비매개변수적 Monte Carlo Simulation에 의한 댐 위험도 분석

○ 문 영 일* · 신 은 우** · 김 동 권*** · 권 현 한****

1. 서론

최근에 온실효과, 엘니뇨, 라니냐 현상 등으로 인해 집중호우와 같은 이상기후로 대규모 홍수가 빈번하게 발생하고 있어 댐 및 하천 주변의 위험도 분석에 대한 필요성이 크게 대두되고 있다. 지금까지는 수리·수문학적인 불확실성을 극복하기 위하여 적절한 홍수량을 산정하고 저수지 홍수추적을 수행하여 여유고를 감안한 댐체 높이를 결정하였으며 또한 재현기간별 홍수유입량 및 가능최대홍수량(PMF)을 추정하여 댐의 방류능력을 검토하였다(신은우 등, 2001). 이는 종합적인 댐 파괴 가능성에 기초로 한 위험도 평가로 보기 어려우며, 댐 홍수유입량 뿐 아니라 풍속, 파속에 의한 수위 상승, 댐 초기수위, 댐 여수로의 조건 등을 확률변수로 하여 종합적인 댐 파괴 확률을 추정하는 것이 필요하다.

1990년대 이후에는 지역적 특수성과 치수경제성을 감안한 위험도 분석을 통하여 안전도를 검토하는 것이 일반적인 추세이나 국내에서는 이에 대한 연구가 미비한 실정이다. 수리·수문학적 변량들은 각각 변량 자체의 고유한 통계학적인 특징을 가지고 있으나 기존의 매개변수적 Monte Carlo Simulation 위험도 분석에서 다루어지는 변량들에 대해서는 통계적인 특징을 적절하게 반영하지 못하고 기존의 확률분포형에 변량들을 그대로 적용시켜 왔다. 또한, 수리·수문학적 변량들이 여러 가지 불확실한 원인으로 인하여 복합분포(mixed distribution) 형태를 가질 때, 매개변수적 해석방법으로는 bimodal을 갖는 확률밀도함수를 해석하는데는 여러 가지 어려움이 따른다(Moon, 1996).

따라서 조사대상이 되는 모집단 분포에 관한 정보가 부족하기 때문에 분포형에 대한 가정을 전제로 하지 않고 관측자료로부터 통계적 추론을 하는 방법이 필요하게 되며, 이는 비매개변수적 방법(non-parametric method)의 기본개념이라 할 수 있다. 비매개변수적 핵밀도함수 해석방법은 어떤 분포의 가정이 필요 없이 관측자료 자체에서 분포형을 유도할 수 있기 때문에 분포형 선정의 어려움을 해소할 수 있고 또한 관측자료의 적정한 분포형을 선정할 수 있다.

본 연구에서는 댐 위험도 분석의 신뢰도를 평가하기 위하여 수자원 시스템에 대한 수

---

* 서울시립대학교 토목공학과 부교수
** 시설안전기술공단 진단 2 본부 본부장
*** 현대산업개발 토목기술지원팀장
**** 서울시립대학교 토목공학과 박사과정

문사상들의 영향을 평가하고 중요한 변수들에 대한 추정시 불확실성을 고려한 비매개변수적 위험도 분석을 실시함으로서 댐 위험도 산정에서 항상 일관성을 가지며 보다 신뢰성 있는 결과를 부여할 수 있을 것으로 판단된다.

2. 비매개변수적 Monte Carlo Simulation

시뮬레이션기법 중 공학적 문제를 해결하기 위한 기법으로 Monte Carlo Simulation 기법이 있으며, 불확실성을 다루는 수단으로서의 Monte Carlo Simulation은 다양한 위험변량의 확률분포로부터 수리·수문학적 위험도를 산정 하는데 이용될 수 있다.

Monte Carlo Simulation 기법에 의한 이론적인 구조물의 파괴확률 P_f는 다음의 적분식에 의하여 구할 수 있다. 여기서, x_i는 기본 무작위변량 벡터, $f(\underline{x})$는 무작위벡터 $\underline{x}$의 결합확률 밀도함수 그리고 D는 파괴영역을 나타낸다.

$$\begin{aligned} P_f &= \int \cdots \int_D f\,(x_1, x_2, \cdots, x_n)\, dx_1 x_2, \cdots, x_n \\ &= \int_D f\,(\underline{x})\, dx \end{aligned} \tag{1}$$

기존 Monte Carlo Simulation에 의한 댐 위험도 분석기법에 가장 어려운 문제이면서 약점으로 지적되어 온 것이 수리·수문학적 불확실성 변수들에 대해서 정확한 확률분포를 정의할 수 없다는 것이다. 즉, 수리·수문학적 변량인 강우량, 풍속, 유량계수, 초기수위, 여수로 높이, 유량 등에 삼각형분포, 균등분포, 정규분포를 적용시켜 위험도 분석을 실시하였다(Cheng 등, 1982; 한건연 등, 1997). 즉 통계적 추정 및 검정의 방법들은 모집단 분포의 형태를 가정하고, 분포의 매개변수에 관한 통계적 분석을 하는 방법이다. 따라서 적용 분포형의 가정에 따른 문제점을 해결할 수 있는 비매개변수적 방법을 적용하여 보다 정확한 위험도 해석이 가능하다. 댐 위험도 해석에서 다루어지는 불확실성 변량은 표 1과 같으며(Cheng 등, 1982) 비매개변수적 방법을 이용하여 강우량을 계절에 따라 즉, 1월부터 12월까지 일 강우량을 모의발생이 가능하며, 또한 강우 지속시간, 초기수위, 풍속 등에 대해서는 적용이 가능하다.

표 1 댐 위험도 해석에서 다루어지는 변량

주요구성 요소	불확실성 변량 종류
수문학적 요소	홍수빈도, 홍수량, 홍수의 최대치와 시간분포, 강우--유출 관계, 홍수 이전의 저수지에서 초기수위, 저수지의 침전 퇴적물 등.
수리학적 요소	여수로 용량, 홍수추적, 파랑, 취수구, 수문, 침식 및 세굴 방지공, 수문과 밸브의 결합 등.
유역 요소	유역면적, 하도길이, 표고차 등
풍파에 관련된 요소	풍속, 취송거리, 취송거리에 따른 평균 저수지 수심, 저수지의 정수시의 수위 등

비매개변수적 Monte Carlo Simulation을 수행하는데 있어서 해당 변량에 대한 발생확률에 따른 분위값(quantile)을 모의발생 시키기 위해서는 핵밀도함수(kernel probability density function)를 직접 적분하여 누가핵분포함수(cumulative kernel distribution function)의 분위값을 직접 구하는 방법과 관측값과 이에 대응하는 경험적인 발생확률을 이용하여 회귀추정식을 이용하는 두 가지 방법이 있다.

2.1 직접적분법

비매개변수적 확률밀도함수 추정식은 모든 실수 x에 대하여 식 (2)와 같이 정의된다 (Silverman, 1986).

$$\hat{f}(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h}k\left(\frac{x-X_i}{h}\right) \tag{2}$$

여기에서 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 은 독립적으로 동일하게 분포된 실관측치를 나타내며, k(.)는 핵함수(kernel function)이고 h는 n이 무한대로 갈 때 0으로 접근하는 값을 갖는 양의 광역폭(bandwidth)이다. 누가분포함수 F(.)에 상응하는 분위값(quantile)은 다음 식 (3)과 같이 확률밀도함수를 직접 적분하여 계산할 수 있다.

$$\hat{F}(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}K\left(\frac{x-X_i}{h}\right) \tag{3}$$

여기서,

$$K(t)=\int_{-\infty}^{t}k(u)du \tag{4}$$

만약 p를 누가분포함수 F(.)에 대응하는 확률이라 나타내고, $F^{-1}(.)$를 누가분포함수 F(.)의 역함수라 하면 모든 실수 x에 대해서 분위값을 다음 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$x=F^{-1}(p)=\inf(x\in\mathbb{R} : F(x)\geq p),\ p\in(0,1) \tag{5}$$

$F^{-1}(p)$의 비매개변수적 추정자(estimator)의 근사적인 분산(variance)이 일반적으로 $\sigma^2=(F^{-1})'^2(p)p(1-p)$로 주어지기 때문에 확률 p의 분위값 $F^{-1}(p)$값은 quantile-밀도함수 $\partial F^{-1}(p)/\partial p=(F^{-1})'(p)$와 밀접하게 관련을 가지고 있다.

F_n을 표본크기 n을 가지는 경험적인(empirical) 분포함수라 정의하면, 표본 p-분위값 $F_n^{-1}(p)$에 대응하는 분위값 x에 대한 Kernel Quantile 추정자 $\hat{x}$은 다음 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다(Falk, 1985).

$$\hat{x}_n(p) = \int_0^1 F_n^{-1}(x)\alpha_n^{-1}/k((p-x)/\alpha_n)dx \tag{6}$$

여기서, k(.)는 핵함수(kernel function)를 α_n은 광역폭(bandwidth)을 나타낸다.

2.2 회귀 추정식

회귀추정식의 기본이 되는 함수는 관측 자료의 경험적 발생확률값 p_i에 대응되는 관측값 y_i로 결정되어지며 추정되는 함수의 분위값(quantile) x(p)는 Gasser-Muller(1984)가 식 (7)과 같이 제시한 핵함수를 이용한 회귀추정식으로부터 추정할 수 있다. 이는 하나의 가중함수인 핵함수를 이용하여 경험적 빈도해석 함수의 회선형(convolution)을 고려한 것이다(Moon과 Lall, 1994).

$$\hat{x}(p) = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h}\int_{s_{i-1}}^{s_i} y_i k\left(\frac{p-u}{h}\right)du = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h} y_i \int_{s_{i-1}}^{s_i} k\left(\frac{p-u}{h}\right)du \tag{7}$$

여기서 h는 점 p와 관련된 대역폭(bandwidth), k(.)는 핵함수(kernel function)이며, $s_i = (p_i + p_{i+1})/2$, ($i = 1, \cdots, n-1$), $s_0 = 0, s_n = 1$이다. 이 때 p는 초과확률을 나타내는 구간 [0,1]에서의 임의의 값이다.

또는, Sheather-Marron(1990)은 실관측치를 크기 순으로 나열한 자료 ($X_1 \le X_2, \cdots \le X_n$)를 이용하여 근사적으로 다음 4가지의 분위값 x_p의 산정식을 제시하였다.

$$\hat{x}_{p,1} = \sum_{i=1}^{n}[n^{-1}k_h(i/n-p)]X_{(i)} \tag{8}$$

$$\hat{x}_{p,2} = \sum_{i=1}^{n}[n^{-1}k_h((i-1/2)/n-p)]X_{(i)} \tag{9}$$

$$\hat{x}_{p,3} = \sum_{i=1}^{n}[n^{-1}k_h(i/(n+1)-p)]X_{(i)} \tag{10}$$

$$\widehat{x}_{p,4} = \sum_{i=1}^{n} k_h\left(\frac{i-\frac{1}{2}}{n} - p\right)X_{(i)} \Big/ \sum_{j=1}^{n} k_h\left(\frac{j-\frac{1}{2}}{n} - p\right) \tag{11}$$

여기서, $k_h(\cdot) = h^{-1}k(\cdot/h)$를 나타낸다.

3. 결언

본 연구에서는 수리·수문학적 분석에 내포된 불확실성에 대해서 기존매개변수적 방법의 문제점을 보완한 비매개변수적 Monte Carlo Simulation 방법을 도입함으로써 해석결과에 대한 신뢰성을 확보할 수 있으며, 기존 여유고 개념보다 발전된 위험도 해석이 가능해지므로, 혼재되어 있는 댐설계기준의 여유고 문제를 향상시킬 수 있을 것으로 기대된다. 또한, 보다 신뢰성 있는 수리·수문학적 댐 파괴확률의 추정이 가능함으로써 댐의 위험요소에 대한 대책 우선순위, 방안 등을 제시하는 중요한 근거를 제공할 것으로 사료된다. 참고로 아래 그림 1은 비매개변수적 Monte Carlo Simulation의 흐름도를 나타낸다.

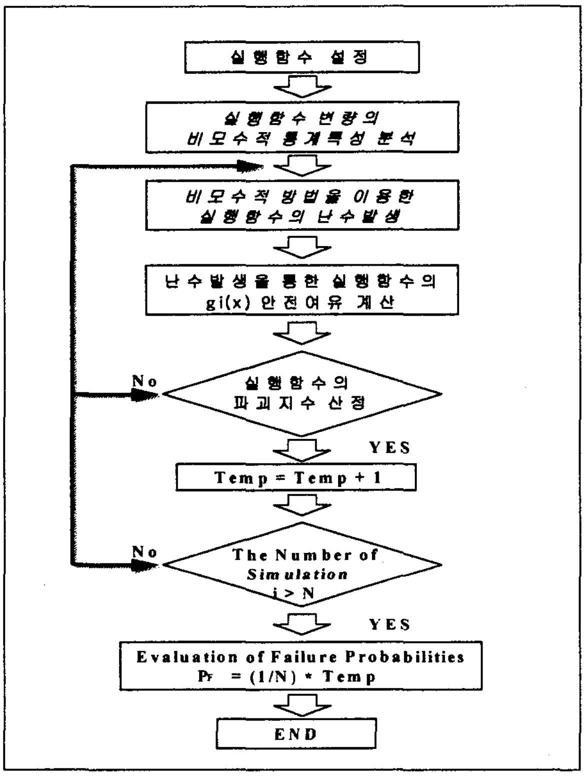

그림 1 비매개변수적 Monte Carlo Simulation

4. 참고문헌

(1) 신은우, 김경덕, 허준행, 문영일(2001), "댐 여수로 방류능력검토 프로그램 개발." 대한토목학회 학술발표회.

(2) 한건연, 이종석, 김상호(1997), "댐 및 하천제방에 대한 위험도 해석기법의 개발 I,II", 한국수자원학회 논문집 12 v.30, n.6, pp.679-690, 1226-1408.

(3) Cheng, S., Yen, B.C. and Tang, W.H., Overtopping Risk for an Existing Dam, Civil Engin. Studies, Hydraulic Engin. Series No. 37, 195 pp., University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL, 1982.

(4) Falk, Michael., On the Estimation of The Quantile Density Function, Statistics & Probability Letters 4, pp. 69-73, 1986.

(5) Gasser, T. and Muller, H. G., Estimating regression functions and their derivatives by the kernel method. Scandinavian Journal of Statistics 11, 171-185, 1984.

(6) Moon, Young-Il. and Lall, U., Kernel Quantile Function Estimator for Flood Frequency Analysis, Water Resources Research 30(11), pp. 3095-3103, 1994.

(7) Moon, Young-Il., Nonparametric flood frequency analysis, Journal of the Institute of Metropolitan Studies V.22 (1), pp. 231-248, 1996.

(8) Sheather, S. J. and Marron, J. S., Kernel Quantile Estimators, Journal of American Statistical Vol. 85, pp.410-416, 1990.

(9) Silverman, B.W., Density estimation for statistics and data analysis, Chapman and Hall, London, 1986.