

필름 캐스팅 공정에서의 안정성 분석: 전달함수 분석 방법

이주성, 김학선, 정현욱, 현재천
고려대학교 화공생명공학과, 유변공정연구센터

Stability analysis of film casting process: Transfer function approach

Joo Sung Lee, Hak Sun Kim, Hyun Wook Jung, Jae Chun Hyun
Department of Chemical and Biological Engineering,
Applied Rheology Center, Korea University

서론

필름 캐스팅(film casting) 공정은 고분자 필름을 제조하거나 금속판을 제조하는 공정으로 고분자 용융체가 슬릿다이(slit die)를 통하여 용융 압출되고 압출 속도보다 큰 속도로 회전하는 chill roll에 의해 신장변형이 유도된 후 급격히 냉각되고, 고형화되어 필름을 생산되어지는 과정이다. 이러한 연신 과정을 통하여 고분자의 분자 배향이 증진되어 제품의 기계적 물성이 향상시킬 수 있으며, 궁극적으로는 소비자가 원하는 물성을 가지는 제품의 생산을 가능하게 할 수 있다. 그러나 이러한 필름 캐스팅 공정에서도 방사공정과 마찬가지로 임계연신비 이상에서 필름의 두께와 폭이 일정한 주기와 진폭으로 지속적으로 진동하는, 연신공명(draw resonance) 현상이라고 불리는 독특한 불안정성이 관찰되어지며, 높은 치수 안정성을 요구하는 제품을 연속적으로 생산하는 필름 캐스팅 공정에서는 그 중요성이 배가된다(Larson, 1992).

공정의 민감도 분석은 일정한 주파수를 가지는 sinusoidal한 미세 외란에 대한 선형화 계의 응답을 고찰하는 방법인 주파수 응답(frequency response)에 의해 수행되어질 수 있다(Devereux and Denn, 1994). 이 경우 주어진 공정 조건 하에서 필름의 단면적과 같은 최종 변수의 진폭이나 gain의 거동 역시 외란에 대해 sinusoidal한 변화를 나타냄으로써 공정의 민감도(sensitivity)를 분석할 수 있으며, 이를 확장하여 힘에 외란을 가하는 경우 속도의 응답을 복소 평면에 도시한 Nyquist plot을 통하여 공정의 안정성(stability) 분석을 수행할 수 있다(Kase, 1974; Kase and Araki, 1982).

본 연구에서는 필름 캐스팅 공정을 대상으로 한 주파수 응답을 통하여 공정의 민감도를 분석함과 동시에, Kase와 Araki (1982)가 방사공정에 도입한 전달함수 개념을 필름 캐스팅 공정에 확장 적용하여 공정의 안정성을 판별할 수 있음을 보이고, 이를 통한 안정성 분석 결과를 또 다른 안정성 분석 방법인 선형 안정성 분석(linear stability analysis)과 비선형 과도응답(transient response) 분석 방법으로 검증해 보고자 한다.

이론적 분석

필름의 폭 변화까지 고려하여 등은 필름 캐스팅 공정을 모사하기 위해 지배방정식은 Silagy 등 (1996)이 제시한 모델을 사용하였다. 이 때, 구성방정식으로는 신장유동을 가장 사실적으로 모사할 수 있는 Phan-Thien-Tanner 모델을 채택하였으며, 무차원 수를 이용하면 다음과 같은 지배방정식으로 정리될 수 있다.

$$\text{연속식: } \frac{\partial(ew)}{\partial t} + \frac{\partial(ewv)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{운동식: } \frac{\partial[(\tau_{xx} - \tau_{zz})ew]}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\text{구성방정식: } K\tau + De\left[\frac{\partial\tau}{\partial t} + \nabla \cdot v - L \cdot \tau - \tau \cdot L^T\right] = 2D \quad (3)$$

$$\text{여기서, } K = \exp(\varepsilon \text{Det} \tau), \quad L = \nabla v - \xi D, \quad 2D = [\nabla v + \nabla v^T]$$

$$\text{계면응력조건: } \sigma_{xx}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 = A_r^2 \sigma_{yy} \quad (4)$$

$$\text{경계조건: } e = e_0 = 1, \quad w = w_0 = 1, \quad v = v_0 = 1 \quad \text{at } x = 0 \quad \text{for all } t$$

$$v = v_L = r(1 + \varepsilon^*) \quad \text{at } x = 1 \quad \text{for all } t \quad (5)$$

여기서, e =무차원 필름 두께, w =무차원 필름 폭, v =무차원 거리 방향 속도, τ =필름의 무차원 거리 방향 응력 텐서, σ_{xx} =필름의 무차원 거리 방향 전체 응력, σ_{yy} =필름의 무차원 폭 방향 전체 응력, x =무차원 거리, t =무차원 시간, ε, ξ =PTT 모델의 parameters, $A_r=(L/W_0)$ =aspect ratio를 각각 나타내며, 하첨자 0와 L은 각각 다리와 권취점을 의미한다.

이상의 식(1)-(5)를 이용하여 주파수 응답을 조사하기 위해 외란을 도입하고 선형화 한 후 이를 차별화 하면 다음과 같은 식(6)의 형태로 표현할 수 있는 복소 형태의 최종 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$(iwM - J)k = -F \quad (6)$$

여기서 w 는 주파수, J 는 정상상태에서의 Jacobian matrix, M 은 Mass matrix, F 는 forcing vector, k 는 복소해 vector이다.

이 지배방정식을 계산하기 위하여 정해진 주파수에 대해 외란을 도입해 주게 되는데, 주파수 응답은 외란의 종류에 관계없이 일정한 경향을 나타내므로, 본 논문에서는 권취 속도를 변화시키는 방법으로 계산을 수행하였다.

결과 및 토의

그림 1에 제시된 것과 같이 주파수 응답을 통한 민감도 분석의 결과 신장농화 거동을 보이는 유체의 경우 유체의 점탄성도가 증가함에 따라 외란이 공정에 미치는 영향이 줄어드는 반면 신장담화거동을 보이는 유체의 경우에는 점탄성도의 증가에 의해 외란에 대한 민감도가 커지는 경향을 볼 수 있었다.

이러한 민감도분석에 의해 각 공정변수들이 계에 미치는 상대적인 영향을 파악할 수는 있겠지만, 이 분석 결과만으로는 공정의 안정성을 판별하기 힘들다는 단점이 있다. 이상의 민감도 분석 결과를 안정성에 대한 정보로 변환시키기 위해서 Kase와 Araki (1982)가 방사공정에서 도입한 전달함수 이론을 필름 캐스팅 공정에 확장 적용하고자 한다. 필름 캐스팅 공정에 대한 전달함수는 그림 2와 같이 나타낼 수 있으며, 필름 캐스팅 공정에 힘과 속도의 관계를 나타내는 전달함수인 G_3 가 안정성에 중요하게 작용하고 있음을 알 수 있다. 이를 복소평면에서 확인하기 위하여 필름 캐스팅 공정에 힘에 대한 외란을 가하고 주파수에 따른 속도의 실수부와 허수부를 도시하면 그림 3과 같은 Nyquist plot을 얻을 수 있다. 그림 3에서 원점을 감싸고 지나가는 경우는 공정이 불안정하다는 것을 의미하며, 그 반대의 경우는 공정이 안정한 경우이다. 따라서 그림 3의 (a)에서 보이듯이 신장농화 거동을 보이는 유체의 경우에는 유체의 점탄성도 증가에 의해 원점을 감싸던 곡선이 원점을 지나 점차적으로 안쪽으로 들어가는 거동을 보이며, 반대로 신장담화 유체의 경우 그림 3의 (b)에 보이듯이 유체의 점탄성도 증가하면서 Nyquist plot의 원점을 감싸게 되고 이는 공정이 불안정진다.

이를 통하여 최종적으로 필름 캐스팅 공정에 대한 stability diagram을 그려보면, 그림 4의 (a)와 같이 얻어질 수 있으며, 이는 (b)에 보인 선형안정성 분석 결과와 동일함을 볼 수 있다. 따라서 주파수 응답 분석과 전달함수이론을 사용하여 방사공정처럼 필름캐스팅 공정의 안정성도 쉽게 판별할 수 있음을 알 수 있다.

결론

본 논문에서는 Newton 유체 및 PTT 유체를 이용하여 필름 캐스팅 공정에서의 주파수 응답에 대한 분석을 수행하였으며, 이를 통하여 공정의 물질 변수인 유체의 점탄성도 변화에 따른 공정의 민감도를 나타낼 수 있었다. 다른 분석 방법에 의한 결과와 마찬가지로 유체의 점탄성도의 증가는 LDPE와 같은 신장농화 물질의 사용하는 공정에서는 공정을 안정화시키는 반면 HDPE와 같은 신장담화 물질이 사용되는 경우에는 공정이 안정성이 감소한다.

또한, 동일한 지배방정식을 이용한 선형 안정성 분석과 비선형 과도 응답 결과를 주파수 응답을 통한 공정의 민감도와 비교함으로써 민감도 분석 결과를 공정의 안정성과 연결 지을 수 있음을 확인하였으며, 이를 통하여 보다 간단한 방법으로 공정의 안정성을 예측할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 유변공정연구센터(한국과학재단 ERC)의 연구지원에 의해 수행되었으며, 이에 깊이 감사드립니다.

참고문헌

- Devereux, B.M., and M.M. Denn, 1994, Frequency response analysis of polymer melt spinning, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **33**, 2384.
 Kase, S., 1974, Studies on melt spinning. IV. On the stability of melt spinning, *J. Appli. Polym. Sci.*, **18**, 3279.
 Kase, S., and M. Araki, 1982, Studies on melt spinning. VIII. Transfer function approach, *J. Appli. Polym. Sci.*, **27**, 4439.
 Larson, R.G., 1992, Instabilities in viscoelastic flows, *Rheol. Acta*, **31**, 213.
 Silagy, D, Y. Demay, and J.-F. Agassant, 1996, Study of the stability of the film casting process, *Polym. Eng. Sci.*, **36**, 2614.

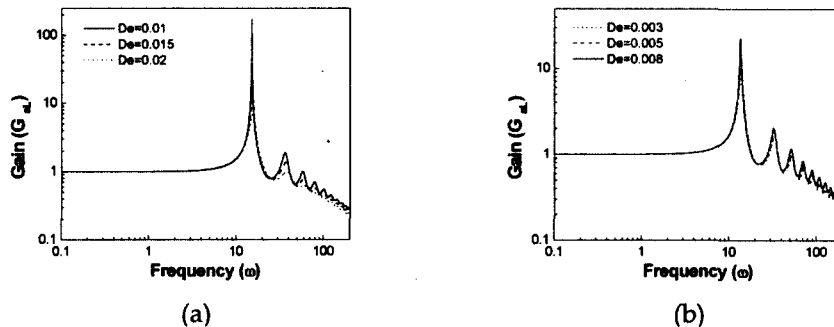


Figure 1. Sensitivity of film casting process by frequency response (a) extension thickening fluid ($\varepsilon=0.015$, $\xi=0.1$) at $r=25$ and (b) extension thinning fluid ($\varepsilon=0.015$, $\xi=0.7$) at $r=20$.

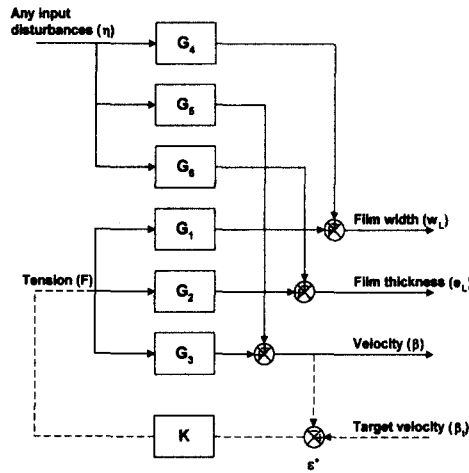


Figure 2. Transfer function mechanism of film casting process

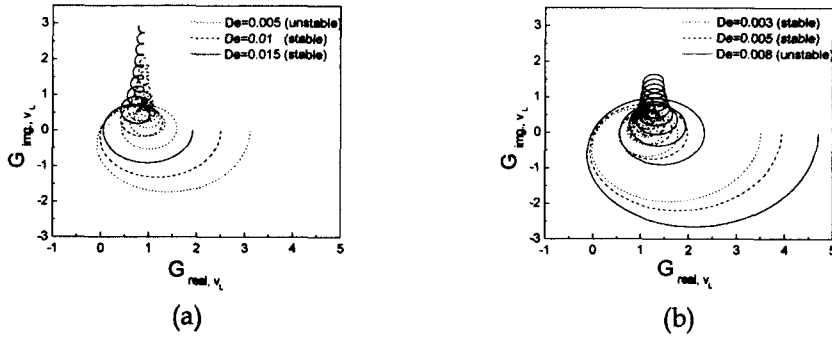


Figure 3. Effect of fluid viscoelasticity on the process stability at $A_r=0.2$ (a) extension thickening fluid ($\epsilon=0.015$, $\xi=0.1$) at $r=25$ and (b) extension thinning fluid ($\epsilon=0.015$, $\xi=0.7$) at $r=22$.

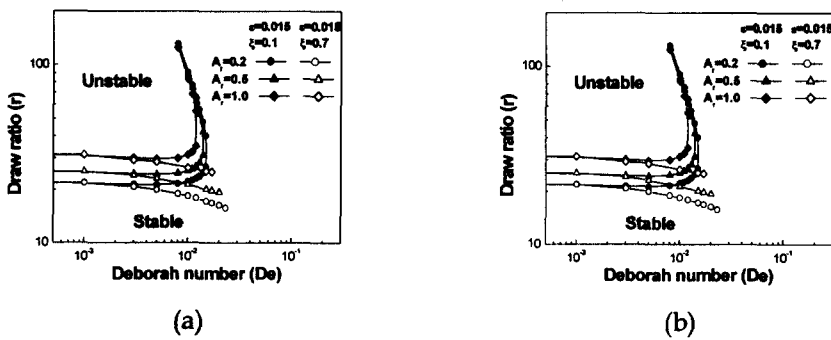


Figure 4. Stability diagram of film casting process by (a) transfer function approach and (b) linear stability analysis.