

## Clark 단위도의 저류상수산정방법의 개선

### Improvement of the storage coefficient estimating method for the Clark model

윤태훈\* · 박진원\*\*

Yoon, Tae Hoon · Park, Jin won

#### Abstract

The objective of this study is to help practicing engineers easily use the Clark model which is used for estimating the magnitude of design flood for small stream. A representative unit hydrograph was derived on the basis of the past rainfall-runoff data and unit hydrographs, and the storage coefficient of Clark model was estimated by using hydrograph recession analysis. Since the storage coefficient(K) is a dominating factor among the parameters of Clark method, a multiple regression formula, which has the drainage area, main channel length and slope as parameters, is proposed to estimate K value of a basin where measured data are missing. The result of regression analysis showed that there is a correlation between a storage coefficient(K) and aforementioned three parameters in homogenous basins. A regression formula for K was derived using these correlations in a basin of Han River, Nakdong River, Young River, Kum River and Sumjin River

#### 요 지

본 연구는 국내의 중소하천유역의 설계홍수량 산정을 위해 사용되고 있는 Clark 모형의 저류상수를 실무자들이 쉽게 이용할 수 있도록 하는 데 목적이 있다. 이를 위해 과거의 강우-유출자료와 단위도를 바탕으로 대표단위도를 유도하고, 수문곡선 감수분석 개념을 이용하여 Clark 모형의 저류상수를 산정하였다. 저류상수(K)는 Clark방법의 매개변수 중 계획홍수량에 가장 큰 영향을 주는 인자이다. 따라서 본 연구에서는 실측자료가 없는 유역에서의 K값의 산정을 위해 유역면적, 주유로연장, 유역경사를 이용한 다중 회귀방정식을 제시하였다. 회귀분석결과 저류상수(k)는 지형학적 동질성이 있는 유역에서 뛰어난 상관관계를 나타내었으며 이를 이용하여 한강, 낙동강, 영산강, 금강, 섬진강 유역의 K에 대한 회귀분석식을 도출하였다.

#### 1. 서 론

Clark 모형은 강우-유출과정을 모의하는 개념적인 모형의 하나로 유출의 거동을 저류와 전이효과를 구분하여 유역출구에 가상의 단일 선형저수지가 존재한다고 가정하고 등시간도로 구성되는 도달시간-집수면적도의 저수지 추적을 실시하여 순간단위유량도를 산정하였다. 이 모형은 특히 서로 다른 지형적 특성을 가지는 유역이나 미계측 유역의 해석에 적용될 수 있고 현재에는 수학적 모델의 발달과 고도화된 컴퓨터의 발달에 의하여 해석이 매우 용이하게 되었다. 그러나 계측된 유역의 수문곡선에서 정확한 저류상수 K를 구해내는 것은 매우 어렵다고 알려져 있으며 미계측유역에서도 저류상수를 산정하기 위해 유도된 식들은 실무자가 자연유역에서 결정하기 어려운 수리학적 인자와 지형도에서 추출하기 어려운 지형학적 인자로 유도된 것이 대부분이다. 이와 같이 Clark 모형은 홍수량 산정시 이론적으로 우수한 이론적인 배경을 갖고있으나 매개변수의 추정의 어려움 때문에 실무에서의 적용이 쉽지 않았다. 따라서 본 연구에서는 Clark 모형의 적용에 있어서 매개변수의 추정을 위하여 자료가 있는 전국 66개 지점의 저류상수를 산정하여 유역면적, 주하천유로연장과 유역경사와의 관계를 이용한 회귀분석식을 제시하여 미계측유역에서도 저류상수를 손쉽게 산정할 수 있도록 간단한 경험식을 유도할 수 있도록 하였다.

\* 정회원 · 한양대학교 공과대학 토목공학과 교수 · 공학박사 · 02-2290-0322(e-mail:thyoon@hanyang.ac.kr)

\*\* 한양대학교 대학원 토목공학과 석사과정

## 2. Clark 모형의 이론

Clark 모형은 유역출구까지 유량을 전이시키고 전이된 유량을 가상의 선형저수지로 추적하므로써 지체효과를 반영하는 방법이다. 이 방법은 합성단위유량도 유도에 폭넓게 사용되는 기법으로 필요한 매개변수는 도달시간-집수면적도의 기저시간( $T_c$ )과 유역저류상수( $K$ )이다.

Clark은 유역의 출구에 1개의 선형저수지가 존재한다고 가정하였으며, 이 선형저수지의 역할은 유역의 유출구에 가상적인 선형저수지를 위치시켜 저류량이 유출량에 선형으로 비례하도록 한다.

$$S_i = K O_i \quad (1)$$

여기서  $S_i$ 는 기간  $i$  끝에서 저류량,  $O_i$ 는 기간  $i$  동안의 유출량,  $K$ 는 저류상수로 시간의 차원 [T]을 갖는다. 유입량과 유출량의 차이는 저류량의 변화와 같으므로

$$I_i - \frac{O_{i-1} + O_i}{2} = \frac{S_{i-1} - S_i}{\Delta t} \quad (2)$$

여기서  $I_i$ 는 기간  $i$  동안의 평균유입량으로 시간-면적주상도로부터 결정된다.

식(1)을 식(2)에 대입하여  $O_i$ 에 관하여 정리하면

$$O_i = C I_i + (I - C) O_{i-1} \quad (3)$$

여기서

$$C = \frac{2\Delta t}{2K + \Delta t} \quad (4)$$

식 (3)의 수치해는 시간-면적주상도로 정의되는 유입량의 추적으로 IUH가 된다.  $\Delta t$ 시간의 단위도는  $\Delta t$ 간격의 두 IUH의 중거의 평균으로 계산되고  $\Delta t$ 시간 단위도의 시간  $i$ 에서의 중거는 다음과 같다.

$$U_i = \frac{1}{2}(O_i + O_{i-1}) \quad (5)$$

## 3. Clark 모형의 저류상수

저류상수( $K$ )는 유역의 저류특성을 반영한다. 계측 유역에서 저류상수는 선형저수지의 저류방정식의 관계를 이용하는 방법, 실측수문곡선의 감수곡선부에

있어서의 유출량의 감소율과 저류량의 감소율간의 관계를 이용하는 방법, 수문곡선에서 변곡점이후의 감수곡선 부분을 해석하는 방법(Sabol, 1988)등이 있다. 미계측유역에서  $K$ 의 산정의 경험식에 의하고 이들은 다음과 같다.

$$K = \frac{CL}{\sqrt{S}} \quad (6)$$

여기서  $L$ 은 유로연장(km),  $S$ 는 평균경사,  $C$ 는 0.5 ~ 1.4의 값을 취한다.

$$K = \frac{bL\sqrt{A}}{\sqrt{S}} \quad (7)$$

여기서  $A$ 는 유역면적(km<sup>2</sup>),  $L$ 은 유로연장(km),  $S$ 는 평균경사,  $b$ 는 0.001~0.03의 값을 취한다.

Sabol

$$\frac{T_c}{K} = 1.46 - 0.0867 \frac{L^2}{A} \quad (8)$$

여기서  $T_c$ 는 도달시간,  $L$ 은 유로연장(km),  $A$ 는 유역면적(km<sup>2</sup>)이다.

### (1) 선형저수지의 저류방정식의 관계를 이용하는 방법

유출수문곡선에서 감수부의 변곡점에 해당하는 시간에서 유역에 대한 유입이 끝나므로 식 (2)에서  $I = 0$ 으로 놓으면

$$-\frac{O_{i-1} + O_i}{2} = \frac{S_i - S_{i-1}}{2} \quad (9)$$

또는

$$-O = \frac{dS}{dt} \quad (10)$$

식 (1)을 식 (9)에 대입하고  $K$ 에 관하여 정리하면

$$K = \frac{(O_{i-1} + O_i)/2}{-(O_i - O_{i-1})/\Delta t} \quad (11)$$

또는

$$K = -\frac{O}{dO/dt} \quad (12)$$

### (2) 실측수문곡선의 감수곡선부의 유출량과 저류량의 감소율의 관계를 이용하는 방법

선형저수지의 저류방정식의 관계를 이용하면

$$K = \frac{A}{(O_1 - O_2)} \quad (18)$$

$$I - O = K \frac{dO}{dt} \quad (13)$$

식 (13)에서  $t=0$  일 때  $O=0$  이라는 초기조건을 사용하여 식을 풀면

$$O = I(1 - e^{-t/K}) \quad (14)$$

식 (14)는  $t=0$ 으로부터 변곡점 T까지의 유출량의 시간적 변화를 나타낸다. 유역으로의 유입량은 변곡점에 해당하는 시간 T에 있어서는 영(zero)이므로 보다 큰 시간 t에 있어서의 유출량  $O_t$ 를 시간 T에서의 유출량  $O_T$ 로 표시하기 위해 식 (10)을 다음과 같이 풀면

$$\int_{O_T}^{O_t} \frac{dO}{O} = \int_T^t \left( \frac{-dt}{K} \right), \quad (15)$$

$$\therefore \log_e \frac{O_t}{O_T} = -\frac{(t-T)}{K}$$

따라서,

$$O_t = O_T e^{-(t-T)/K} \quad (16)$$

식 (16)은  $t>T$ 에 있어서의 유출량의 시간적 변화를 나타낸다.

식 (16)의 저류상수는 실측된 수문곡선으로부터 결정될 수 있다. 1~2시간 정도의 짧은 기간동안 계속된 강우로 인한 수문곡선을 택하여 변곡점에서 단위시간 떨어져 있는 수문곡선상의 두 유량점을 취하면

$$O_1 = O_T \text{ 이고, } O_2 = O_{T+1} = O_T e^{-(t-T)/K}$$

따라서, 사선친 부분의 면적은

$$A = \int_{t=T}^{t=T+1} O_T e^{-(t-T)/K} dt$$

$$= [-KO_T e^{-(t-T)/K}]_{t=T}^{t=T+1}$$

$$= [KO_T - KO_T e^{-1/K}] \quad (17)$$

$$\therefore A = K(O_1 - O_2)$$

식 (17)을 저류상수(K)의 항으로 나타내면

### (3) 수문곡선에서 변곡점이후의 감소곡선 부분을 해석하는 방법

Sabol(1988)은 다음과 같이 계측유역에서의 수문곡선에서 변곡점 이후의 수문곡선의 감소곡선 부분을 해석함으로써 Clark모형에서의 저류상수값을 추정해 낸 바 있으며, 본 연구에서는 이와 같은 방법으로 저류상수를 산정하였다. Sabol의 이론을 살펴보면 다음과 같다.

식 (12)를 다른 형태로 바꾸면 식(19)로 된다.

$$Rdq = qdt \quad (19)$$

여기서, 기저유출을 제거한 후 변곡점이 시작되는 시간 ( $T_i$ )부터 수문곡선이 끝나는 시간 ( $t_j$ ) 까지 적분을 취하면, 그 결과는 식 (20)과 같이 된다.

$$\int_{t_i}^{t_j} Rdq = \int_{t_i}^{t_j} qdt \quad (20)$$

여기에서 K는 상수이고, 우변의 방정식은 유출량 S, 좌변의 식은 Rq와 같으며,  $q_i$ 는 변곡점에서의 유량이다. 따라서, 식 (20)은 식(21)로 바꿀 수 있다.

$$R = \frac{S}{q_i} \quad (21)$$

감소계수  $K_r$ 은 수문곡선 감소분석에 의해 식(22)와 같이 계산된다.

$$K_r = \frac{q_2}{q_1} \quad (22)$$

여기서  $q_1$ 과  $q_2$  는 단위시간 동안의 수문곡선 감소부분의 유량을 말한다. 어떤 시간 t에서의 감소 영역의 유량은 식 (23)과 같고,

$$q = q_i K_r^t \quad (23)$$

$\alpha = -\ln K_r$ 를 이용하면 식 (24)가 된다.

$$q = q_i e^{-\alpha t} \quad (24)$$

수문곡선의 변곡점이 시작되는 시간 ( $T_i$ )부터 수문곡선이 끝나는 시간 ( $t_f$ )까지 적분을 하면 식 (25)가 된다.,

$$\int_{t_i}^{t_f} q dt = \int_{t_i}^{t_f} q_i e^{-\alpha t} dt \quad (25)$$

여기서  $\int_{t_i}^{t_f} q dt = S$ 이므로 식 (25)를 간단히 하면 식 (26)이 된다.

$$-\frac{q_i}{\ln K_r} = S \quad (26)$$

여기에  $\alpha = -\ln K_r$ 를 적용하면 식 (27)이 되며

$$\alpha = \frac{q_i}{S} \quad (27)$$

따라서, 식 (21)과 식(27)로부터 저류상수 K에 관한 식 (28)을 얻을 수 있다

$$R = \frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{\ln K_r} \quad (28)$$

여기에서  $K_r$ 은 감소계수이다.

식 (28)로 나타내어지는 수문곡선감수분석에 의해 Clark 모형의 저류상수를 추정할 수 있다.

#### 4. 대표단위도의 유도

본 연구에서는 대표단위도를 유도하기 위하여 기존의 국내 연구성과 중에서 대상유역의 유역면적이 5000km<sup>2</sup>이하인 유역의 지점을 선정하였다. 그에 따른 유역특성인자(지형도, 지형도, 지형도를 통해 직접 추출함으로써 당시 유도된 대표단위도의 성과를 보완하여 활용하였다. 각 지점별 단위도는 과거 연구의 일관성을 유지하기 위하여 능형회귀방법을 적용하였고 이와 같은 과정을 거쳐 대상지점별 각 홍수사상에 해당하는 단위도를 유도할 수 있었다. 지점 대표단위도는 유도된 각 사상별 단위도의 중거를 평균하여 결정된 침투유량과 침투시간을 다시 Nash 모형에

적용하여 자료로부터 유도된 지점 대표단위도의 특성을 가장 잘 나타낼 수 있도록 침투유량과 침투시간을 조정된 후 최종적으로 해당 지점에 대한 대표단위도를 유도하였다. 아래의 그림1 -그림2는 각 유역별로 유도된 대표단위도를 도시하고 있다. 그러나 여기에서는 지면관계상 일부만 제시한다.

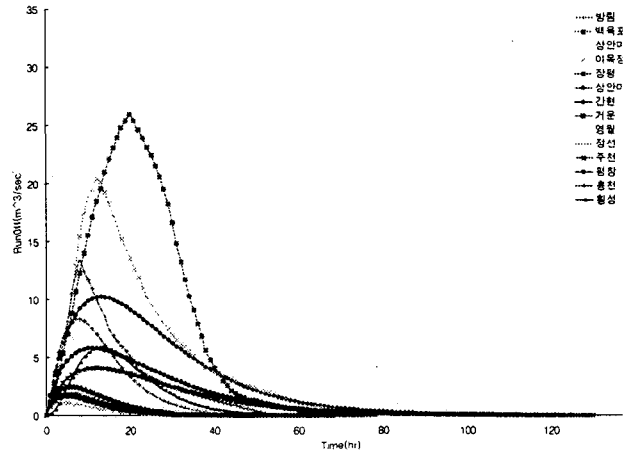


그림 1 한강유역의 대표단위도

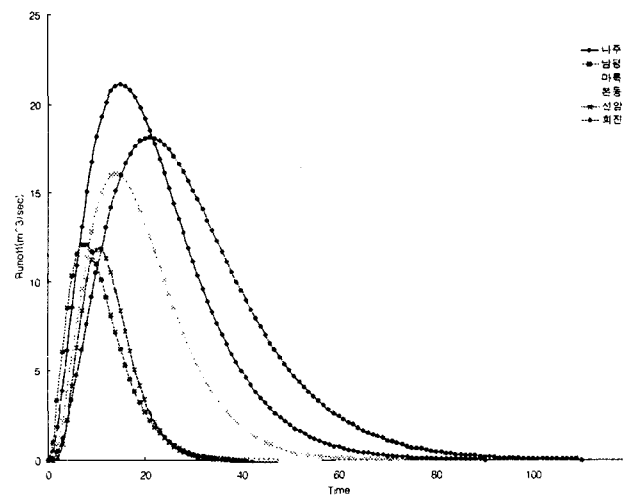


그림 2 영산강 유역의 대표단위도

### 5. 저류상수(K)와 유역특성인자와의 상관관계

첨두홍수량은 저류상수(K)의 크기에 매우 큰 영향을 받는다는 것을 이전의 연구결과(윤광원, 1994)에서도 알 수 있다. 이 연구에서 그는 저류상수(K)를 종속변수로 하고 유역특성인자를 독립변수로 하는 회귀방정식을 구하고 저류상수 K값을 구하는 경험식을 도출하였다. 그 연구에서 저류상수 K는 유역면적, 유로연장, 유로경사와 좋은 상관도를 가진다는 것을 추천한 바 있다. 본 연구에서도 유역특성인자와의 상관관계를 분석하기 위하여 기존의 연구결과 중 K와 유역특성인자의 연관성을 검토하여 유역면적, 주하천 유로연장, 유역평균경사를 설명변수로 하는 다중회귀 분석을 실시하였다. Clark 모형의 매개변수의 추정을 위하여 계측 수문곡선의 감수곡선 분석법을 이용하였다. 이와같이 산정된 각 지점별 K값과 각 지점의 유역특성인자와의 상관관계를 살펴보기 위하여 유역의 유역면적, 유로연장, 유역경사에 대한 K 값을 도출하였으며, 또한 유역특성인자와 K값의 상호간의 상관계수를 구하여 그 관계를 살펴보았다. 그 결과 저류상수(K)는 유역에 따라서 유역면적, 유로연장과 유역평균경사가 가장 많은 상관성을 나타내고, 이러한 결과는 그림 3 ~ 그림 8에서 확인할 수 있고, 여기에서는 지면관계상 일부만 제시한다.

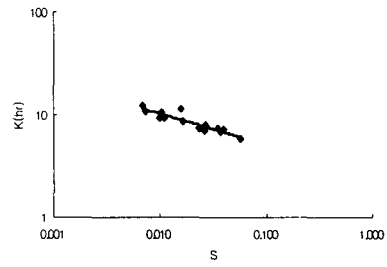


그림 5 한강유역의 S-K

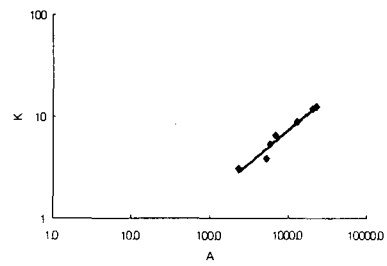


그림 6 영산강유역의 A-K

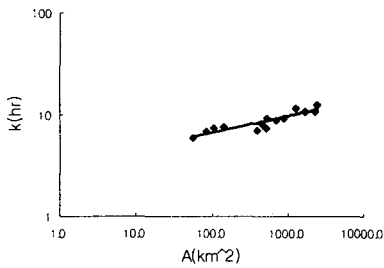


그림 3 한강유역의 A-K

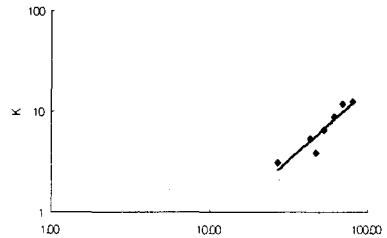


그림 7 영산강 유역의 L-K

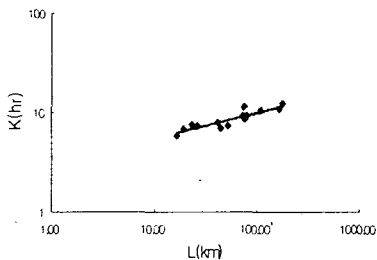


그림 4 한강유역의 L-K

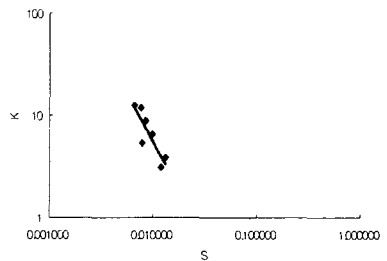


그림 8 영산강유역의 S-K

## 6. 저류상수(K)의 회귀분석식의 산정

아래의 식 (29)는 기존의 연구결과와 본 연구결과에서 가장 우수한 적합모형의 회귀방정식을 일반식으로 표현한 것이다.

$$K = a A^b L^c S^d \quad (29)$$

여기서, a, b, c, d는 회귀분석결과 산정되는 회귀계수들이며, A는 유역면적(km<sup>2</sup>), L은 유로연장(km), S는 유역평균경사이다. 아래의 표2에 전국단위와 유역단위별 저류상수 K의 다중회귀분석을 실시한 결과와 결정계수를 정리하였다.

표 1 각 수계별 다중회귀분석 결과

수계명 (지점수)	회귀계수				결정계수 (R <sup>2</sup> )
	a	b	c	d	
전국(66)	2.001	0.0962	0.0817	0.0668	0.5116
한강(14)	2.892	0.0545	0.088	-0.0989	0.8233
낙동강 (27)	1.625	0.0710	0.1180	-0.1085	0.6294
금강(11)	2.584	0.0531	0.0916	-0.0480	0.7385
영산강 (7)	0.139	0.2152	0.4666	-0.6329	0.8789
섬진강 (7)	0.506	0.3052	0.1833	-0.2137	0.9036

## 7. 결론

본 연구에서는 국내실무에서 범용되어지고있는 Clark방법의 저류상수(K)의 산정방법에 대한 문제점을 살펴보고 기존의 강우-유출자료와 대표단위도의 자료를 이용하여 국내여건에 맞는 저류상수 K를 산정했다. 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 저류상수 K의 값은 유역의 동질성이 있는 유역에서 더욱 밀접한 상관관계를 나타내었다. 하지만, 본 연구의 대상지역의 일부분에 집중해 있어서 나온 결과일 가능성도 있다.
2. 저류상수 K값은 계획홍수량에 큰 영향을 미치는

변수이므로 K값의 결정을 위해서는 신중을 요한다. 본 연구에서는 K값의 산정을 위한 각 유역별 회귀방정식을 추천하였다.

3. Clark 방법의 주요 매개변수인 도달시간과 저류상수는 현실적으로 정확히 해석하기가 쉽지 않은 실정이므로 실무자들이 유역특성인자를 이용하여 저류상수(K)의 값을 쉽게 이용할 수 있음을 알 수 있었다.

4. 양호한 강우-유출자료의 부족으로 대표단위도를 이용하여 K값을 산정하였으나 향후 좋은 수리수문학 적 자료가 제공된다면 좀더 개선된 식을 제시할 수 있을 것이다.

## 참고문헌

1. 윤태훈. 응용수문학, pp394~399, 청문각, 1998
2. 윤용남. 공업수문학, pp350~356, 청문각, 1999
3. 성기원(1999). "유역의 상사성을 이용한 Clark 모형의 매개변수 해석" 한국수자원학회논문집, 제 32권, 45호, pp427~435
4. 정성원, 문장원(2001). "국내 수문특성에 적합한 합성단위도의 개발" 한국수자원학회논문집, 제 34권, 제 6호, pp627~640
5. 윤광원(1994). "Clark 유역추적법에 의한 계획홍수량 산정에 미치는 매개변수의 민감도 분석" 한국수자원학회논문집, 제 27권, 제 4호pp85~94
6. Sabol, G.V. (1988) "Clark unit hydrograph and R-parameter estimation." Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 114, No. 1, pp.103-111