포아송 과정을 이용한 가뭄의 재현 및 지속특성 분석

유철상1)

1. 서론

수문과정에서 다루는 극치사상(extreme event)의 특성화는 그 대상 과정이 무엇이냐에 따라 크게 다르다. 특히 홍수와 가뭄의 경우가 극단적으로 대조되는 극치사상의 특성을 잘 나타내 준다. 먼저, 홍수의 경우는 최대 유량을 이용해 상대적으로 쉽게 특성화되는데 반해, 가뭄의 경우는 그 지속기간, 평균심도 및 최대 심도 등 다양한 특성을 함께 살펴야 한다. 두 경우 모두 그 재현특성의 중요성은 재론의 여지가 없다.

홍수의 경우, 먼저 유량을 이용하여 그 특성을 나타내는 경우는 빈도해석(frequency analysis)이라는 방법을 이용하여 그 재현특성을 함께 정량화 할 수 있다. 강수를 이용하는 경우는 유량을 이용하는 경우보다는 좀더 복잡하지만 지속기간의 개념까지도 포함한 강우강도-지속기간-재현빈도해석(rainfall intensity-duration-frequency analysis)을 통해 정량화가 가능하다. 그러나 가뭄의 경우는 이와 같은 정량화 및 특성화를 막는 몇 가지 문제점을 가지고 있다(Wilhite and Glantz, 1985). 먼저, 가뭄은 일반적으로 어떤 수문과정의 최소치를 다루게 되는데 그 최소치가 0이 될 수 있는 경우가 매우 흔하다는 것이다. 예를 들어 강수의 경우는 1년 중 90% 이상이 0이다. 심한 갈수기에는 강물이 말라버리기도 한다. 따라서 가뭄의 경우는 그 최소 강도를 어떻게 정량화해야 하는지의 문제가 중요하다.

두 번째 문제는 가뭄의 지속성이다. 홍수의 경우는 그 최대치가 문제가 되나 가뭄의 경우는 물론 최소치의 크기도 중요하지만 그 최소치가 얼마나 지속되느냐 하는 것이 보다 중요한 경우가 많다. 특히 강수의 경우는 그 최소치가 무강수(절대량 0)로 나타나고 또 무강수는 1년중의 90% 이상을 차지하므로 무강수의 발생보다는 당연히 무강수가 지속되는 기간이 중요하게 된다. 경우에 따라서는 무강수 또는 어떤 정도 이하의 강수발생이 해를 넘겨 지속되기도 하며 이러한 경우도 홍수와는 크게 비교되는 특성의 하나이다.

마지막으로 수문과정의 계절성을 살펴볼 수 있다. 우리나라의 경우는 여름철에 강수의 절대량이 크고 나머지 계절에는 작다. 그렇다고 여름철 이외의 계절이 모두 가뭄기간이 되지는 않는다. 따라서 강수의 절대량을 이용해서 가뭄을 정량화 하는 것도 적절한 방법은 아니다. 최근까지 개발되어 온 여러 가지 가뭄지수(drought index)는 공통적으로 이러한 문제점을 해결하고 있으며 아울러 그 지수의 이용목적에 따라 각각 다른 형태를 가지고 있다. 예를 들어 가뭄지수는 그 이용목적에 따라 기상학적, 수문학적, 농업적, 사회학적 가뭄지수 등 여러 가지로 분류할 수 있다. 그러나 이러한 가뭄지수들도 위의 문제점들을 모두 해소한 것은 아니며 여전히 그 재현특성, 지속특성 및 평균심도 (또는 최대 심도)와 같은 여러 특성의 일관된 정량화를 요구하고 있다. 이를 이용하여 보다 체계적인 가뭄 대책이 가능한 것도 물론 사실이다(Palmer, 1965; Dracup et al., 1980; Alley,

---

1) 성균관대학교 토목환경공학과 부교수 (cyoo@skku.korea.ac.kr)

1984).

그러나 불행히도 아직까지 가뭄의 모든 면을 고려하여 그 특성을 정량화 할 수 있는 방법론은 개발되어 있지 않다. 현재까지도 이러한 가뭄의 해석은 주로 RUN의 개념(Yevjevich, 1967)을 이용하는 경우가 일반적이다. 최근에는 마코프 연쇄(Markov chain)를 이용하여 그 전이특성을 살펴보기도 한다(Chang and Kleopa, 1991). 마코프 연쇄를 적용하여 그 재현 및 지속특성을 함께 살펴보기도 하며, Bernoulli 시행 또는 DARMA(Discrete Auto Regressive Moving Average) 모형을 적용시키기도 한다. 그러나 위의 모형은 사실 모두 유사한 특성을 가지고 있는데 예를 들어 DARMA 모형이 낮은 차수를 갖는 경우는 그 결과가 마코프 연쇄와 유사해지고 아울러 상대적으로 장기의 특성을 살펴보는 경우에는 그 결과가 Bernoulli 시행과 유사해 지며 아울러 RUN의 개념을 이용하는 결과와도 유사해 진다. 따라서 위 경우 모두 적절한 절단수준에 대해 crossing theory의 적용이 모두 가능하게 된다(Salas et al, 2001). 궁극적으로 절단수준이하의 가뭄 발생이 정규분포를 따르게 된다.

포아송 과정(Poisson process)을 이용하는 경우도 위의 경우와 크게 다르지는 않다. 포아송 과정을 따르는 경우 그 발생특성이 마코프 연쇄와 유사하게 나타난다는 것은 이미 알려진 사실이다(Rodriguez-Iturbe, 1986; Rodriguez-Iturbe et al., 1987). 그러나 포아송 과정을 이용하는 경우는 다른 모형을 이용하는 경우에 비해 아주 큰 장점을 가지고 있다. 이는 포아송 과정을 이용하는 경우만이 모형의 확장이 용이하다는 점이다. 즉, 가뭄의 발생을 포아송 과정으로 모의하는 경우 그 지속기간이나 평균심도를 독립적으로 모형화하여 붙이기에 유리하다는 점이다. 이는 간단히 포아송 과정이 연속과정이라는 점에 기인한다.

본 연구에서는 이러한 가능성의 살펴보는 일련의 연구의 첫 번째 부분으로서 포아송 과정을 적용하여 가뭄의 재현 및 지속특성을 정량화 해 보는 것을 목적으로 한다. 또한 본 연구에서는 가뭄 해석과 관련한 몇 가지 문제점 중 특히 계절성 문제를 피하기 위해 연강수량 자료를 이용하였다. 대상지점은 서울로 하였고 1911년 이후의 자료를 이용하였다.

2. 서울지점 연강수량 자료 특성

본 연구에서는 서울지점 연강수량 자료에 대하여 포아송 과정을 적용하였다. 기본적인 통계특성은 표 1에 정리하였다. 표에서 살펴볼 수 있는 것처럼 평균 연강수량은 약 1300 mm이고 표준편차는 360 mm정도로 나타나고 있다. 지체(lagged) 상관계수는 상대적으로 유의하지 않은 값을 나타내고 있어 연강수량 사이의 상관은 없는 것으로 간주할 수 있다.

표 1. 서울지점 연강수량 자료의 통계특성

Statistics	Mean	Std. Dev.	Lag-1 Correlation	Lag-2 Correlation
Estimated	1304.9	361.2	-0.0239	-0.0486

3. 가뭄의 재현특성 분석을 위한 절단수준의 결정

본 연구에서는 가뭄을 정의할 절단수준(truncation level)으로 그 재현 특성이 포아송 분포를 따르는 수준으로 결정하기로 한다. 즉, 가뭄의 발생은 독립적이며 그 발생간격이 음의 지수분포를 따르도록 절단수준을 결정한다. 아울러, 이렇게 구한 절단수준보다 더 낮은 절단수준에서는 (즉, 더욱 심한 가뭄에 대해서는) 가뭄의 발생은 일반적으로 포아송 분포를 따르게 된다(Ashkar and Rousselle, 1987). 포아송 분포의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$p_i=\lambda^i e^{-\lambda}/i!,\quad i=0,1,2,3,\ldots \tag{1}$$

여기서, λ는 평균발생확률이다.

본 연구에서는 고려한 절단수준은 평균, 평균-0.25표준편차, 평균-0.5표준편차, 평균-0.75표준편차, 및 평균-1.0표준편차이다. 절단수준 이하의 강수량을 갖는 가뭄의 발생횟수는 표 2와 같다.

표 2. 절단수준에 따른 가뭄의 발생 횟수

Threshold	Mean	Mean-0.25stdv	Mean-0.50stdv	Mean-0.75stdv	Mean-1.00stdv
# Years below Threshold	49	33	22	13	8

표 2를 기준으로 하는 가뭄의 발생특성이 포아송 분포를 따르는 지는 확률밀도함수를 사용하는 χ^2 테스트나 분포함수를 사용하는 Kolmogorov-Smirnov 테스트를 이용하여 간단히 확인할 수 있다. 본 연구에서는 Kolmogorov-Smirnov 테스트를 이용하여 적합성을 파악하였다. 테스트 결과에 의하면 가뭄의 재현이 독립적이 되기 위한 절단수준은 평균에서 표준편차의 75%를 뺀 수준 정도로 결정되었다. 그러나 평균에서 표준편차의 50%를 뺀 절단수준의 경우도 아주 근소한 차이로 기각됨을 나타내고 있어 (99% 유의수준에 대해서 채택) 최소의 절단수준은 대략 평균에서 표준편차의 50%를 뺀 정도가 될 것으로 판단된다. 따라서 본 연구의 다음 부분에서는 평균-0.5표준편차, 평균-0.75표준편차 및 평균-1.0표준편차를 절단수준으로 하여 분석해 나가고자 한다.

4. 포아송 과정을 이용한 가뭄의 재현 및 지속특성 분석

앞 절에서는 가뭄의 발생이 서로 독립적이 될 수 있도록 포아송 분포로 나타낼 수 있는 수준으로 절단수준을 결정하였다. 본 장에서는 이러한 가뭄의 발생이 포아송 과정을 따른다고 보고 (실제로 이러한 가정은 이미 포아송 분포를 따르는 절단수준의 결정으로 확인되었음) 과연 가뭄의 재현 및 지속특성이 어떤지를 분석해 보고자 한다.

익히 알려진 바와 같이 포아송 과정은 연속시간 마코프 연쇄의 한 예로 볼 수 있으며, 이는 시간적으로 무작위하게 어떤 사건이 발생하는 경우 시간간격 t 동안 발생한 사건의 횟수가 시간 t에 비례하는 모수를 가지는 포아송 분포를 따르는 것으로서 정의할 수 있다 (Parzen, 1962). 즉, t 시간 동안에 어떤 사건이 n회 발생할 확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_n(t)=(\lambda t)^n e^{-\lambda t}/n!,\quad n=0,1,2,3,\ldots \tag{2}$$

이때, λ는 어떤 사건의 발생확률, λt는 t 시간동안 발생하는 사건의 평균을 나타낸다. 아울러 사건의 간격은 λ를 모수로 가지는 지수분포를 가지게 된다.

본 연구에서 추정하고자 하는 가뭄의 지속특성은 궁극적으로는 가뭄의 연속적인 발생특성과 같다. 이러한 연속된 가뭄의 발생확률도 포아송 과정을 이용하여 추정할 수 있는데, 이는 연속된 가뭄이 다름 아닌 t년 동안에 t회의 가뭄이 발생할 확률과 같기 때문이다. 즉, 연속된 가뭄의 발생확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_t(t)=(\lambda t)^t e^{-\lambda t}/t!,\quad t=0,1,2,3,\ldots \tag{3}$$

여기서 하나 주목해야 하는 것은 여기에서 계산되는 확률이 t년에 t회 발생하는 확률로서 $t+1$년의 가뭄 발생유무와는 무관하다는 것이다. 따라서, 보다 엄밀히 말하면, 여기에서의 확률은 t년 이

상 지속되는 가뭄의 확률로 보는 것이 타당할 것이다. 따라서, T년에 T회만 발생하는 경우는 T년 동안 T회 이상 발생확률에서 T+1동안 T+1회 발생할 확률을 빼줌으로 계산된다. 즉,

$$p_T(T)=(\lambda T)^T e^{-\lambda T}/T!-[\lambda(T+1)]^{T+1}e^{-\lambda(T+1)}/(T+1)! \tag{4}$$

이와 유사하게 가뭄의 재현특성은 t년 동안 가뭄이 전혀 발생하지 않을 확률로 표현할 수 있다. 즉, t년 이상 동안 가뭄이 발생하지 않을 확률은 다음과 같고,

$$p_t(0)=[(1-\lambda)t]^t e^{-(1-\lambda)t}/t!,\quad t=0,1,2,3,\ldots. \tag{5}$$

따라서, T년 동안만 가뭄이 발생하지 않을 확률은 다음과 같이 계산된다.

$$p_T(0)=[(1-\lambda)T]^T e^{-(1-\lambda)T}/T!-[(1-\lambda)(T+1)]^{T+1}e^{-(1-\lambda)(T+1)}/(T+1)! \tag{6}$$

이와 같은 확률의 계산이 간단히 하나의 모수(parameter) λ에만 의존하므로 가뭄의 발생이 독립이 되도록 적절한 절단수준을 선정하는 것이 무엇보다 중요하다고 할 수 있다. 모수 λ는 절단수준에 따른 가뭄의 발생횟수를 총 기록년수로 나누어 추정하게 되며 서울지점 연강수량 자료의 경우는 표 3에 정리한 것과 같다. 표 3에 나타난 모수를 이용하여 추정된 연속된 가뭄의 발생확률과 관측치에 나타난 결과를 비교하면 표 4과 같다.

표 3. 각각의 절단수준에 대한 포아송 과정의 모수 λ

Thresholds	mean-0.50stdv	mean-0.75stdv	mean-1.00stdv
λ	0.272	0.160	0.099

표 4의 비교에서는 상대적으로 가뭄의 지속특성이 포아송 과정으로 잘 설명되는 것처럼 보인다. 그러나 본 연구에서 사용된 기록년수가 작아 가뭄의 재현 및 지속특성이 모형의 결과와 적절히 비교되지는 못하는 것으로 판단된다. 그러나 다음 장의 결과로부터 포아송 과정이 가뭄의 재현 및 지속특성을 적절히 나타낼 수 있음을 확인할 수 있다.

5. 가뭄의 평균 재현기간 및 지속기간

가뭄의 평균 재현기간은 단순히 포아송 과정의 매개변수의 역수로 나타난다. 그러나 평균 지속기간은 각 지속기간별 발생확률을 지속기간과 곱하여 계산할 수 있다. 아울러, 주어진 자료가 년자료라는 점을 고려하고 또한 가뭄이 일단 발생하면 일년은 기본적으로 지속되므로 평균 지속기간은 다음과 같이 나타난다.

$$1+\sum_{T=1}^{\infty}p_T(T)\times T=1+\langle(\lambda T)^T e^{-\lambda T}/T!-[\lambda(T+1)]^{T+1}e^{-\lambda(T+1)}/(T+1)!\rangle\times T$$

위와 같은 계산의 결과는 표 5과 6에 정리하였다.

표 5과 6의 결과를 살펴보면 관측 결과와 모형의 결과가 아주 유사하게 나타나고 있음을 확인할 수 있으며, 이는 가뭄을 정량화 하는 경우 포아송 과정이 효과적으로 이용될 수 있음을 나타낸다. 그러나 서론에서도 언급한 것처럼 이는 절단수준을 포아송 과정을 따르는 수준으로 결정한데서 나타난 당연한 결과이기도 하다.

표 4. 주어진 절단수준에 대한 가뭄의 재현기간 및 지속기간 별 발생확률 비교 (표에서 0.5, 0.75 및 1은 각각 평균-0.5표준편차, 평균-0.75표준편차 및 평균-1.0표준편차의 절단수준을 나타내며, *는 추정된 확률(모형)을 나타낸다.)

years	Return						Duration					
	0.5	0.5*	0.75	0.75*	1	1*	0.5	0.5*	0.75	0.75*	1	1*
1	.049	.104	-	.100	-	.090	.148	.121	.136	.099	.074	.074
2	.012	.052	.025	.048	.012	.047	.025	.046	.012	.026	.012	.013
3	.049	.033	.037	.030	.012	.029	.025	.020		.008		.003
4	.025	.023	-	.021	-	.020		.010		.002		.001
5	.025	.018	.025	.016	.012	.015		.005		.001		.000
6	-	.014	.012	.013	.012	.012		.002		.000		
7	-	.011	.012	.010	-	.010		.001				
8	-	.010	.012	.009	-	.008		.001				
9	-	.008	-	.007	-	.007		.000				
10	.025	.007	.012	.006	-	.006						
11	-	.006	.012	.006	-	.005						
12	-	.005	-	.005	-	.005						

표 5. 서울지점 연강수량에 대한 가뭄의 평균 재현기간

Threshold	Mean-0.5stdv		Mean-0.75stdv		Mean-stdv	
	observed	Poisson	Observed	Poisson	Observed	Poisson
Avg. Return (years)	3.73	3.67	5.42	6.25	10.00	10.10

표 6. 서울지점 연강수량에 대한 가뭄의 평균 지속기간

Threshold	Mean-0.5stdv		Mean-0.75stdv		Mean-stdv	
	Observed	Poisson	Observed	Poisson	Observed	Poisson
Avg. Duration (years)	1.38	1.37	1.08	1.19	1.14	1.11

6. 요약 및 결론

본 연구에서는 이러한 가능성의 살펴보는 일련의 연구의 첫 번째 부분으로서 포아송 과정을 적용하여 가뭄의 재현 및 지속특성을 정량화 해 보았다. 가뭄해석과 관련한 몇 가지 문제점 중 특히 계절성의 문제를 피하기 위해 본 연구에서는 연강수량 자료를 이용하였다. 대상 지점은 서울지점으로 하였고 1911년 이후의 자료를 이용하였다.

먼저 포아송 과정을 적용하기 위한 절단수준은 평균에서 표준편차의 75%를 뺀 수준 정도로 나타나나 평균에서 표준편차의 50%를 뺀 절단수준의 경우도 아주 근소한 차이로 기각됨을 나타내고 있어 (99% 유의수준에 대해서 채택) 최소의 절단수준은 대략 평균에서 표준편차의 50%를 뺀 정도

가 될 것으로 판단되었다. 이러한 절단수준에 대해 관측치와 포아송 과정을 비교한 결과 상대적으로 가뭄의 지속특성이 포아송 과정으로 잘 설명되는 것처럼 나타났다. 상대적으로 가뭄의 재현특성은 포아송 과정과의 비교가 적절히 이루어지고 있지 못하며 이는 사용된 자료의 길이가 이를 충분히 반영할 정도가 아닌 때문으로 판단된다. 그러나, 포아송 과정을 적용하여 추정한 가뭄의 평균재현 및 지속기간은 관측치와 아주 유사한 값을 나타냄을 확인할 수 있었다. 이는 가뭄을 정량화하는 경우 포아송 과정이 효과적으로 이용될 수 있음을 나타낸다.

7. 참고문헌

Alley, W. M. (1984). The Palmer drought severity index: limitations and assumptions, Journal of Climate and Applied Meteorology, Vol. 23, pp. 1100-1109.

Ashkar, F. and Rousselle, J. (1987). Partial Duration Series Modeling under the assumption of a Poissonian flood counts, J. Hydrology, Vol. 90, pp. 135-144.

Chang, T. J. (1991). Investigation of precipitation droughts by use of Kriging method, Journal of Irrigation and Drainage Engineering ASCE, 117(6), pp. 935-943.

Chang, T. J. and Kleopa, X. A. (1991). A proposed method for drought monitoring, Water Resources Bulletin, 27(2), pp. 275-281.

Dracup, J. A., Lee, K. S., and Paulson Jr., E. G. (1980). On the definition of droughts. *Water Res. Res.*, 16(2), 297-302.

Parzen, E. (1962). Stochastic Processes, Holden-Day, U.S.A.

Palmer, W. C. (1965). *Meteorological Drought.* Research Paper No. 45, U.S. Weather Bureau, Washington, D.C.

Rodriguez-Iturbe, I. (1986). Scale fluctuation of rainfall models, Water Resources Research, Vol. 22, No. 9, pp. 15S-37S.

Rodriguez-Iturbe, I., Febres De Power, B., and Valdes, J. B. (1987). Rectangular pulses point process modesl for rainfall: Analysis of empirical data, Journal of Geophysical Research, Vol. 92, No. D8, pp. 9645-9656.

Salas, J. D., Chung, C. and Fernandez, B. (2001). Relating autocorrelations and crossing rates of continuous- and discrete-valued hydrologic processes, J. Hydrologic Engineering, ASCE, 6(2), 109-118.

Yevjevich, V. (1967). An objective approach to definitions and investigations of continental hydrologic droughts, Hydrology Papers No. 23, Colorado State University, Fort Collins, USA.

Wang, D.-C. and Salas, J. D. (1989). Stochastic modeling and generation of droughts, Hydrologic Engineering 89 Proceedings, ASCE.

Wilhite, D. A., and M. H. Glantz (1985). Understanding the drought phenomenon : The Role of definition, Water International, 10, pp. 111-120.