바인더의 점도로 개선된 Cross 모델을 따른다. 그리고 α 는 상수이며 ϕ_{max} 는 분말의 최대 부피 분율을 나타낸다.

구성방정식

분말 부피 분율의 해석을 위한 구성방정식으로 Philips' 모델[5]을 도입하면 다음과 같다. 여기서 PIM에서 $Pe = \frac{a^2\dot{\gamma}}{D}$ 는 큰 값을 가지므로 브라운 운동에 의한 유동은 무시할 수 있다.

$$\frac{D\phi}{Dt} + \nabla \cdot (N_c + N_\eta) = 0 \quad (5)$$

N_c 는 입자의 간섭 정도의 변화에 따른 유동을 나타내고, N_η 는 바인더의 점도 변화에 따른 입자의 유동을 나타내며 그 식은 다음과 같다.

$$N_c = -K_c a^2 (\phi^2 \nabla \dot{\gamma} + \phi \dot{\gamma} \nabla \phi) \quad (6)$$

$$N_\eta = -K_\eta a^2 \left(\dot{\gamma} \phi^2 \frac{1}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \phi} \right) \nabla \phi \right) \quad (7)$$

경계 조건은 다음과 같다,

- 1) 벽면에서 수직인 방향으로의 유동은 없다.
- 2) 입구에서 부피분율(ϕ)은 균일하다.

미끄럼 현상과의 비교

미끄럼 현상에 의한 결과와 비교하기 위해 전단 응력은 다음과 같이 계산한다.

$$\tau_{wall} = \dot{\gamma}|_{wall} \times \eta(\phi)|_{wall} \quad (8)$$

수치 모사 결과

초기 분말의 부피 분율은 53%로 균일하고 분말은 평균 입자 크기가 8 μ m인 구형이라고 가정한다. 또한 온도는 입구 온도와 벽면 온도를 같은 120 $^\circ$ C라고 계산했다. 왜냐하면 벽면의 온도가 낮을 경우에는 온도가 Tg이하가 되어 벽면에서 유동이 멈추게 되는데 이 때 분말의 이동을 정의하기 어렵기 때문이다.

표 1은 이전 논문에서의 데이터를 모의 실험 결과를 실험 결과와 비교해서 수정한 데이터이다. 그리고 그림 1은 표 1의 case 1의 데이터를 이용해 지름이 0.03in, 0.05in에서의 모의 실험 그래프이다. 이 그림은 유동 선단이 전진하면서 한 부분에서의 부피 분율의 변화를 나타낸 것이다. 분말이 벽면에서 가운데로 이동

한 결과 벽면에서 부피 분율이 감소하고, 가운데에서는 증가하게 되었다. 그리고 지름이 작을 때 상대적으로 벽면에서 더 많이 감소함을 알 수 있다. 그림 2는 그림 1과 같은 조건에서의 전단 속도의 대한 그래프이다. 벽면에서 전단 속도가 증가하는 것을 알 수 있다.

또한 그림 3는 표 1의 데이터의 매개 변수의 값에 대한 결과와 모세관 점도계 (capillary rheometer)에서의 실험으로 구한 것과 비교했다. 여기서 점(dot)은 지름 0.03in, 0.05in, 0.06in에서의 실험 결과 그래프이고, 선(line)은 각각의 지름에 대한 모의 실험 결과 그래프이다. 실험 결과에 비해 모의 실험 결과는 지름에 따른 전단 응력의 차이가 적다. 그러나 0.03in의 경우 0.05in나 0.06in일 때보다 전단 응력의 감소가 있으며, case 2의 경우는 전단 응력의 감소가 더 크게 나왔다.

	K_c	K_η	α	ϕ_{max}
Case 1	0.41	0.62	-2.5	0.75
Case 2	5.0	11.0	-2.5	0.75

표 1. case 1, 2에 대한 매개 변수의 값

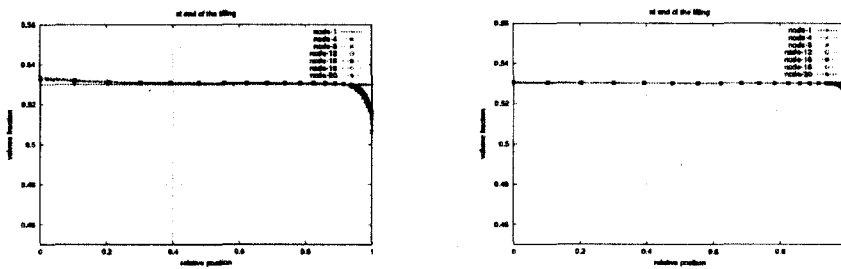


그림 1. 지름이 0.03in, 0.05in의 부피 분율의 변화

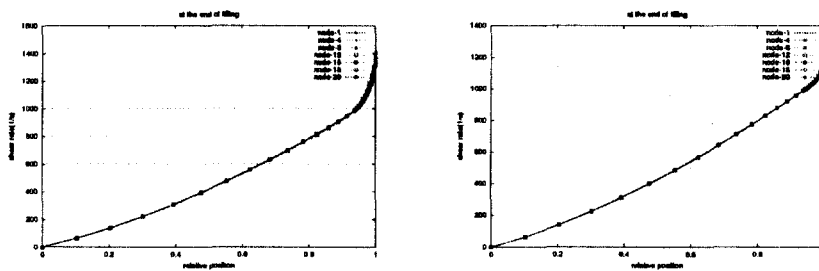


그림 2. 지름이 0.03in, 0.05in의 전단 속도의 변화

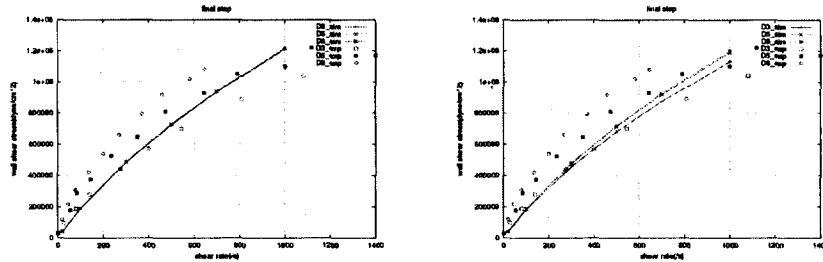


그림 3. case 1, case 2의 전단 응력과 실험 결과의 비교

결론

분말이 전단 속도가 높은 벽면에서 전단 속도가 낮은 가운데로 이동해서 부피 분율이 변하게 되었음을 확인할 수 있었다. 그리고 지름이 작을수록 부피 분율의 변화가 커지게 된다. 이 때문에 벽면에서는 점도가 감소해서 전단 응력 역시 감소하게 되었다. 따라서 안미끌어짐 조건(no-slip boundary condition)을 이용해서 지름이 달라질 때 전단 응력이 달라지는 결과를 얻을 수 있었다. 아직 실험 결과에 비해 그 차이가 확연하게 나타나지 않았지만, 경향을 어느 정도 보였다고 할 수 있겠다.

분말의 부피 분율의 감소에 비해 전단 응력의 감소가 적은 것은 벽면에서 점도의 감소로 전단 속도가 증가했기 때문이다. 따라서 식 (8)에서 전단 응력은 점도와 전단 속도를 곱한 값이기 때문에, 점도가 감소한 결과가 크게 나타나지 않은 것이다. 매개 변수를 조정해서 분말의 이동을 더 크게 만들 수 있으나, 그렇게 할 경우 벽면에서 부피 분율이 크게 감소해야 하는데, 이때에는 안전성(stability)에 문제가 생긴다. 따라서 이러한 부분에 있어서 조금 더 개선해야 할 문제로 남아 있다.

참고문헌

[1] F.Gadala-Maria and Acribos, J. Rheology, 24(6), 799 (1980)
 [2] David Leighton and Acribos, J. Fluid Mech., 181, 415 (1987)
 [3] J. Koh, Hookham, L.G. Leal, J. Fluid Mech., 266, 1 (1994)
 [4] J.R. Abbot, N. Tetlow, A.L. Gragham, J. Rheol, 35(5), 773, Jul.(1991)
 [5] J. Philips, Robert C. Armstrong, and Robert A.Brown, Phys. Fluid, 4(1), 30 Jan.(1992)
 [6] M. Mooney, J. Rheol., 1, 210 (1931)
 [7] Y. Cohen, A.B. Metzner, J. Rheol., 29, 67 (1985)
 [8] C.A. Hieber and S.F. Shen, J. Non-Newtonian Fluid mech., 7, 1 (1980)