

## 국내·외 파랑변형모형의 개발사

이창훈 (세종대학교)

이동수 (씨 테크놀로지)

### 제1장 머리말

### 제2장 해안에 이용되는 수치모형

### 제3장 해안수리 현상과 적용 가능한 수치모형

3.1 파랑의 천수, 굴절, 회절, 반사, 에너지 감쇠

3.2 평균해면의 저하와 상승

3.3 해빈류

3.4 표사 이동

3.5 적용 가능한 수치모형 분야

### 제4장 파랑변형 모형의 개발

4.1 심해파 추정 모형

4.2 천해파 변형 모형의 유형별 구분

4.3 천해파 변형 모형에서 에너지감쇠 현상 고려

4.4 천해파 변형 모형식과 초기·경계치 문제

### 제5장 파랑변형모형의 활용 사례

### 제6장 맺음말

### 참고문헌

## 제1장 머리말

최근 해양공간의 적극적인 활용이 급진전되고 있는 상황에서 해안 구조물을 계획하고 설계하는 해안 실무자들은 그 구조물이 기능 면에서 가장 효율적이면서 경제적인 것이 될 수 있도록 하는 것이 무엇보다도 큰 과제이다. 또한 효율적 측면에서 본다면 주변 해양환경과의 조화로운 유지를 유지하면서 주변환경에 미칠 악영향을 최소화 할 수 있도록 하는 것도 근래 관심이 고조되고 있는 해안환경오염방지 차원에서 대단히 중요하다. 이러한 점을 감안할 때 구조물의 설계, 시공, 기능유지도 중요한 사항이지만 우선적으로 해양·해안의 수리특성을 충분히 이해하여 이 특성을 해안 관련 사업의 타당성 검토나 기본설계 단계에서 반영하여야 할 것이다.

해안기술자들의 주 관심이 되는 해안의 수리특성은 주로 구조물에 영향을 미치는 외력 차원에서 파랑과 조석현상이며, 또한 구조물과 이러한 외력의 상호 효과에 의해 발생하는 해안 수리환경의 변화이다. 외력은 해안구조물 설계에 있어 구조물에 직접 영향을 미치므로 보다 정확하게 해석되어 적2용되어야 하며, 연안수리환경의 변화는 악영향이 최소가 되도록 적극적으로 제어할 수 있어야 한다.

해안수리현상의 실체를 파악하여 설계실무에 도입하기 위하여 제2차 세계대전 이후부터 부단한 노력이 있었으며, 이는 주로 현지관측을 통한 자료의 해석에 의한 방법, 이론적 해석에 의한 방법, 수리모형실험과 수치모형실험에 의한 방법으로 이루어졌다. 최근에는 컴퓨터의 급속한 발전에 힘입어 수치모형실험이 널리 이용되고 있으며, 그 실용성이 입증되고 있다.

해안 실무자로서 해안수리현상 가운데 해안구조물에 가장 크게 영향을 미치는 외력은 파랑이다. 1970년대 이후 컴퓨터의 급속한 발전에 힘입어 파랑의 변형을 예측하는 모형이 다양하게 발전하였고 현재 실무 설계 단계에서 이 모형을 사용하고 있다. 1990년대에 접어들어 국내에서 파랑변형모형의 원리에 대한 연구가 활발히 진행되면서 그 연구실적이 국제적으로 소개되는 상황에 이르렀다(Suh 등, 1997; Lee와 Suh, 1998; Lee 등, 1998; Lee 등, 2001). 이는 국내 파랑변형모형의 개발 수준이 선진국의 수준에 가까워지고 있음을 의미한다.

본 연구에서 국내·외에서 개발된 파랑변형모형에는 어떤 것이 있고 그 모형의 장·단점은 무엇이고 어디에 또는 어떻게 쓰이고 있는지 살펴보고자 한다. 더 나아가 각 모형의 장·단점을 비교 분석하여 개발가능성을 제시하겠다. 특히, 해안공학자의 입장에서 실용적인 모형에 대해서 상세히 알아보겠다. 국내·외 파랑변형모형에 대한 개발사가 1980년대 이후 유동훈(1988)과 이창훈(1998)에 의해 발표되었다. 그들의 연구는 모형의 이론에 대한 고찰이었고 실무에서 그 모형이 어떻게 쓰이고 있는지 알 수 없는 실정이다. 현재 그들이 발표한 이후로 약 3년이 더 경과한 사이에 파랑변형모형이 많이 발전하여서 최근의 개발

사를 살펴볼 필요가 있다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 제2장에서 해안에서 활용하고 있는 수치모형을 적용 대상과 이용 분야별로 분류한다. 제3장에서 해안구조물에 영향을 미치는 해안수리현상과 적용 가능한 수치모형을 살펴본다. 제4장에서 선진국에서 어떤 파랑변형모형이 개발되었는지 살펴보고 그 모형의 장·단점 등 여러 특징들을 살펴본다. 제5장에서 개발된 모형이 국내·외에 어떻게 쓰이고 있는지 살펴본다. 제6장에서 모형의 발전가능성을 제시한다. 마지막으로 본 연구를 요약하고 글을 맺는다.

## 제2장 해안에 이용되는 수치모형

해안에 적용되는 수치모형실험은 당초에는 고조, 쓰나미, 조석 등 해안 재해를 방지하기 위한 목적으로 발전하였으나 컴퓨터의 발달과 함께 여러 분야에 적용되고 있다. 근래 해안 공간의 이용이 활발해지고 특히 친수성 해안 공간의 개념이 부각됨에 따라 생활 공간이 해안으로 전이되고 있다. 이에 따라 해안 환경의 오염이 심각해지고 생태계 등의 변화가 야기되어 환경보전 차원에서 이의 변화를 예측하여 악영향을 사전에 방지하는 방법으로 수치모형이 활용하기에 이르렀다. 이처럼 해안에 적용되는 수치모형은 실제적인 활용과 밀접한 관련을 가지고 발전해오고 있다. 현재 해안에 활용하고 있는 수치모형을 적용 대상과 이용 분야별로 분류하면 다음과 같다.

- 항만
  - 항로 매물
  - 외곽시설의 설계파
  - 수역시설의 정온도
  - 항구의 배치와 항구 폭
  - 접안시설 전면의 파고
  - 준설도량
  - 안벽 구조 양식
  - 항로 범선
  
- 임해 발전소 · 공업단지
  - 냉각수 취 · 배수 및 순환
  - 냉 · 온배수 확산
  - 부유사의 복수기 유입
  - 산업폐기물의 방출
  - 해수 오염
  
- 해안 · 하구역
  - 감조하천에서 조석의 영향
  - 토사의 퇴적 및 침식
  - 해안선의 변화
  - 인공 해변

- 하천 유출수, 홍수위, 통수단면
- 해수 오염

## 제3장 해안수리 현상과 적용 가능한 수치모형 분야

파랑을 야기 시키는 근원에 따라 살펴보면, 바람에 의하여 발생하는 풍파는 그 에너지가 가장 크고 주기는 1초에서 30초 사이가 대부분이다. 또한, 달과 해의 인력으로 발생하는 조석파는 그 에너지가 그 다음으로 크고 주기는 12시간, 24시간이 대부분이다. 해저지진으로 발생하는 쓰나미는 그 에너지가 그 다음으로 크고 주기는 1분 이상의 장주기이다. 이 외에 배가 이동함에 따라 발생하는 항주파는 그 에너지가 작고 주기는 1초 안팎이다. 파랑을 수심에 따라 살펴보면, 상대수심이  $h/L$  ( $h$ :수심,  $L$ :파장)이  $1/2$  보다 큰 경우 심해파(deep water wave)라고 하고, 상대수심이  $1/2$ 에서  $1/20$  사이인 경우 중간수심파(intermediate-depth water wave)라고 하고, 상대수심이  $1/20$  보다 작은 경우 천해파(shallow water wave)라고 한다. 심해파는 바닥의 영향을 받지 않고 전파하나 중간수심파 및 천해파는 바닥의 영향을 받아 복잡한 변형의 과정을 거친다.

파랑이 발생 해역에서부터 해안으로 전파하면서 여러 변형 과정을 거치고 육지 가까이에서 와서는 해안 지형과 구조물과 서로 영향을 미치면서 더욱 복잡한 현상이 발생한다. 다음에 해안구조물에 영향을 미치는 파랑에 의한 해안수리 현상과 이를 예측하는 수치모형을 살펴보겠다.

### 3.1 파랑의 천수, 굴절, 회절, 반사, 에너지 감쇠

파랑은 생성된 지점으로부터 멀리 전파되는 동안 장주기파는 단주기파에 비해 더 빨리 전파하는 분산성(dispersion)에 의하여 파랑이 확산된다. 또한, 단주기파는 점성과 파랑간의 비선형으로 인하여 그 에너지가 감소한다.

파랑의 변형 가운데 수심이 얇아짐에 따라 파고가 증가하는 현상을 파의 천수(shoaling)라고 한다. 천해역의 파속은 수심이 깊은 곳에서는 빠르고 수심이 얇은 곳에서는 느려서 파향선이 등 수심선에 직각 방향으로 꺾이는 현상을 파의 굴절(refraction)이라고 한다. 파랑이 방파제나 섬 등의 장애물을 만나게 되면 장애물 배후에서 파봉선(crest line)을 따른 파고 분포의 차이를 극복하기 위해서 파랑에너지가 차폐 역(shadow zone)으로 퍼지고 파향선도 꺾이는 현상을 파의 회절(diffraction)이라고 한다. 회절된 파랑에너지는 해안선 변화에 직접적으로 작용하는 외력이 되며 항 내 정은 유지와도 밀접한 관계가 있다. 파랑의 전파를 막는 구조물이 있거나 천해역에서 수심이 변하는 경우 파의 위상이 변하고 되돌아가는 현상을 파의 반사(reflection)라고 한다. 구조물이나 자연 해안은 구조양식과 형태에 따라 그 반사율이 다르며 이것은 파랑제어에 중요한 요소로 작용하기도 한다. 수심이 아주 얇아서 그 에너지가 한계상태에 이르러 쇄파(breaking)가 발생하는 에너지감쇠, 바닥의 마찰이나

투수에 의한 에너지감쇠, 파랑과 해류가 공존하는 경우 파고, 파향, 파속의 변화 등 여러 가지가 있다. 수심의 영향을 받는 파랑의 변형인 천수, 굴절, 에너지감쇠는 심해에서는 거의 발생하지 않고, 수심이 얕을수록 더 크게 발생한다.

### 3.2 평균해면의 저하와 상승

해안선 방향(longshore direction)으로의 수심 변화가 없고, 해안선에 수직으로 파랑이 입사한다고 하였을 경우 파에 의한 질량수송은 해안에서 차단되어 잉여응력(radiation stress)은 해안으로부터 외해 쪽으로 성분의 차이가 발생하고 이 힘은 평균해면의 공간적인 차이에 의한 힘과 균형을 이루기 위하여 해면의 변화를 야기 시킨다. 평균해면은 외해에서 쇄파대로 향함에 따라 점차 저하하고 쇄파대 내에서는 해안으로 향함에 따라 점차 상승한다. 평균해면 상승의 크기는 쇄파 파고의 10 ~ 15%까지 이르기도 한다. 평균해면의 변화는 파의 쳐오름이나 연안 해수 순환 역할을 이해하는데 중요한 현상의 하나이다.

### 3.3 해빈류

파랑에 의한 잉여응력의 공간적인 차이로 인하여 해안선 부근에서 발생하는 해빈류는 해안의 표사이동 현상과 밀접한 관계가 있으나, 발생이 쇄파대 근방에서 일어나고, 현상 자체가 워낙 비선형성이 강하여 이를 규명하는 데에 어려운 점이 많다.

해빈류의 이론적 전개는 Longuet-Higgins와 Stewart(1962)가 잉여응력의 개념을 도입함으로써 해석이 가능해졌다. 이 개념은 파랑에 의한 과잉 운동량 속(excess momentum flux)의 공간적 차이가 흐름을 유발하는 중요한 기인력이 됨을 의미한다. 해빈류의 순환형태는 파랑, 평균수면의 공간적 차이에 의한 압력경사, 해저마찰력 등에 의해 달라지며, 쇄파에 의해 발생하는 해안방향의 흐름(longshore current)과 좁은 폭으로 집중적으로 외해로 향하는 흐름, 즉 이안류(trip current)로 형성된 연안의 순환류 계를 형성하기도 한다. 이때 이안류의 길이는 대체로 해안선으로부터 쇄파점 사이 거리의 1.7 ~ 1.8배 정도이며, 사빈 해안에서의 cusp의 발생과도 밀접한 관계가 있다.

### 3.4 표사 이동

파랑변형은 잉여응력을 발생시키며 잉여응력의 공간적 분포에 의해 해안류(wave induced current)가 형성된다. 이 해안류는 쇄파대 부근에서 가장 현저하게 나타나며 표사는 해안류를 따라 이동하여 각 연안 환경에 상응하는 해저지형과 해안선을 형성하고 안정된 평형상태를 유지하게 된다. 표사 이동은 해빈의 변형과정을 직접 지배하므로 해안공학에서 중요

한 현상이다. 표사 이동은 이동 방향에 따라 크게 해안선 방향의 표사 이동(longshore sediment transport)과 해안선의 직각 방향의 표사 이동(on-offshore sediment transport)으로 나누어져 취급되며, 그 현상이 복잡하여 이해의 정도가 미약한 편이다.

표사 이동은 때때로 구조물의 존립에 심각한 악영향을 미치기도 하며 항만과 항로를 매몰시킴으로서 그 기능을 상실케 하거나, 유지비의 과대한 증가로 경제적 손실이 막대해지기도 한다. 또한 해안선의 변형을 유발하여 해안공간의 황폐화를 일으키기도 한다. 일반적으로 표사 이동 문제의 접근은 주로 하상물질의 수송이론에 근거하여 많이 취급하고 있다. 그림 2는 사질해안에서 파랑에 의해 수반되는 해안의 수리현상을 모식화 한 것이다.

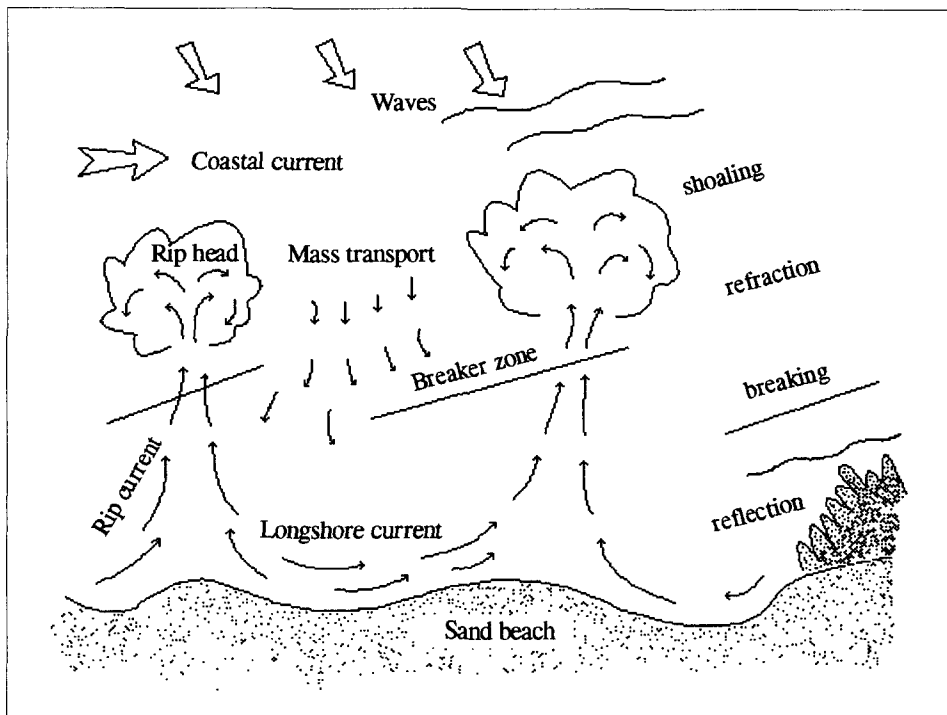


그림 1 사질 해안의 수리 현상 모식도

### 3.5 적용 가능한 수치모형 분야

사질 해안에 방파제나 항만을 건설하여 파랑을 제어하려고 하든지, 해안 보전 시설 및 표사 제어 등을 목적으로 호안이나 이안제, 잠제, 도류제 등의 인위적인 구조물을 건설할 경우 파랑장과 이에 따른 해안 수리 요인이 변하게 되며, 해저 퇴적물의 이동과 함께 사질 해안의 전진 또는 후퇴로 해안선이 변하고 인근 항만으로의 표사 유입으로 항만 매몰이



발생하여 항만으로서의 기능을 유지할 수 없게 한다. 우리나라의 서해안과 같이 조차가 8m 이상이 되는 해안에 대규모 매립과 간척사업 또는 항만을 건설할 경우 필연적으로 조류장의 변화가 일어나며, 급기야 구조물의 불안정, 항 내의 매물 문제를 일으키기도 하며, 인근 해역의 생태계에 악영향을 미치기도 한다. 그림 2는 해안 수리 현상과 적용 가능한 수치모형의 분야를 도시한 것이다.

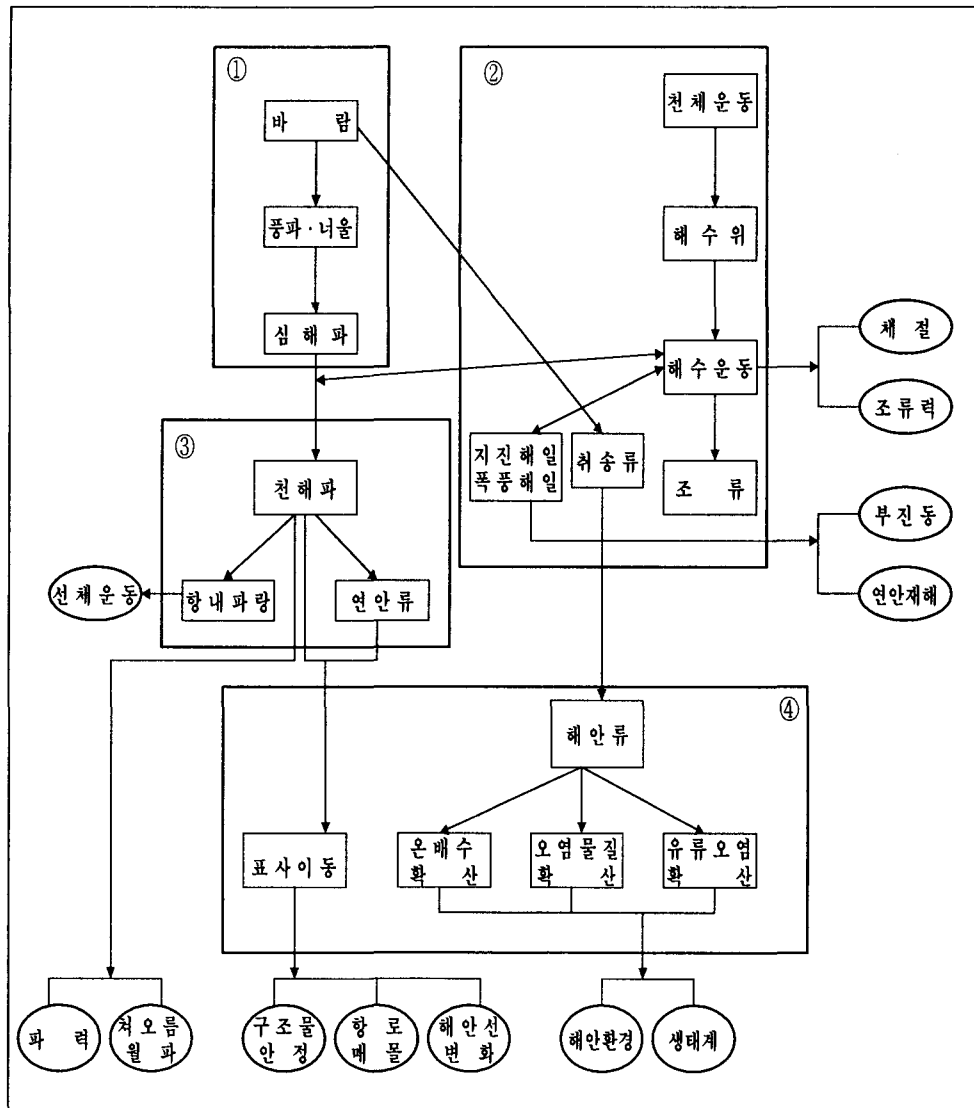


그림 2 해안수리 현상과 적용 가능한 수치모형: ① 심해파 추정모형, ② 조석·해일모형, ③ 천해파·연안류 모형, ④ 표사 및 퇴적물 이동·확산모형

## 제4장 파랑변형 모형의 개발

파랑의 특성을 수학적으로 규명 한 예를 살펴보면 1802년에 Gerstner에 의해 Trochoid 파 이론이 발표되었고, 이후 1845년에 Airy가 미소진폭파 이론을 발표하였고 거의 같은 시기에 고립파(Solitary wave) 이론(Russell, 1844)과 Stokes 파 이론(1847)이 발표되었다. 1895년에 Korteweg과 De Vries에 의해 Cnoid 파 이론이 발표됨으로서 파랑의 기초 이론은 19세기에 완성되었다. 그리고 1928년에 Trochoid 파 이론에 기초한 Sainflou의 중복파압 공식이 직립 방파제의 설계 실무에 이용되어져 최근에 이르고 있다.

본 장에서 1970년대 이후 개발된 파랑변형 모형에는 어떤 것이 있고 이 모형들의 특징을 알아보고 장·단점을 비교하겠다. 여기서 파랑변형 모형은 천해에서 수심의 변화가 발생하는 천해파 변형 모형을 의미한다. 천해에 이르기 전에 심해에서 파랑이 생성된 뒤 천해로 전파하는 과정도 예측할 필요가 있다. 이를 심해파 추정이라 한다. 먼저 심해파 추정 모형을 간단히 기술한 뒤 천해파 변형 모형에 대해 심도 있게 기술하겠다.

### 4.1 심해파 추정 모형

우리나라에서는 1988년 해운항만청과 수산청에서 각각 심해파 추정을 실시하여 해안 실무에 적용되고 있다. 심해파랑은 크게 유의파법과 스펙트럼법으로 나누어 취급하며 이들 각 모형은 기상요인에 따라 달리 적용하고 있다. 풍기 고기압의 이동에 의한 파랑은 주로 SMB법과 Semi-Automated법으로 추정하고, 태풍에 의한 파랑은 DSA-5, Wilson, HYPA, Inoue 모형을 적용하여 추정하고 있다.

#### 1) 유의파법

##### - SMB법

Svendrup-Munk-Bretschneider(Sverdrup과 Munk, 1947; Bretschneider, 1952, 1958)에 의해 개발된 방법으로 풍역, 풍속, 취송거리 등의 변화가 완만한 경우에 적용 가능하다. SMB법은 파랑 예지곡선을 이용하여 파고와 주기를 구한다.

##### - Wilson법

1961년 Wilson이 파랑의 진행과정을 추정하여 파고와 주기의 변화를 구할 수 있게 개발한 방법으로 풍역과 풍속이 계속 변화하는 해역에 적용할 수 있다.

## 2) 스펙트럼법

### - Semi-Automated법

P-N-J법(1955)과 Wilson의 이동 풍역 개념 그리고 Liu의 경험적, 이론적 스펙트럼을 복합한 모형이다.

### - Inoue법

Phillips(1955)의 공진 이론과 Miles(1957)의 불안정 기구 이론에 근거한 에너지 평형방정식으로부터 일차원 스펙트럼을 구한 다음 방향 함수를 고려하여 파고 및 주기를 구한다(1966).

### - DSA -5 모형

프랑스 Gelci 등(1957)에 의해 창안되어 해파 관측자료로부터 얻어진 모형으로서 프랑스 국립기상청에서 북대서양 해상예보에 사용되고 있으며, 1984년 부산항 IBRD 3단계 차관사업용역조사 시 설계파고 추정에 적용된 바 있다.

### - HYPА 모형

북해의 대규모 국제공동 해상관측사업인 JONSWAP과 NORSWAM Project 결과로 얻어진 해파 수치예보 모형으로서 독일의 함부르크 대학과 막스 프랑크 기상연구소에 의해 보완되었다(Hasselmann 등, 1973). 풍파 발생해역과 풍역을 벗어난 해역의 너울은 상호 보완적으로 연결하여 풍파를 예측한다.

## 4.2 천해파 변형 모형의 유형별 구분

천해파 변형 모형은 천해파랑의 적용 목적에 따라 다양하게 발전해 왔다. 과거에는 설계 목적으로 천해파랑을 예측할 경우 거의 수작업을 거쳐서 심해의 파랑을 굴절도에 의해 설계 대상 지점의 파고를 산정하기도 하고, 방파제 배후의 회절파나 항 내 파고를 산정하기 위해서는 이미 도식화 해둔 회절도를 이용하여 구하였다. 이와 같이 기존에 널리 사용되어 왔던 파향선 작도법이나 회절도법은 파랑변형요소를 충분히 해석할 수 없고 단편적인 현상만을 계산하기 때문에 정확한 천해파의 예측이 어렵다.

최근에는 그동안 해석할 수 없었던 복잡한 파랑변형 방정식을 전산기를 이용하여 수치적으로 모의함으로써 파랑의 전반적인 변형 요소를 거의 모두 고려하여 파랑장을 정확히 해석할 수 있다. 이 모형식에 의한 수치모의는 1990년대 이후 보편적으로 설계실무에 활용하고 있는 실정이다.

파랑의 변형 가운데 에너지가 보존되면서 변형하는 천수, 굴절, 회절, 반사를 예측하는 수학적 모형으로서 현재까지 개발된 것으로서 크게 두 가지 유형으로 나눌 수 있는데, 첫 번째로 파형경사인  $ka$  ( $k$ :파수,  $a$ :진폭)를 비선형의 매개변수로 하여 섭동법을 사용하여 유도되는 Stokes 파랑식이 있고, 두 번째로 상대파고인  $a/h$ 를 비선형의 매개변수로 하고 상대수심인  $kh$ 를 분산성의 매개변수로 하여 섭동법을 사용하여 유도되는 천수방정식 (shallow water equation)이 있다. 파랑의 변형 가운데 천수, 굴절 만을 예측하고 회절, 반사를 예측하지 못하는 수학적 모형으로서 에너지이송방정식이 있다.

에너지감쇠 현상은 따로 독립적으로 발생하지 않고 에너지가 보존되면서 파랑이 변형하는 현상들과 함께 발생한다. 따라서, 에너지감쇠 현상은 Stokes 파랑식, 천수방정식, 에너지이송방정식에 에너지감쇠 항을 부가하여 예측할 수 있다. 에너지가 보존되면서 파랑이 변하는 현상을 예측하는 Stokes 파랑식과 천수방정식을 유형 및 수학적 꼴 별로 그림 3에 도시하였다. 그림 3에서 화살표는 어떤 모형식이 화살표가 지적하는 모형식으로 단순화 될 수 있음을 나타낸다.

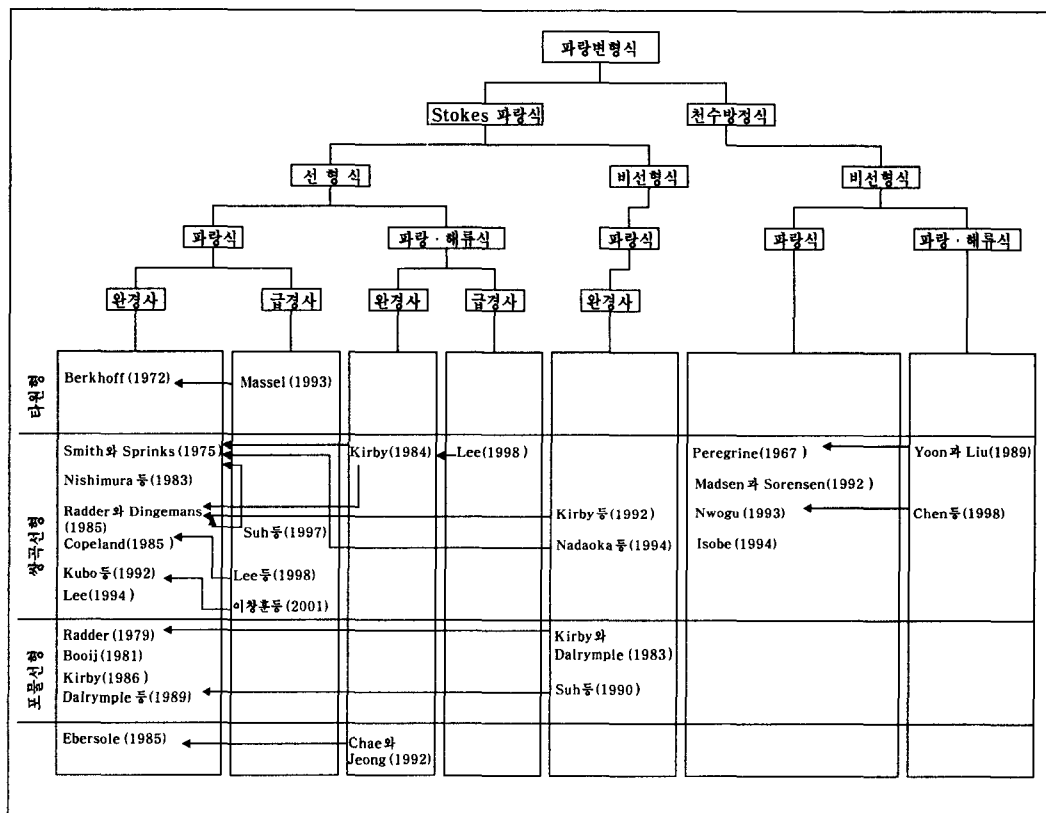


그림 3. 파랑변형식의 분류

## 1) Stokes 파랑식

Stokes 파랑식은 심해나 중간수심해역에서 파랑의 변형을 비교적 정확히 예측할 수 있는 식이다. 지배방정식은 비압축성 유체 · 비회전류의 연속방정식인 Laplace 방정식이고 수면상의 비선형 경계조건과 바닥 경계조건을 사용하고 수심적분하여 유도되는 식이다. 식을 유도하는 과정에서 수심의 변화가 완만하다고 가정하여 수심경사의 제곱의 항( $O(\nabla h)^2$ )과 곡률의 항( $O(\nabla^2 h)$ )을 무시하여 구한 식을 완경사방정식(mild-slope equation)이라고 부른다. Berkhoff(1972)는 Galerkin-eigenfunction 방법을 사용하여 선형 완경사방정식을 개발하였다. 선형 완경사방정식은 심해에서부터 천해까지 전 영역에서 파랑의 선형 분산성(linear dispersion relation)을 정확히 예측할 수 있고, 다른 비선형 식에 비하여 수치적으로 적용하기 쉽다. 따라서, 해안공학자들은 Berkhoff의 타원형 식 이외에도 쌍곡선형과 포물선형으로 개발된 식들을 실제로 많이 사용하고 있다. 단지, 선형 완경사방정식은 선형의 식이기 때문에 얕은 수심에서 파고가 파장이나 수심에 비하여 상당히 큰 경우 파랑의 변형을 예측하는데 그 정확도가 떨어지는 단점이 있다.

Booij(1983)는 완경사방정식이 어느 정도의 수심경사까지 정확히 예측할 수 있는지를 알아보기 위하여 수심이 서로 다른 두 개의 수평면을 다른 평면으로 연결하여 그 기울어진 면의 길이를 달리함에 따라 완경사방정식이 예측하는 파랑의 반사율과 Laplace 방정식을 유한요소법으로 해를 구하여 예측하는 파랑의 반사율을 비교하였다. 비교 결과, 바닥의 기울기가 1:3 까지는 완경사방정식을 사용하여도 충분히 정확함을 발견하였다. 최근, 완경사방정식을 유도할 때 수심경사의 제곱의 항과 수심의 곡률의 항을 그대로 보존하여 유도되는 식은 수심의 변화가 심한 해역에서도 파랑의 변형을 잘 예측할 수 있음이 밝혀졌다(Massel, 1993; Chamberlain과 Porter, 1995; Suh 등, 1997; Lee 등, 1998).

Berkhoff(1972)가 개발한 완경사방정식은 규칙파의 경우에 유도된 타원형의 식이다. 이 식과 같은 정확도를 유지하면서 시간에 따라 파랑이 전파되는 현상을 재현할 수 있는 쌍곡선형 완경사방정식이 개발되었다(Nishimura 등, 1983; Copeland, 1985). 한편, 주파수폭이 좁은 불규칙파가 전파할 때 파군이 균속도로 전파하는 현상을 재현할 수 있는 쌍곡선형 완경사방정식이 개발되었다(Smith와 Sprinks, 1975; Radder와 Dingemans, 1985; Kubo 등, 1992; Lee, 1994). 불규칙파의 변형을 예측하고자 할 경우, 전체 입사파의 스펙트럼을 주파수폭이 좁은 몇 개의 스펙트럼 군으로 나눈 뒤에 각 스펙트럼 군 별로 불규칙파를 해석할 수 있는 모형을 사용하여 해를 구하고 이를 중첩하는 방법이 각각의 주파수 별로 해를 구하고 이를 중첩하는 것보다 계산시간 상으로 더 경제적이라는 주장이 있다(Lee와 Pyun, 1995; Suh 등, 1997).

Booij(1981)는 Berkhoff(1972)의 식에 실험적으로 도출한 비선형 분산식을 이용하여 비선형 효과를 가미하였고, Kirby와 Dalrymple(1986)은 Stokes 파랑식의 비선형 분산식과 천수방

정식의 비선형 분산식을 조합하여 비선형 효과를 고려하였다. 한편, Kirby와 Dalrymple (1983)은 선형의 환경사방정식에 파의 방향이 미리 지정한 방향과 큰 차이가 없을 때 적용 가능한 3차의 비선형 항을 부가하여 비선형 포물선형 식을 개발하였다. Kirby 등(1992)은 Radder와 Dingemans(1985)의 식에 이 비선형 항을 부가하여 비선형 쌍곡선형 식을 개발하였다. 최근 Nadaoka 등(1994)은 Galerkin 방법을 사용하여 심해에서부터 천해까지 전 수심에서 선형 분산식을 만족시키는 비선형 환경사방정식을 개발하였다.

Ebersole(1985)은 Berkhoff(1972)의 식으로부터 도출될 수 있는 eikonal 식과 에너지전송식과 또한 파수의 비회전성을 이용하여 심해에서의 파고, 파향, 주기가 주어졌을 때 천해로 전파함에 따라 근사적으로 해를 구하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 해석할 영역이 넓어도 계산시간이 작은 장점이 있으나, 반사파를 고려할 수 없고 회절효과가 큰 경우 파랑변형을 정확히 예측하지 못하는 단점이 있다.

파랑과 해류가 공존하는 경우는 크게 두 가지 경우가 있다. 첫 번째는 파랑과 파랑간의 상호작용으로 잉여응력(radiation stress)이 발생하고 이것의 공간적인 불균형으로 해류가 발생하고 평균수면이 변하게 된다(Longuet-Higgins와 Stewart, 1962). 이 해류는 비선형식에 이미 고려되어 있고, 선형식을 사용할 경우 잉여응력의 공간적인 변화율을 선형식의 해로부터 구하여 평균수면을 다르게 줄 수 있다. 두 번째는 바람으로 발생한 파에 대비되는 조석 파나 하구에서 파에 대비되는 하천의 흐름과 같이 파랑과는 무관하게 형성된 해류가 있다. 어느 경우이건 일단 해류가 존재하면 이 흐름은 파고, 파향, 파속이 변하는 Doppler shift 현상을 야기 시킨다. 이러한 현상을 예측하는 모형으로서 Stokes 파랑식에서는 Kirby(1984)가 Smith와 Sprinks(1975)의 식과 Radder와 Dingemans(1985)의 식을 확장한 식이 있고, Lee(1998)가 Suh 등(1997)의 식을 확장한 식이 있다. 한편, Chae와 Jeong(1992)은 Kirby(1984)의 식에 Ebersole(1985)의 방법을 사용하여 계산상의 편의를 도모하였다.

## 2) 천수방정식

천수방정식으로서 두 개의 매개변수가  $O(a/h) \cong O(kh)^2$ 의 관계를 만족시킬 때 개발된 Boussinesq 식은 수심이 일정한 경우에 Boussinesq(1877)가 처음 개발하였고 수심의 변화가 있는 경우에 Peregrine(1967)이 개발하였다. 이 식은 현재까지 개발된 식 가운데 가장 정확하고 널리 사용되고 있다. 이 식을 유도하는 과정에서 급수전개기법을 사용하여 파의 압력 또는 속도의 수직방향의 효과를 고려하였고 섭동법을 써서  $O(a/h, (kh)^2)$ 까지 정확히 해석할 수 있는 비선형의 식을 개발하였다. 이 식은 수심적분한 연속방정식과 운동량 방정식으로 구성되어 있고 파랑의 약한 비선형성(weakly nonlinear)과 약한 분산성(weakly dispersive)이 고려되어 있다. 따라서, 조석파나 쓰나미의 변형을 예측하거나 쇄파현상을 규명하는 경우와 같이 수심이 얇고 파고가 큰 영역에 Boussinesq 식을 사용하면 비교적 정확한

결과를 얻을 수 있다. 반면, 이 식은 수심이 깊을수록 그 정확도가 떨어지는 단점이 있다.

Boussinesq 식에 약한 분산성을 나타내는 항을 무시하면 Airy의 천수방정식이 된다. 수평면상으로 1차원으로 전파하는 진행파의 경우 Boussinesq 식으로부터 Korteweg-de Vries (KdV) 식(Korteweg와 de Vries, 1895)을 얻을 수 있다. 이 식에서 불변형의 파랑인 크노이덜 파(cnoidal wave)가 재현되는데 이 파는 주기가 무한히 클 때 고립파(solitary wave)가 되고 파고가 무한히 작을 때 선형의 정현파(sinusoidal wave)가 된다. 진행파가 수평면상 2차원에서 한 방향으로 집중적으로 전파하고 그 주기가 유한한 경우에 유도되는 Kadomtsev-Petviashvili (KP) 식(Kadomtsev와 Petviashvili, 1970)이 있다.

최근에, Boussinesq 식이 깊은 수심에서 정확도가 떨어지는 문제점을 최소로 하려는 시도가 있었다. 첫 번째로 기존의 Boussinesq 식 가운데 운동량방정식에 보정항을 가미하여 도출되는 분산식이 선형 분산식에 더 가까워지도록 하는 것이 있고(Madsen과 Sorensen, 1992), 두 번째로 Boussinesq 식에서 수심 평균한 속도를 쓰지 않고 임의의 수심에서의 속도를 사용하여 도출되는 분산식이 선형 분산식에 더 가까워지도록 하는 것이 있다(Nwogu, 1993). 세 번째로 Isobe(1994)는 변수분리법을 사용하고 수직분포함수로서 다항함수를 사용하여 비선형 환경사방정식을 개발하였다. 그러나, 이러한 식들도 중간수심해파 심해에서는 환경사방정식보다 정확도가 떨어지는 실정이다.

파랑과 해류가 공존하는 경우 파고, 파향, 파속이 변하는 Doppler shift 현상을 야기 시키는 현상을 예측하는 모형으로 천수방정식에서는 Yoon과 Liu(1989)가 Peregrine(1967)의 Boussinesq 식을 확장한 식이 있고, Chen 등(1998)이 Nwogu(1993)의 Boussinesq 식을 확장한 식이 있다.

### 3) 에너지이송방정식

에너지이송방정식은 파랑의 위상에 대한 정보는 무시한 채 파랑의 에너지 스펙트럼이 수심의 변화에 따라 굴절하면서 파향선의 방향이 바뀌고 굴절 및 천수 효과로 스펙트럼의 크기가 달라지는 현상을 예측하는 모형식이다. 따라서, 이 모형식은 파랑의 회절과 반사 현상을 예측할 수 없는 한계가 있다. 이 식은 Karlsson(1969)이 처음 개발하였고, 바람으로부터 파랑의 에너지가 생성되고 또한 소멸되는 현상을 예측하는 WAM(WAVE Model) 모형 가운데 소위 제3세대 WAM 파랑모형에서 많이 연구되고 있다(Cavaleri 등, 1989).

### 4.3 천해파 변형 모형에서 에너지감쇠 현상 고려

#### 1) 쇄파

파랑이 아주 얇은 수심까지 전파되는 동안 그 에너지는 증가하고 급기야 불안정한 상태에 이르러 쇄파가 발생하고 많은 에너지가 손실되는 데 이러한 역동적인 현상을 이론적으로 규명하기에는 미흡한 상태로서 주로 실험적으로 그 현상을 규명하고 있는 실정이다. 그러나 해안 구조물이 주로 쇄파대 내에 존재하기 때문에 공학자와 실무자는 쇄파 변형을 중요한 문제로 취급되고 있다. 쇄파의 파형은 심해파의 파형경사 ( $H_0/L_0$ )와 해저경사에 의해 지배된다는 것이 Iversen(1952)과 Hayami(1958)에 의해 연구되어 있으며 일반적으로 Spilling breaker, plunging breaker, surging breaker의 세 가지 유형으로 구분하고 있다(Galvin, 1968).

쇄파에서 에너지가 감쇠하는 현상을 예측하는 방법으로서 하천에서 해류가 사류에서 상류로 변할 때 발생하는 도수(hydraulic jump) 현상에서의 에너지손실과 연계하여 구하는 법이 시도되었다(Battjes와 Janssen, 1978; Lee와 Kirby, 1994). 또한, 에너지감쇠율이 그 지점의 에너지와 쇄파가 더 이상 일어나지 않는 안정된 상태에서의 에너지의 차에 비례한다고 가정하여 에너지의 감쇠현상을 예측하는 방법이 시도되었다(Dally 등, 1985). 또 다른 방법으로서 와류에서의 혼합길이(mixing length)나 와류길이(eddy length)를 이용하여 쇄파에서의 에너지감쇠율을 와류점성계수로 나타내었다(Heitner와 Housner, 1970; Karambas 등, 1990; Karambas와 Koutitas, 1992). 또 다른 방법으로서 쇄파에서 발생하는 과도한 운동량의 효과를 고려한 surface roller의 개념을 도입하여 에너지의 감쇠현상을 예측하였다(Schäffer 등, 1993).

#### 2) 바닥의 마찰 · 투수

바닥의 마찰이나 투수층에서의 투수에 의한 에너지감쇠의 정도는 심해에서는 미미하지만 천해에서는 무시할 수 없을 정도로 커진다. Dalrymple 등(1984)은 투수층, 점토로 이루어진 바닥, 기타 여러 가지 경우에 선형 완경사방정식에 적용될 수 있는 에너지감쇠계수를 제시하였다. 천수방정식에서는 바닥의 마찰계수로서 하천공학에서 사용되는 Manning 계수나 Chezy 계수를 주로 쓴다.



## 4.4 천해파 변형 모형식과 초기·경계치 문제

### 1) 쌍곡선형 모형식

쌍곡선형 식은 잔잔한 상태에서 시작하여 조파선에서 파가 생성되고 이 효과가 전 영역에 미치는 정상상태에 이르렀을 때 해를 구한다. 매 시간마다 경계조건이 주어져야 하는데, 파의 에너지를 창출하기 위해서 임의의 조파경계조건이 필요하고, 육지와 만나는 경계에는 임의의 반사율을 가미하여야 하고, 공간적인 계산영역의 경계에는 이에 도달하는 파의 에너지가 영역 밖으로 빠져나갈 수 있어야 할 것이다.

현재까지 개발된 조파경계에는 첫 번째로 계산영역의 경계나 영역 내에 임의로 값을 지정하거나(Dirichlet boundary condition) 그 값의 변화율을 지정하는 (Neumann boundary condition) 외부조파 경계조건이 있고, 두 번째로 계산영역 내에 임의의 값을 매시간간격으로 더해주는 내부조파 경계조건이 있다(Larsen과 Dancy, 1983; Madsen과 Larsen, 1987; 윤성범 등, 1996; Lee와 Suh, 1998; 이창훈, 1998; Lee 등, 2001). 외부조파기법을 사용할 경우 그 경계에 도달한 파가 그대로 통과하지 못하고 부딪쳐서 수치적으로 문제가 발생할 가능성이 있다. 반면, 내부조파기법을 사용할 경우 이 경계에 도달한 파는 그대로 통과하고, 또한 조파경계에서는 원하는 파의 에너지가 만들어져 외해 경계에 스폰지층을 두면 외해경계에 도달한 파가 다시 반사되지 않으므로 외해경계조건을 재현할 수 있다. 단지 이 기법은 Peregrine(1967)의 식, Copeland(1985)의 식, Radder와 Dingemans(1985)의 식, Suh 등(1997)의 식에만 적용되어 현재까지 보편적으로 쓰이지 못한 실정이다. 최근에 내부조파와 같은 원리로서 원천함수를 지배방정식에 포함한 뒤 Green 정리를 이용하여 원천함수를 결정하는 기법이 제안되었다. 이 기법은 Nwogu(1993)의 확장형 Boussinesq 방정식에 적용되고 (Wei 등, 1999), 이창훈 등(2001)의 확장형 환경사방정식에 적용되었다(김건우 등, 2001).

내부조파선에서 내부조파하는 방법으로서 현재까지 두 가지 서로 다른 견해가 있다. 첫째는 질량전송의 견해로서 조파선에서 생긴 교란파의 질량이 위상속도로 전파한다는 것이고 이는 Peregrine의 Boussinesq 방정식과 Copeland(1985)의 환경사방정식에 적용되었다(Larsen과 Dancy, 1983; Madsen과 Larsen, 1987). 둘째는 에너지전송의 견해로서 조파선에서 생긴 교란파가 에너지속도로 전파한다는 것이고 이는 Radder와 Dingemans(1985)의 환경사방정식과 Copeland의 환경사방정식에 적용되었다(Lee와 Suh, 1998). 최근 Lee 등(2001)은 Nwogu(1993)의 확장형 Boussinesq 방정식에서 내부조파를 할 때 올바른 조파원리가 질량전송인지 아니면 에너지전송인지 규명하였다. 천해에서부터 심해까지 수심을 달리하면서 정현파를 내부조파한 결과 에너지전송의 원리를 사용하면 원하는 파의 에너지를 제대로 얻을 수 있었고 질량전송의 원리를 사용하면 수치적으로 재현된 파고가 원하는 파고에 비하여 위상속도 대 에너지속도의 비로 다르게 나왔다. 따라서, 그들은 쌍곡선형의 파랑식에서

의 올바른 조파원리는 질량전송이 아닌 에너지전송이라고 주장하였다.

Abbott 등(1984)은 Peregrine(1967)의 식을 ADI (alternating direction implicit) 방법을 사용하여 차분하였다. Copeland(1985)는 그의 식을 staggered 격자망을 구성하고 leap-frog 방법을 사용하여 차분하였다. Kirby 등(1992)은 Radder와 Dingemans(1985)의 식을 predictor-corrector 방법을 사용하여 시간적으로 차분하였다. Kubo 등(1992)은 그들의 식을 ADI 방법을 사용하여 차분하였다.

## 2) 타원형 모형식

규칙파의 경우 시간의 변화율이 있는 항을 변형하여 쌍곡선형 식을 타원형 식으로 바꿀 수 있다. 타원형 식을 이용하여 해를 구할 경우 쌍곡선형 모형과 마찬가지로 경계조건을 지정하여야 한다. 이 과정에서 행렬이 형성되어 해를 구하는데 있어서 대체로 쌍곡선형 식으로 해를 구하는 것보다 더 많은 자료를 저장하여야 하고 계산시간이 더 오래 걸리는 단점이 있다.

Chen과 Mei(1974)는 Berkhoff(1972)의 식을 유한요소법을 사용하여 항내에서의 파랑의 변형을 해석하였다. 이 방법은 경계면이 복잡한 경우에도 정확히 해석할 수 있지만 계산시간이 많이 걸리는 단점이 있다. Panchang 등(1991)은 preconditioned conjugate gradient 방법을 사용하여 Berkhoff(1972)의 식을 풀었는데 이 방법은 유한요소법에 비하여 복잡한 경계면을 정확히 해석할 수 없지만 계산시간이 적게 드는 장점이 있다.

## 3) 포물선형 모형식

파의 방향이 미리 지정한 방향과 큰 차이가 없을 때 타원형 식을 포물선형 식으로 근사시킬 수 있다. 포물선형 식을 사용한 해는 상류경계에서 임의의 파고와 파향이 주어지고, 측면경계에서 파를 관통시키거나 임의의 크기로 반사시키고, 하류로 나아가면서 해를 구하는 방법을 쓴다. 포물선형 식에 의한 해법은 자료의 저장량과 계산시간이 아주 작아 타원형 식이나 쌍곡선형 식의 해법에 비해 더 경제적인 장점이 있는 반면, 반사되어오는 파랑의 변형을 해석할 수 없고 파의 방향이 미리 지정한 방향과 큰 차이가 날 때 많은 오차가 발생하는 단점이 있다.

측면경계에서의 파를 완전반사시키는 것은 쉬우나 임의의 크기로 반사시키는 것과 그대로 통과시키는 방법은 아직도 연구되고 있는 실정이다. Kirby(1986a)는 측면으로 들어오는 파를 평면파로 가정하여 입사파의 방향을 바로 상류지점에서 예측하고 측면경계에 그 방향으로 전파하는 방사경계조건을 사용하여 측면경계로 파를 관통시키는 방법을 시도하였다. 그러나, 여러방향으로부터 전파되는 파의 경우 이 방법을 쓸 수 없다. Dalrymple과

Martin(1992)은 Laplace 변환 기법을 사용하여 단순한 포물선형 식과 Pade 근사화 기법에 의한 포물선형 식의 경우에 파가 측면경계를 완벽하게 관통할 수 있는 기법을 개발하였다. 그러나, 이 방법은 측면경계의 수심이 일정하여야 하는 제약조건이 있고 다른 포물선형 식에는 적용할 수 없는 단점이 있다.

Radder(1979)는 행렬 분리(splitting-matrix) 기법을 사용하여 Berkhoff(1972)의 식을 단순한 포물선형 식으로 근사화하였다. 파의 방향이 지정된 방향과 멀어짐에 따른 포물선형 식의 오차가 커지는 문제점을 줄이기 위하여 Booij(1981)은 Pade 근사화 기법을 사용하였고, Kirby(1986b)는 분수식 근사화(rational approximation) 기법과 minimax 근사화 기법을 사용하였다. 포물선형 식은 거의 대부분 Crank-Nicolson 방법으로 차분하여 해를 구하고 있다.

한편, Dalrymple 등(1989)은 Fourier 변환 기법을 사용하여 편미분방정식인 선형 환경사방정식을 상미분방정식으로 바꾸어 해를 구하였고 Suh 등(1990)은 비선형 환경사방정식을 마찬가지로 방법으로 해를 구하였다. Fourier 변환 기법을 사용한 해법은 파의 방향이 미리 지정한 방향과 차이가 있어도 오차가 생기지 않는 장점이 있지만 반사파를 고려할 수 없고 계산영역이 사각형이어야 하는 단점이 있다. Fourier 변환 기법에 의한 상미분방정식은 Runge-Kutta 방법을 사용하여 적분하였다.

## 제5장 파랑변형모형의 활용 사례

우리나라에서는 1980년대부터 Nishimura 등(1983)과 Copeland(1985)가 개발한 파랑변형모형을 수입하여 학교, 연구소, 용역회사에서 설계와 추정 및 항내 정온도 해석에 많이 쓰고 있다.

한편 국내에서는 선진국에서 수입한 파랑변형모형 프로그램을 그대로 쓰지 않고 직접 개발하여 쓰기 시작하였다. 그 프로그램의 논리는 선진국에서 먼저 개발되었지만 프로그램의 수정이 용이하고 더 나아가 새로운 논리를 적용한 프로그램의 개발이 용이하다는 점에서 그 의의가 있겠다.

## 제6장 맺음말

최근에 해안공학자들이 한창 연구하고 있는 주제는 심해에서부터 천해까지 적용될 수 있는 비선형 파랑식의 개발이다. 이에 대한 접근은 크게 두 가지로 나눌 수 있는데 첫 번째는 Stokes 파랑식에서 천해에서의 비선형 효과를 고려한 모형이 있고(Nadaoka 등, 1994), 두 번째는 Boussinesq 식에서 심해까지도 선형의 분산성을 만족시킬려는 모형이 있다(Madsen과 Sorensan, 1992; Nwogu, 1993; Isobe, 1994). 첫 번째 유형의 모형식에서는 각 주 파수 별로 위상속도와 군속도를 미리 알아서 실제 계산시 계수로 써야 하기 때문에 실시 간예측이 불가능하다. 이는 Stokes 파랑식의 한계이기도 하다. 그리고, 두 번째 유형의 모형식은 여전히 Stokes 파랑식에 비하여 선형의 분산성을 완전히 만족시키지 못하는 한계가 있다. 즉, 현재까지 여전히 이 주제에 대한 연구는 여러 해안공학자들에게 완전히 해결하지 못한 숙제로 남아 있다.

본 연구에서 파랑의 변형을 예측하는 모형과 그 해법에 대하여 알아보았다. 해안공학적인 관점에서 어느 경우에 어떤 모형을 사용하는 것이 타당한가를 알아보는 것은 아주 중요하다. 수심이 얇지 않은 경우 완경사방정식을 사용하는 것이 좋겠고 수심의 변화가 심한 경우에는 바닥의 기울기의 제곱과 곡률의 효과가 고려된 모형을 사용하는 것이 좋겠다. 다 방향 불규칙파가 항 내로 전파되는 경우, 반사효과 뿐만 아니라 불규칙파의 거동도 고려하여야 하기 때문에 Smith와 Sprinks의 모형, Radder와 Dingemans의 모형, Kubo 등의 모형, Lee의 모형을 사용하는 것이 좋겠다. 만약, 수심이 얇은 경우 Boussinesq 식을 사용하는 것이 좋겠다. 수심이 아주 얇아 쇄파가 발생하는 곳에서는 Boussinesq 식에 에너지감쇠 효과를 추가하여야 할 것이다. 반사효과가 적고 파가 대부분 일정한 방향으로 전파되는 경우 포물선형 식을 쓰는 것이 경제적이다. Boussinesq 식과 같은 비선형식을 차분하여 해를 구할 때 그 식의 비선형성으로 인하여 그 해가 수치적으로 불안정한 경우가 발생하기도 한다. 따라서, 현재까지도 해안공학자에게 Boussinesq 식이 보편적으로 사용되지 못하는 실정이다.

## 참고문헌

1. 김건우, 이창훈, 서경덕. (2001). “시간의존 확장형 환경사방정식에서 원천합수기법을 사용한 조파.” *대한토목학회논문집* (투고).
2. 수산청. (1988). 어항설계 천해파 추정 보고서.
3. 유동훈. (1988). “파랑변형수치모델에 관한 고찰.” *대한토목학회지*, 제36권 제6호, 17-23.
4. 윤성범, 이종인, 이정규, 채장원. (1996). “항내 수면교란 수치예측모형의 경제처리기법.” *대한토목학회논문집*, 제16권 제2-1호, 53-62.
5. 이창훈. (1997). “시간의존 환경사방정식에서의 내부조파기법.” *대한토목학회논문집*, 제17권 제2-4호, 359-366.
6. 이창훈. (1998). “파랑변형모형의 고찰.” *대한토목학회지*, 제46권 제4호, 59-70.
7. 이창훈. (1998). “해류의 영향을 받는 해역에서 시간의존 파랑식의 내부조파.” *대한토목학회논문집*, 18(2-2), 195-203.
8. 이창훈, 김건우, 서경덕. (2001). “불규칙파 해석이 가능한 확장형 환경사방정식.” *대한토목학회논문집*, 제21권 제4-B호, 445-454.
9. 해운항만청. (1988). 전국 항만 설계파 추산 보고서.
10. Abbott, M.B., McCowan, A.D. and Warren, I.R. (1984). “Accuracy of short-wave numerical models.” *J. Hydraulic Eng.*, 110, 1287-1301.
11. Airy, G.B. (1845). “Tides and Waves.” *Encyclopaedia Metropolitana*.
12. Battjes, J.A. and Janssen, J.P.F.M. (1978). “Energy loss and set-up due to breaking in random waves.” *Proc. 16th Int. Conf. Coastal Eng.*, Hamburg, 568-587.
13. Berkhoff, J.C.W. (1972). “Computation of combined refraction-diffraction.” *Proc. 13th Int. Conf. Coastal Eng.*, Vancouver, 471-490.
14. Berkhoff, J.C.W., Booy, N. and Radder, A.C. (1982). “Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves.” *Coastal Eng.*, 6, 255-279.
15. Booij, N. (1981). *Gravity Waves on Water with Non-Uniform Depth and Current*, Ph.D. Dissertation, Delft Univ. of Technology.
16. Booij, N. (1983). “A note on the accuracy of the mild-slope equation.” *Coastal Eng.*, 7, 191-203.
17. Boussinesq, J. (1877). “Essai sur la théorie des eaux courantes.” *Mém. Prés. Acad. Sci. Paris*. (Ser. 2), 23, 1-680.
18. Bretschneider, C.L. (1952). “Revised wave forecasting relationships.” *Proc. 2nd Conf.*

- Coastal Eng.*, Council on wave research.
19. Bretschneider, C.L. (1958). "Revisions in wave forecasting; deep and shallow water." *Proc. 6th Conf. on Coastal Eng.*, Council on Wave Research.
  20. Cavaleri, L., Bertotti, L. and Lionello, P. (1989). "Shallow water application of the third-generation WAM wave model." *J. Geophys. Res.*, 94(C6), 8111-8124.
  21. Chae, J.W. and Jeong, S.T. (1992). "Current-depth refraction and diffraction model for irregular water waves." *Proc. 23rd Int. Conf. Coastal Eng.*, Venice, 129-141.
  22. Chamberlain, P.G. and Porter, D. (1995). "The modified mild-slope equation." *J. Fluid Mech.*, 291, 393-407.
  23. Chen, H.S. and Mei, C.C. (1974). "Oscillations and wave forces in a man-made harbor in the open sea." *Proc. 10th Symp. Naval Hydrodyn.*, Office of Naval Res., 573-596.
  24. Chen, Q., Madsen, P.A., Schaffer, H.A. and Basco, D.R. (1998). "Wave-current interaction based on an enhanced Boussinesq approach." *Coastal Eng.*, 33, 11-39.
  25. Copeland, G.J.M. (1985). "A practical alternative to the mild-slope wave equation." *Coastal Eng.*, 9, 125-149.
  26. Dally, W.R., Dean, R.G. and Dalrymple, R.A. (1985). "Wave height variation across beaches of arbitrary profile." *J. Geophys. Res.*, 90, 11917-11927.
  27. Dalrymple, R.A., Kirby, J.T. and Hwang, P.A. (1984). "Wave diffraction due to areas of energy dissipation." *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 110, 67-79.
  28. Dalrymple, R.A. and Martin, P.A. (1992). "Perfect boundary conditions for parabolic water-wave models." *Proc. Royal Society of London. A.*, 437, 41-54.
  29. Dalrymple, R.A., Suh, K.D., Kirby, J.T. and Chae, J.W. (1989). "Models for very wide-angle water waves and wave diffraction. Part 2. Irregular bathymetry." *J. Fluid Mech.*, 201, 299-322.
  30. Ebersole, B.A. (1985). "Refraction-diffraction model for linear water waves." *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 111, 939-953.
  31. Galvin, C.J. (1968). "Breaker type classification on three laboratory beaches." *J. Geophys. Res.*, 73, 3651-3659.
  32. Gelci, R., Cazale, H. and Vassal, J. (1957). "Prevision de la houle. La methode des densites spectroangulaires." *Bull. Inform. Comite Central Oceanogr. d'Etude Cotes 9.*
  33. Gerstner, F. (1802). "Teorie Der Wellen Abhandlungen der Koniglichen Bohimschen Gesellschaft der Willenshaften." Prague.
  34. Hasselmann, K., Barnett T.P., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D.E., Enke, K., Ewing, J.A., Gienapp, H., Hasselmann, D.E., Kruseman, P., Meerburg, A., Muller, P., Olbers, D.

- J., Richter, K., Sell, W. and Walden, H. (1973). "Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)." *Deut. Hydrogr. Z.* A12.
35. Hayami, S. (1958). "Type of breakers, wave steepness and beach slope." *Coastal Eng. in Japan*, 1, 21-23.
36. Heitner, K.L. and Housner, G.W. (1970). "Numerical model for tsunami runup." *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 96, 701-719.
38. Inoue., T. (1966). "On the growth of the spectrum of a wind generated sea according to a modified Miles-Phillips mechanism." *Geophy. Sciences Lab. Rept. TR-66-6*, Dept. of Meteorology and Oceanography, New York Univ.
39. Isobe, M. (1994). "Time-dependent mild-slope equations for random waves." *Proc. 24th Int. Conf. Coastal Eng.*, Kobe, 285-299.
39. Iversen, H.W. (1952). "Waves and breakers in shoaling water." *Proc. 3rd Conf. Coastal Eng.*, 1-12.
40. Kadomtsev, B.B. and Petviashvili, V.I. (1970). "On the stability of solitary waves in weakly dispersing media." *Sov. Phys. Dokl.*, 15, 539-541.
41. Karambas, Th.V. and Koutitas, C. (1992). "A breaking wave propagation model based on the Boussinesq equations." *Coastal Eng.*, 18, 1-19.
42. Karambas, Th.V., Krestenitis, Y. and Koutitas, C. (1990). "A numerical solution of Boussinesq equations in the inshore zone." *Hydrosoft*, 3, 34-37.
43. Karlsson, T. (1969). "Refraction of continuous ocean wave spectra." *J. Waterways and Harbors Division*, Proc. ASCE, 95, 437-448.
44. Kirby, J.T. (1984). "A note on linear surface wave-current interaction over slowly varying topography." *J. Geophy. Res.*, 89(C1), 745-747.
45. Kirby, J.T. (1986a). "Open lateral boundary condition for application in the parabolic equation method." *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 112, 460-465.
46. Kirby, J.T. (1986b). "Rational approximations in the parabolic equation method for water waves." *Coastal Eng.*, 10, 355-378.
47. Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. (1983). "A parabolic equation for the combined refraction-diffraction of Stokes waves by mildly varying topography." *J. Fluid Mech.*, 136, 453-466.
48. Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. (1984). "Verification of a parabolic equation for propagation of weakly-nonlinear waves." *Coastal Eng.*, 8, 219-232.
49. Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. (1986). "An approximate model for nonlinear dispersion in



- monochromatic wave propagation models." *Coastal Eng.*, 9, 545-561.
50. Kirby, J.T., Lee, C. and Rasmussen, C. (1992). "Time-dependent solutions of the mild-slope wave equation." *Proc. 23rd Int. Conf. Coastal Eng.*, Venice, 391-404.
51. Korteweg, D.J. and de Vries, G. (1895). "On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves." *Philos. Mag.*, 39, 422-443.
51. Kubo, Y., Kotake, Y., Isobe, M. and Watanabe, A. (1992). "Time-dependent mild slope equation for random waves." *Proc. 23rd Int. Conf. Coastal Eng.*, Venice, 419-431.
51. Larsen, J. and Dancy, H. (1983). "Open boundaries in short wave simulations - a new approach." *Coastal Eng.*, 7, 285-297.
53. Lee, C. (1994). *A Study of Time-Dependent Mild-Slope Equations*, Ph.D. Dissertation, Univ. of Delaware.
54. Lee, C. (1998). "Time-dependent equations for linear surface wave-current interaction over rapidly varying topography." *KSCE J. Civil Eng.*, 2, 47-52.
55. Lee, C., Cho, Y.-S. and Yum, K. (2001). "Internal generation of waves for extended Boussinesq equations." *Coastal Eng.*, 42, 155-162.
56. Lee, C. and Kirby, J.T. (1994). "A time-dependent mild-slope equation model for breaking waves." *Int. Symp.: Waves - Physical and Numerical Modelling*, Vancouver, 614-623.
57. Lee, C., Park, W.S., Cho, Y.-S. and Suh, K.D. (1998). "Hyperbolic mild-slope equations extended to account for rapidly varying topography." *Coastal Eng.*, 34, 243-257.
58. Lee, C. and Pyun, C.K. (1995). "Wave group behavior for time-dependent mild-slope equations." *J. Korean Society of Civil Engrs.*, 15, 1659-1668.
59. Lee, C. and Suh, K.D. (1998). "Internal generation of waves for time-dependent mild-slope equations." *Coastal Eng.*, 34, 35-57.
60. Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W. (1962). "Radiation stress and mass transport in gravity waves with application to 'surf beats'." *J. Fluid Mech.*, 13, 481-504.
61. Madsen, P.A. and Larsen, J. (1987). "An efficient finite-difference approach to the mild-slope equation." *Coastal Eng.*, 11, 329-351.
62. Madsen, P.A. and Sorensen, O.R. (1992). "A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly varying bathymetry." *Coastal Eng.*, 18, 183-204.
63. Massel, S.R. (1993). "Extended refraction-diffraction equation for surface waves." *Coastal Eng.*, 19, 97-126.
64. Miles, J.W. (1957). "On the generation of surface waves shear flows." *J. Fluid Mech.*, 3,

- 185-204.
65. Nadaoka, K., Beji, S. and Nakagawa, Y. (1994). "A fully-dispersive nonlinear wave model and its numerical solutions." *Proc. 24th Int. Conf. Coastal Eng.*, Kobe, 427-441.
  66. Nishimura, H., Maruyama, K. and Hirakuchi, H. (1983). "Wave field analysis by finite difference method." *Proc. 30th Japanese Conf. Coastal Eng.*, 123-127 (in Japanese).
  67. Nwogu, O. (1993). "Alternative form of Boussinesq equation for nearshore wave propagation." *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 119, 618-638.
  68. Panchang, V.G., Pearce, B.R., Wei, G. and Cushman-Roisin, B. (1991). "Solution of the mild-slope wave problem by iteration." *Applied Ocean Res.*, 13, 187-199.
  69. Peregrine, D.H. (1967). "Long waves on a beach." *J. Fluid Mech.*, 27, 815-827.
  70. Phillips, O.M. (1957). "On the generation of waves by turbulent wind." *J. Fluid Mech.*, 2, 417-445.
  71. Pierson, W.J., Neumann, G. and James, R.W. (1955). "Practical methods for observing and forecasting ocean waves." *Pub. No. 603*, U.S. Hydrographic Office.
  72. Radder, A.C. (1979). "On the parabolic equation method for water-wave propagation." *J. Fluid Mech.*, 95, 159-176.
  73. Radder, A.C. and Dingemans, M.W. (1985). "Canonical equations for almost periodic, weakly nonlinear gravity waves." *Wave Motion*, 7, 473-485.
  74. Russell, S. Jr. (1844). "Report on waves." *Report of 14th Meeting of the British Assoc. for the Advancement of Science*, London.
  75. Sainflou, G. (1928). "Essai sur les digues maritimes verticales." *Annales Ponts of chaussees*, 98(4).
  76. Schäffer, H.A. Madsen, P.A. and Deigaard, R. (1993). "A Boussinesq model for waves breaking in shallow water." *Coastal Eng.*, 20, 185-202.
  77. Smith, R. and Sprinks, T. (1975). "Scattering of surface waves by a conical island." *J. Fluid Mech.*, 72, 373-384.
  78. Stokes, G.G. (1847). "On the theory of oscillatory waves." *Trans. Camb. Philos. Soc.*, 8, 441-455.
  79. Suh, K.D., Dalrymple, R.A. and Kirby, J.T. (1990). "An angular spectrum model for propagation of Stokes waves." *J. Fluid Mech.*, 221, 205-232.
  80. Suh, K.D., Lee, C. and Park, W.S. (1997). "Time-dependent equations for wave propagation on rapidly varying topography." *Coastal Eng.*, 32, 92-118.
  81. Sverdrup, H.U. and Munk, W.H. (1947). "Wind, sea, and swell: theory of relations for forecasting." *Pub. No. 601*, U.S. Navy Hydrographic Office, Washington D.C.

82. Wei, G. and Kirby, J.T. (1998). *Simulation of Water Waves by Boussinesq Models*, Research Report No. CACR-98-02, Center for Applied Coastal Res., Univ. of Delaware.
83. Wei, G., Kirby, J.T. and Sinha, A. (1999). "Generation of waves in Boussinesq models using a source function method." *Coastal Eng.*, 36, 271-299.
84. Wilson, B. W. (1961). "Deep water wave generation by moving wind system". *Proc. American Society of Civil Engineers*, 87(WW2).
85. Yoon, S.B. and Liu, P.L.-F. (1989). "Interaction of currents and weakly nonlinear water waves in a shallow water." *J. Fluid Mech.*, 205, 397-419.

## 부록. 파랑변형모형식

### A.1. Stokes의 파랑식

#### A.1.1. 타원형 식

##### A.1.1.1. 선형식

**Berkhoff (1972) :**

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \eta) + k^2 CC_g \eta = 0$$

여기서,  $\eta$ 는 수면변위이고,  $C$ 와  $C_g$ 는 각각 파의 위상속도와 군속도이고,  $k$ 는 파수이고,  $\nabla$ 은 수평미분연산자이다.

**Massel (1993) :**

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \tilde{\phi}) + k^2 CC_g \tilde{\phi} - \omega^2 \{R_1 (\nabla h)^2 + R_2 \nabla^2 h\} \tilde{\phi} = 0$$

여기서,  $\omega$ 는 각주파수이고,  $h$ 는 수심이고,  $R_1$ 과  $R_2$ 는 수심과 주기의 함수이다(Suh 등, 1997).

#### A.1.2. 쌍곡선형 식

##### A.1.2.1. 선형식

**Smith와 Sprinks (1975) :**

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \eta) + (\omega^2 - k^2 CC_g) \eta = 0$$

**Nishimura 등 (1983), Copeland (1985) :**

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{C}{C_g} \nabla \cdot \mathbf{Q} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + CC_g \nabla \eta = 0$$

여기서,

$$\mathbf{Q} = \frac{CC_g}{g} \nabla \tilde{\phi},$$

$\tilde{\phi}$ 는 평균수면상에서의 속도포텐셜  $\phi(x, y, z=0)$ 이고  $g$ 는 중력가속도이다.

**Radder와 Dingemans (1985) :**

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \frac{CC_g}{g} \nabla \tilde{\phi} \right) - \frac{\omega^2 - k^2 CC_g}{g} \tilde{\phi} = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + g\eta = 0$$

**Kubo 등 (1992) :**

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \hat{\eta}) + k^2 CC_g \hat{\eta} + i \nabla \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \omega} (CC_g) \nabla \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} \right) + i \frac{\partial}{\partial \omega} (k^2 CC_g) \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} = 0$$

여기서,

$$\hat{\eta} = \eta e^{i \omega t}$$

**Lee (1994) :**

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \eta) + (\omega^2 - k^2 CC_g) \eta + \alpha \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + 2i\omega \frac{\partial \eta}{\partial t} - \omega^2 \eta \right) = 0$$

그리고,

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \hat{\eta}) + k^2 CC_g \hat{\eta} + i \nabla \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \omega} (CC_g) \nabla \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} \right) + i \frac{\partial}{\partial \omega} (k^2 CC_g) \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} + (\alpha - 1) \frac{\partial^2 \hat{\eta}}{\partial t^2} = 0$$

여기서,

$$\alpha = \frac{1}{C_g^2} \{ C_g (C - C_g) - \omega \omega'' \}$$

**Suh 등 (1997) :**

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \frac{CC_g}{g} \nabla \tilde{\phi} \right) - \frac{\omega^2 - k^2 CC_g}{g} \tilde{\phi} - \frac{\omega^2}{g} \{ R_1 (\nabla h)^2 + R_2 (\nabla^2 h) \} \tilde{\phi} = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + g\eta = 0$$

그리고,

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial t^2} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \tilde{\phi}) + (\omega^2 - k^2 CC_g) \tilde{\phi} + \omega^2 \{ R_1 (\nabla h)^2 + R_2 \nabla^2 h \} \tilde{\phi} = 0$$

**Lee 등 (1998) :**

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{\frac{C_g}{C} - R_1 (\nabla h)^2 - R_2 \nabla^2 h} \nabla \cdot \mathbf{Q} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + CC_g \nabla \eta = 0$$

A.1.2.2. 비선형식

**Kirby 등 (1992) :**

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \frac{CC_g}{g} \nabla \tilde{\phi} \right) - \frac{\omega^2 - k^2 CC_g + k^4 C^2 D |\eta|^2}{g} \tilde{\phi} = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + g\eta = 0$$

여기서,

$$D = \frac{\cosh 4kh + 8 - 2 \tanh^2 kh}{8 \sinh^4 kh}$$

Nadaoka 등 (1994) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_{m=1}^N \nabla \cdot \left\{ \frac{\sinh k_m (h + \eta)}{k_m \cosh k_m h} \mathbf{U}_m \right\} &= 0 \\ \sum_{m=1}^N a_{mn} \frac{\partial \mathbf{U}_m}{\partial t} + b_n \nabla \left\{ g\eta + \frac{1}{2} (q_s^2 + w_s^2) \right\} \\ &= \sum_{m=1}^N \{ c_{nm} \nabla \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{U}_m) + d_{nm} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{U}_m) \}, \quad (n=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

여기서, 입자속도의 수평성분인  $\mathbf{q}$  는

$$\mathbf{q} = \sum_{m=1}^N \frac{\cosh k_m (h + z)}{\cosh k_m h} \mathbf{U}_m$$

입자속도의 수직성분은  $w$  이고,  $a_{nm} = a_{mn}$ ,  $b_n$ ,  $c_{nm} = c_{mn}$ ,  $d_{nm}$  은 수심과 주기의 함수이고(Nadaoka 등, 1994), 아랫첨자  $s$  는 수면을 나타낸다.

#### A.1.2.3. 파랑 · 해류 공존시 선형식

Kirby (1984) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U} \eta) + \nabla \cdot \left( \frac{CC_g}{g} \nabla \tilde{\phi} \right) - \frac{\sigma^2 - k^2 CC_g}{g} \tilde{\phi} &= 0 \\ \frac{D \tilde{\phi}}{Dt} + g\eta &= 0 \end{aligned}$$

그리고,

$$\frac{D^2 \tilde{\phi}}{Dt^2} + (\nabla \cdot \mathbf{U}) \frac{D \tilde{\phi}}{Dt} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \tilde{\phi}) + (\sigma^2 - k^2 CC_g) \tilde{\phi} = 0$$

여기서,  $\mathbf{U}$  는 해류의 속도이고

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla$$

$$\sigma = \omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}$$

Lee (1998) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U} \eta) + \nabla \cdot \left( \frac{CC_g}{g} \nabla \tilde{\phi} \right) - \frac{\sigma^2 - k^2 CC_g}{g} \tilde{\phi} - \frac{\sigma^2}{g} \{ R_1 (\nabla h)^2 + R_2 (\nabla^2 h) \} \tilde{\phi} &= 0 \\ \frac{D \tilde{\phi}}{Dt} + g\eta &= 0 \end{aligned}$$

그리고,

$$\frac{D^2 \tilde{\phi}}{Dt^2} + (\nabla \cdot \mathbf{U}) \frac{D \tilde{\phi}}{Dt} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \tilde{\phi}) + (\sigma^2 - k^2 CC_g) \tilde{\phi} + \sigma^2 (R_1 (\nabla h)^2 + R_2 \nabla^2 h) \tilde{\phi} = 0$$

여기서,  $R_1$  과  $R_2$  는 수심, 주기, 해류의 속도의 함수이다(Lee, 1998).

### A.1.3. 포물선형 식

#### A.1.3.1. 선형식

**Radder (1979) :**

$$ikCC_g \frac{\partial A}{\partial x} + 2k(k - k_0)CC_g A + i \frac{\partial}{\partial x} (kCC_g) + \frac{\partial}{\partial y} (CC_g \frac{\partial A}{\partial y}) = 0$$

여기서, 진폭  $A$  와 지정된 파수  $k_0$  는 속도포텐셜  $\phi$  와 다음 관계에 있다.

$$\phi = -\frac{ig}{\omega} A e^{i(k_0 x - \omega t)}$$

**Booij (1981) : (수심이 일정한 경우)**

$$ik \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^3 A}{\partial x \partial y^2} = 0$$

#### A.1.3.2. 비선형식

**Kirby와 Dalrymple (1983) :**

$$ikCC_g \frac{\partial A}{\partial x} + 2k(k - k_0)CC_g A + i \frac{\partial}{\partial x} (kCC_g) + \frac{\partial}{\partial y} (CC_g \frac{\partial A}{\partial y}) - k^4 C^2 D |A|^2 A = 0$$

## A.2. 천수방정식

### A.2.1. 쌍곡선형 비선형식

**Peregrine (1967) :**

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{u}(h + \eta)] = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + g \nabla \eta = \frac{1}{2} (h + \eta) \frac{\partial}{\partial t} \{ \nabla [ \nabla \cdot (\mathbf{u}(h + \eta)) ] \} - \frac{1}{6} (h + \eta)^2 \frac{\partial}{\partial t} [ \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) ]$$

여기서,

$$\mathbf{u} = \frac{1}{h + \eta} \int_{-h}^{\eta} \nabla \phi dz$$

Madsen과 Sorensen (1992) :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P^2}{h+\eta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{PQ}{h+\eta} \right) + g(h+\eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} = \psi_1$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{Q^2}{h+\eta} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{PQ}{h+\eta} \right) + g(h+\eta) \frac{\partial \eta}{\partial y} = \psi_2$$

여기서,  $P$ 와  $Q$ 는 각각  $\int_{-h}^{\eta} \nabla \phi dz$ 의  $x, y$  성분이고,

$$\begin{aligned} \psi_1 = & (B + \frac{1}{3})h^2 \left( -\frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial x \partial y \partial t} \right) + Bgh^3 \left( \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial y^2} \right) \\ & + h \frac{\partial h}{\partial x} \left( \frac{1}{3} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} + 2Bgh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + Bgh \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) \\ & + h \frac{\partial h}{\partial y} \left( \frac{1}{6} \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial t} + Bgh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_2 = & (B + \frac{1}{3})h^2 \left( \frac{\partial^3 Q}{\partial y^2 \partial t} + \frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y \partial t} \right) + Bgh^3 \left( \frac{\partial^3 \eta}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^2 \partial y} \right) \\ & + h \frac{\partial h}{\partial y} \left( \frac{1}{3} \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + 2Bgh \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + Bgh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) \\ & + h \frac{\partial h}{\partial x} \left( \frac{1}{6} \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial t} + Bgh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned}$$

$$B = \frac{1}{15}$$

Nwogu (1993) :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \{ \mathbf{u}_a(h+\eta) \} + \nabla \cdot \left[ \left( \frac{z_a^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) h \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_a) + \left( z_a + \frac{h}{2} \right) h \nabla \{ \nabla \cdot (h \mathbf{u}_a) \} \right] = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_a}{\partial t} + (\mathbf{u}_a \cdot \nabla) \mathbf{u}_a + g \nabla \eta + \frac{z_a^2}{2} \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_a}{\partial t}) + z_a \nabla [ \nabla \cdot (h \frac{\partial \mathbf{u}_a}{\partial t}) ] = 0$$

여기서,  $\mathbf{u}_a$ 는 임의의 위치  $z = z_a$ 에서의 수평방향의 입자속도이고  $\alpha = (z_a/h)^2/2 + z_a/h$ 이다.

### A.2.2. 파랑 · 해류 공존시 비선형식

Yoon과 Liu (1989) : (무차원화된 경우)

$$\frac{\partial \eta_w}{\partial t} + \nabla \cdot [ (h + \eta_c + \eta_w) \mathbf{u}_w + \eta_w \mathbf{u}_c - \langle \eta \mathbf{u}_w \rangle ] = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_w}{\partial t} + (u_c \cdot \nabla) \mathbf{u}_w + (\mathbf{u}_w \cdot \nabla) \mathbf{u}_c + (\mathbf{u}_w \cdot \nabla) \mathbf{u}_w - \langle (\mathbf{u}_w \cdot \nabla) \mathbf{u}_w \rangle \nabla \eta_w$$



$$= \frac{1}{2} h \nabla \left[ \nabla \cdot \left( h \frac{\partial \mathbf{u}_w}{\partial t} \right) \right] - \frac{1}{6} h^2 \nabla \left( \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_w}{\partial t} \right) - \frac{1}{3} h^2 \nabla \left[ (\mathbf{u}_c \cdot \nabla) (\nabla \cdot \mathbf{u}_w) \right]$$

여기서, 아랫첨자  $c$ 와  $w$ 는 각각 해류와 파랑을 나타내고,  $\langle \rangle$ 은 파랑의 진동으로 인한 Eulerian 질량전송속도를 나타낸다.

**Chen 등 (1998) :** (무차원화된 경우)

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot (h \mathbf{u}_a) + \eta \nabla \cdot \mathbf{u}_a + \mathbf{u}_a \cdot \nabla \eta + (\Pi_0 + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4) = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_a}{\partial t} + (\mathbf{u}_a \cdot \nabla) \mathbf{u}_a + \nabla \eta + (\Lambda_0 + \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \Lambda_4 + \Lambda_5) = 0$$

여기서,  $\Pi_0, \dots, \Pi_4, \Lambda_0, \dots, \Lambda_5$ 는 분산항이다.