

# Bootstrap 방법을 이용한 가뭄해석 Drought Analysis Using Bootstrap Method

○ 김병식\* 김형수\*\* 서병하\*\*\*

## 1. 서 론

극한 수문사상에 대한 연구는 사회-경제적으로 미치는 영향 때문에 상당히 중요하다. 사실, 많은 시간과 노력이 극한 수문사상의 빈도를 예상하고 그 결과를 평가하기 위해 투자되어 왔다. 극한 수문사상에 증가되는 노력은 불균형적으로 가뭄에 비해 홍수현상에 중점이 되어왔다. 그러나 가용수자원에 대한 수요의 증가로 인해 그 양을 파악하고 가뭄을 예상하는 것이 수자원의 필수적인 것이 되고 있다. 일반적으로 가뭄에 대한 정의는 지금까지 여러 분야에 의해 정의되지만 수문분야에서는 정상 하천 유출량 보다 적게 흐르는 기간과 고갈되는 저수지 저류량의 관계에서 가뭄을 정의한다. 미래의 가뭄사상의 발생 가능성을 고려하기 위해서는 충분한 양의 수문자료를 필요로 하는 것이 주지의 사실이나 실제로는 한정된 짧은 기간의 과거 기록치가 대부분이므로, 추계학적 모형이 필요하다. 본 연구에서는 왜관지점의 월 및 연 유출량자료를 바탕으로 3변수 대수정규 Thomas-Fiering(LN3 TF)모형, Bootstrap방법을 이용한 Thomas-Fierin (BTF) 모형, GAR(1) 모형, BAR(1) 모형에 의해 장기간의 월 및 연 유출량자료를 모의발생시켜 가뭄특성치들을 구하고 이를 비교·검토 함으로써 Bootstrap방법의 적용성을 검토하고자 하였다.

## 2. 추계학적 모형의 구성

### 2.1 Thomas-Fiering 모형(TF)

비정상시계열인 수문시계열에 속하는 월 유출량 자료의 모의발생에 쓰이는 추계학적 모델에는 Roesner와 Yevjevich의 방법, 단일지점이나 다지점 해석을 위한 Thomas-Fiering 모형 및 다지점 해석에만 적용되는 Matalas 모형 등을 들 수 있다. 본 연구에서는 Thomas-Fiering 모형을 택하여 월 유출량자료를 모의 발생시켰다. 이 모형은 N년의 관측 자료를 12개월의 자료로 나누어 각 월에 대하여 회귀식을 이용하는 원리이며 주어진 달의 기록치는 아래 그림과 같이 다음달로 회귀하게 되고, 모형의 식은 (1)과 같다 (윤용남, 1987).

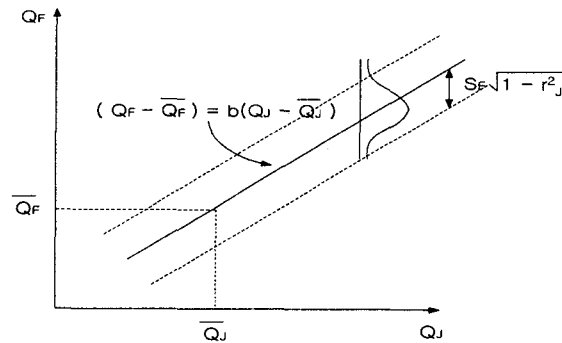


그림 1. 2월과 1월의 회귀 관계

\* 인하대학교 토목공학과 박사과정

Doctoral Student, Dept. of Civil Engrg., Inha Univ., Incheon, 402-751, Korea

\*\* 선문대학교 토목공학과 교수·공학박사

Prof., Dept. of Civil Engrg., Sunmoon Univ., Asan, Korea

\*\*\* 인하대학교 토목공학과 교수·공학박사

Prof., Dept. of Civil Engrg., Inha Univ., Incheon, 402-751, Korea

$$Q_{i+1} = \overline{Q_{i+1}} + b_{i+1}(Q_i - \overline{Q_i}) + z_{i+1}s_{i+1}\sqrt{1-r_{i+1}^2} \quad (1)$$

여기서  $Q_{i+1}$ ,  $Q_i$  = (i+1)달과 i달에 모의 발생된 월 유출량

$\overline{Q_{i+1}}$ ,  $\overline{Q_i}$  = 관측 월 유출량자료부터 계산된 (i+1)달과 i달의 월 평균 유출량

$b_{i+1}$  = (i) 달로에서 (i+1) 달로의 회귀계수

$$= r_{i+1} \frac{S_{i+1}}{S_i}$$

$s_{i+1}$ ,  $s_i$  = 관측 월 유출량자료부터 계산된 (i+1)달과 i달의 월 유출량의 표준편차

$r_{i+1}$  = 관측 월 유출량자료부터 계산된 (i+1)달과 i달의 월 유출량 계열의 1차 상관계수

## 2.2 Bootstrap 방법을 이용한 Thomas-Fiering 모형(BTF)

추계학적 모형은 식 (2)과 같이 결정론적 부분과 추계학적 부분으로 구분되며 추계학적 부분은 무작위 성분 (random component, white noise, or innovation)이라 불리운다. 기존의 모형들은  $\varepsilon_t$ 를 구하기 위해 관측자료의 분포형에 맞는 난수의 종류를 선택하고 난수를 발생시켜 모의자료를 생성하게 된다.(Clements and Taylor, 2001)

$$y_t = D_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

그러나, 본 연구에서는 분포형의 가정이 필요 없는 Bootstrap 방법을 이용하여 식 (3)과 (4)같이 Thomas-Fiering 모형의 추계학적 부분을 구성하였고, 식 (5)과 같이 Thomas-Fiering 모형에 적용하였다.

$$Q_{i+1} = \overline{Q_{i+1}} + b_{i+1}(Q_i - \overline{Q_i}) + \varepsilon_{t,r} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{t,r} = Q_{i+1} - [\overline{Q_{i+1}} + b_{i+1}(Q_i - \overline{Q_i})] \quad (4)$$

$$Q_{i+1}^* = \overline{Q_{i+1}} + b_{i+1}(Q_i^* - \overline{Q_i}) + \varepsilon_{t,r}^* \quad j=1, \dots, n \quad (5)$$

여기서,  $Q_i^*$ 는 Bootstrap를 통해 복원 추출된 i의 월 유출량 자료

$\varepsilon_{t,r}$ 는 관측 월 유출량 자료의 잔차

$\varepsilon_{t,r}^*$ 는 Bootstrap를 통해 복원 추출된 관측 월 유출량 자료의 잔차

## 2.3 Gamma-AR(1) 모형

GAR(1) 모형은 수문학 분야의 연 시계열의 모의와 예측을 위해 가장 널리 이용되는 모형이다. ARMA와 같은 모형들이 시계열의 지속성을 재현하는 점에 있어서는 더욱 뛰어난 것으로 알려져 있으나 이러한 모형의 문제점은 매개변수의 추정이 쉽지 않다는 점이다.(Salas et al., 1980; Tong, 1990) 그러므로 매개변수의 수가 적고 추정이 쉬운 AR(1)모형이 월별 저수지의 운영에 있어 년 유출량을 발생시키는데는 더 타당함이 증명된 바 있으며(Bras and Rodriguez-Iturbe, 1985; Kendall and Dracup, 1991), AR(1)의 일반식은 다음과 같다

$$y_j = \hat{\alpha}y_{j-1} + \varepsilon_j \quad (6)$$

## 2.4 Bootstrap 방법을 이용한 AR(1) 모형(BAR(1))

$$\varepsilon_j = y_j - \hat{\alpha}y_{j-1}, \quad j=2, \dots, n \quad (7)$$

$$y_j^* = \hat{\alpha}y_{j-1}^* + \varepsilon_j^*, \quad j=2, \dots, n \quad (8)$$

여기서,  $y_j^*$ 는 Bootstrap를 통해 복원 추출된 시계열 자료  
 $\hat{\alpha}$ 는 1차 자기상관계수,  
 $\epsilon_j$ 는 관측 시계열 자료의 잔차  
 $\epsilon_j^*$ 는 Bootstrap를 통해 복원 추출된 시계열 자료의 잔차  
 $y_1^*$ 는  $y_1$ 으로 가정

### 3. 가뭄 특성

가뭄을 단순히 수요와 공급의 차원에서 검토할 수 있으며, 용수공급은 단기간에서 어느 정도 유동성이 있으나 장기적으로 보면 거의 일정하다고 할 수 있다. 용수수요는 생활용수, 공업용수, 농업용수 등과 관계가 있으며 인구의 증가와 산업발달로 인하여 용수수요가 증대되었고, 이는 현 상태의 수자원 체계에 영향을 줄 수 있다. 가뭄사상은 어떤 기준값(censoring level 또는 truncation level) 이하의 유량을 나타내는 하나 혹은 그 이상의 기간으로 정의한다. 기준값은 특수한 상황에 따라 상수일수도 있고 변할 수도 있는 물 수요를 나타낸다. 가뭄사상은 가뭄기간(drought duration), 가뭄부족량(deficit sum)이라는 특성치가 있다. 가뭄기간은 가뭄이 연속적으로 발생하였을 때의 전체기간이며, 가뭄부족량은 하나의 가뭄기간동안 기준값 이하의 부족량의 합을 나타낸다. 그림 2는 가뭄특성치에 대한 예이며, 일반적으로 최대 가뭄부족량과 가뭄기간은 다를 수도 있다. 그러나 최대가뭄부족량을 갖는 가뭄사상은 최대 가뭄기간을 갖는 가뭄사상과 일치하는 경향이 일반적이다. 실제 가뭄문제에서 치명적인 영향을 주는 부분은 가뭄부족량이다(허준행, 1997).

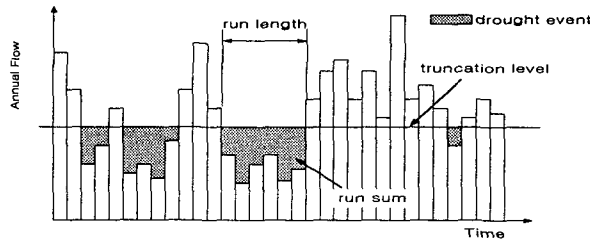


그림 2. 가뭄특성치의 예

### 4. 적용

#### 4.1 관측 연 유출량의 가뭄특성

본 연구에서는 33년의 왜관지점(1966. 1월 ~ 1998. 12월)의 연 유출량 자료를 이용하여 가뭄분석을 실시하였다.(그림 2) 그림 1을 통하여 1968년과 1977년 그림 1994년이 어느 해 보다 가뭄이 심하였음을 알 수 있다. 33년의 관측 유출량자료에 대한 가뭄분석의 특성은 용수 수요량 수준(demand level)으로 연평균 유출량의 100%, 90%, 80%, 그리고 70%를 절단수준(truncation level)으로 변동시키며 분석하였다.(Srinivasan, 1992)

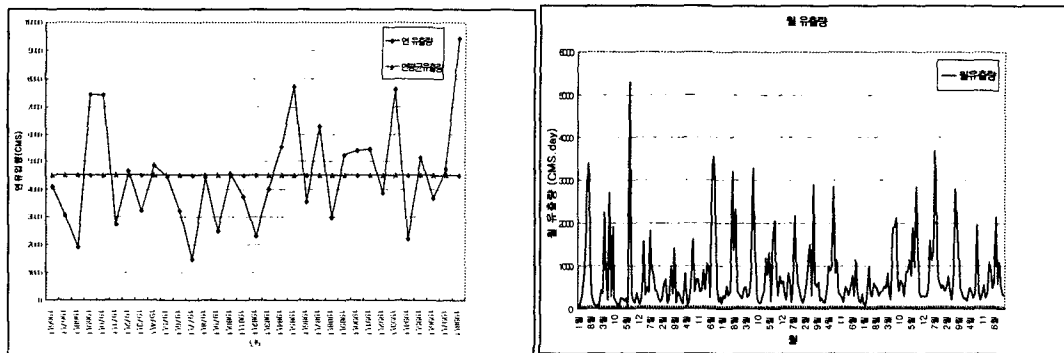


그림 3-(a) 관측 연 유출량 자료

그림 3-(b) 관측 월 유출량 자료

그림 3. 왜관지점의 유출량 자료

## 4.2 추계학적 모형에 의한 연 및 월 유출량 자료의 모의발생

### 4.2.1 모형의 검증

본 연구에서 사용하고 하는 추계학적 모형들이 왜관지점의 유출량자료를 모의시키기기에 적합한지를 검증하기 위해 먼저 실측 유출량 자료(1966년 1월 ~ 1998년 12월)를 전후의 길이가 비슷하게 이등분하여 전반기(First half Period)자료와 후반기(Second Half Period)자료로 각각 나누었다. 전반기 자료는 추계학적 모형을 이용하여 관측년(33년)과 동일한 길이로 발생시키기 위해 사용하였으며 후반기의 자료는 모의 발생된 자료와 통계치를 비교하기 위해 사용하였다.

#### (1) GAR(1) 모형과 BAR(1) 모형

본 연구에서는 난수발생기법을 이용한 GAR(1), Bootstrap을 이용한 BAR(1)(Bootstrap+AR)모형으로 33(기록년 수)년을 모의 발생하여 관측 연 유출량의 후반기 (Second Half Period)자료와 기본통계치 및 자기상관도 그리고 Boxplot을 비교하였다. 그림 4에서 볼 수 있듯이 모의 유출량자료들의 4분위값이 관측 유출량 계열과 유사함을 알 수 있다. 또한, 평균, 표준편차, 왜곡도계수의 경우도 관측 연 유출량의 특성을 잘 재현함을 확인할 수 있었다. 그러나, 그림 5와 6과 같이 자기상관도(ACF)와 편자기상관도(PACF)를 비교해본 결과 BAR(1) 모형이 관측유출량의 특성에 가깝게 재현함을 확인하였다.

표 1. 모형별 통계치 비교

| 모형<br>통계치 | 관측치        | GAR(1) 모형  | BAR(1) 모형  |
|-----------|------------|------------|------------|
| 평균        | 4516.91    | 4106.18    | 3971.15    |
| 중앙값       | 4444.04    | 3861.13    | 3253.23    |
| 합계        | 149057.92  | 135504.10  | 131047.79  |
| 표준편차      | 1872.14    | 1553.15    | 1743.91    |
| 평균의 표준오차  | 325.90     | 270.37     | 303.58     |
| 분산        | 3504914.28 | 2412265.40 | 3041208.81 |
| 사분위수 범위   | 2166.31    | 2309.91    | 2003.66    |
| 범위        | 7958.12    | 6550.80    | 6013.57    |
| 변동계수      | 0.41       | 0.38       | 0.44       |
| 왜도        | 0.74       | 0.52       | 0.94       |

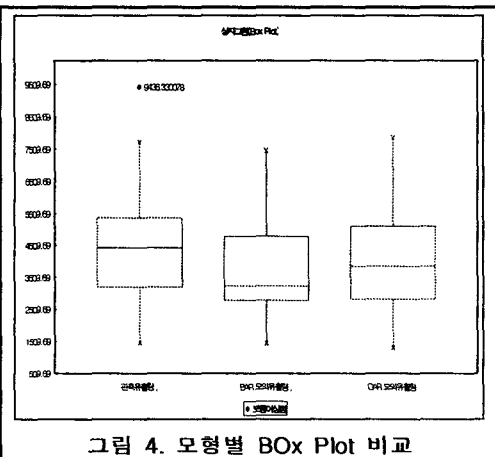


그림 4. 모형별 BOx Plot 비교

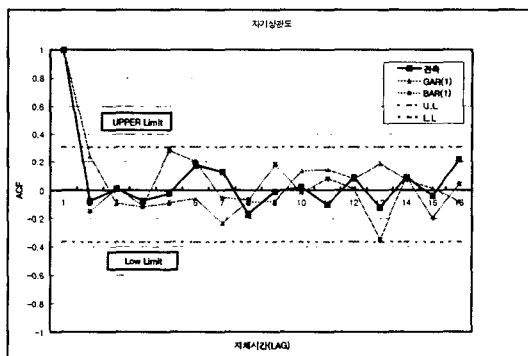


그림 5. 모형별 자기상관도 비교

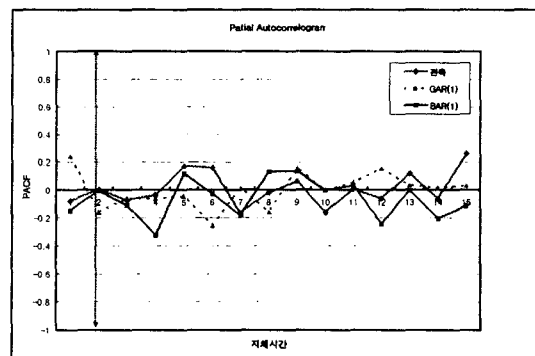


그림 6. 모형별 편자기상관도 비교

#### (2) TF-LN3와 Bootstrap 방법을 이용한 Thomas-Fiering(BTF) 모형

월 유출자료의 확충을 위하여 3변수대수정규(LN2) - Thomas Fiering 모형과 Bootstrap 방법을 이용한 Thomas Fiering(BTF) 모형을 이용하였다. 검증방법은 앞 절과 동일하다. 월 평균과 표준편차는 TF-LN3모형의 경우 관측 월 유출량자료 계열보다 과소하게 나타났으며 BTF 모형은 관측치에 더욱 가까운 특성을 보였다. 월 왜곡도 계수와 변동계수도 또한 BTF 모형의 결과가 더욱 관측치에 가까웠다. 그러나, 월

자기상관도(그림 11)를 보면 BTF의 경우가 더 관측치의 주기성을 재현함을 알 수 있다. 그림 7과 8은 모형별 월 평균과 표준편차를 비교한 것이며 그림 9와 10은 월 왜곡도와 월 변동계수를 나타낸 것이다. 모형의 검증이 모의를 위해 사용한 관측자료와 비교를 위해 사용한 자료가 다르다는 점을 고려한다면 두 모형 모두 사용하기에 적합하다고 할 수 있다.

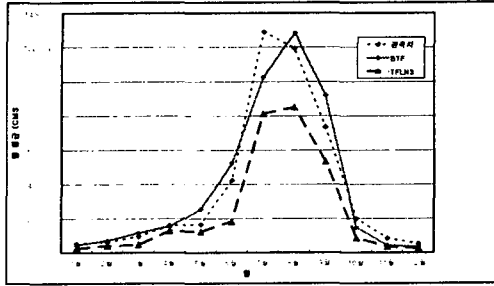


그림 7. 모형별 월 평균 비교

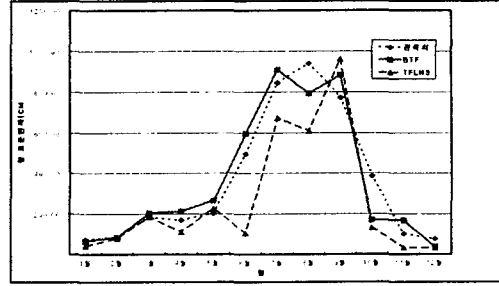


그림 8. 모형별 월 표준편차 비교

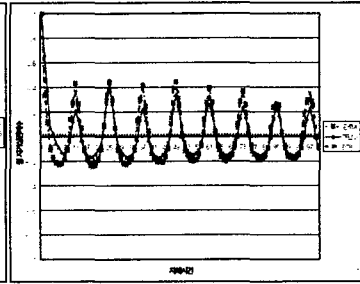
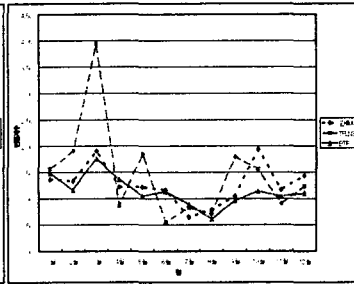
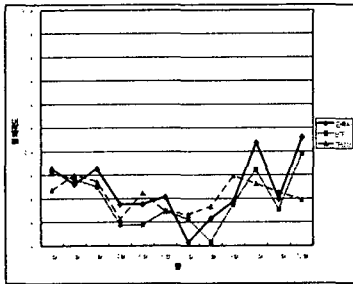


그림 9. 모형별 월 왜곡도 비교    그림 10. 모형별 월 변동계수 비교    그림 11. 모형별 월 자기상관도의 비교

#### 4.2.2 유출량자료의 모의발생

GAR(1), BAR(1), TFLN3, BTF 모형을 이용하여 유출량 자료를 50년, 100년, 150년, 200년, 500년으로 확충하였으며 각각의 통계치와 자기상관도 등을 비교하였다.

##### (1) 연 유출량자료

그림 12~14는 GAR(1) 모형과 BAR(1) 모형에 의해 발생된 연 유출량계열의 평균, 표준편차, 왜곡도를 관측자료와 비교한 것이며 그림 15 ~ 17은 모의기간별 자기상관도를 나타낸 것이다. 그림을 통해 두 모형 모두 관측치의 특성을 잘 재현함을 알 수 있다. 또한, Box plot를 이용하여 관측치와 모의치의 4분위와 극대 극소값을 비교하였으며 그 결과 관측치의 특성을 잘 재현함을 확인하였다.(그림 18~20)

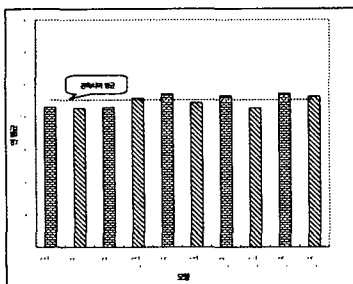


그림 12. 모의기간별 연 평균치 비교

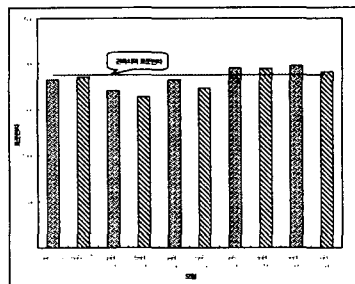


그림 13. 모의기간별 표준편차 비교

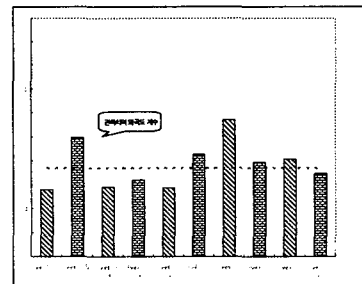


그림 14. 모의기간별 왜곡도 비교

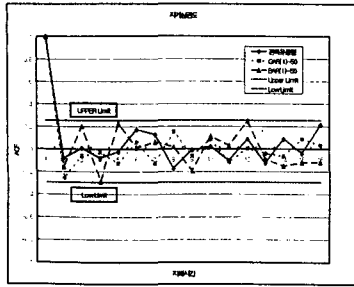


그림 15. 자기상관도 비교 (50년)

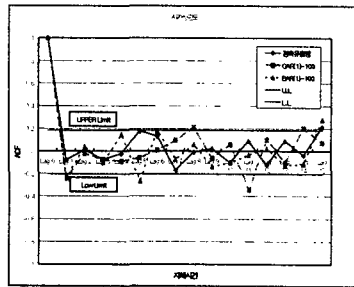


그림 16. 자기상관도 비교(100년)

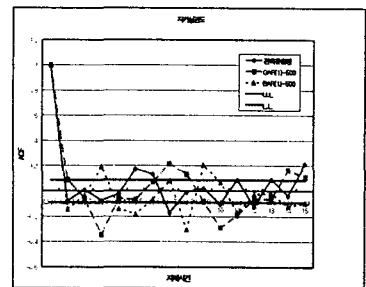


그림 17. 자기상관도 비교(500년)

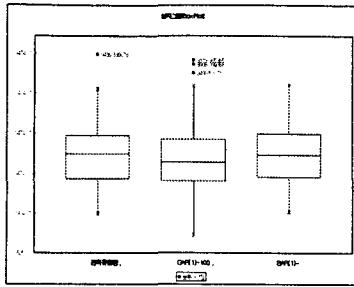


그림 18. Box plot 비교(100년)

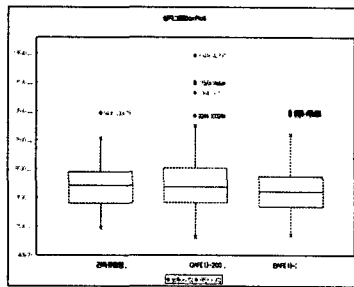


그림 19. Box plot 비교(200년)

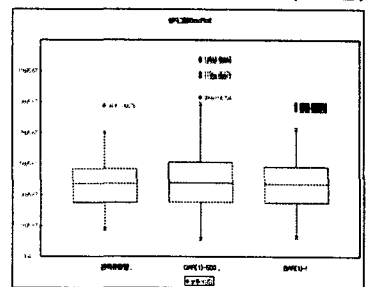


그림 20. Box plot 비교(500년)

(2) 월 유출량자료

월 유출량 자료의 확충을 위하여 난수발생방법을 이용한 LN3-TF 모형과 Bootstrap을 이용한 BTF모형에 의하여 월별로 앞과 동일한 모의기간으로 모의하였고, 각각의 기본 통계치와 자기상관도를 비교하였다. 월 평균 유출량은 그림 21과 22와 같이 TFLN3 및 BTF 두 모형이 모든 기간에서 관측 유출량의 특성을 재현하였으나 표준편차는 그림 23과 24와 같이 BTF 모형이 TFLN3 모형보다 관측 유출량의 특성을 더 정확히 재현함을 알 수 있다. 또한, 월 유출량의 왜곡도 계수는 그림 25와 26과 같이 두 모형모두 관측 유출량의 월별 특성을 비교적 근접하게 재현하고 있는 것을 볼 수 있다.

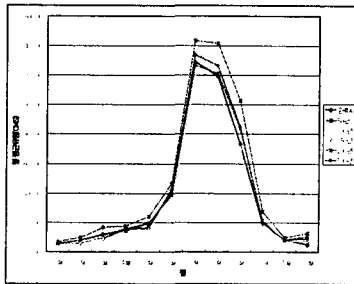


그림 21. TF-LN3모형의 월 평균 비교

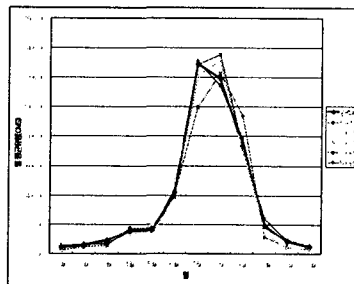


그림 22. BTF모형의 월 평균 비교

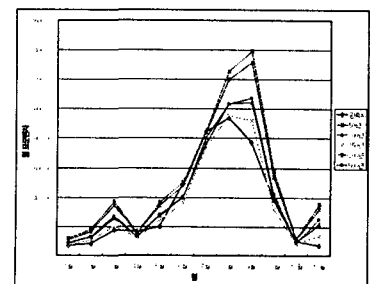


그림 23. TF-LN3모형의 월 표준편차 비교

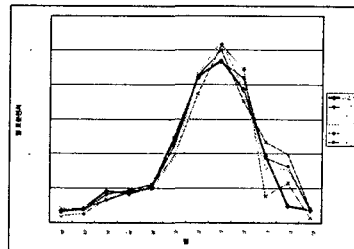


그림 24. BTF모형의 모의기간별 월 표준편차 비교

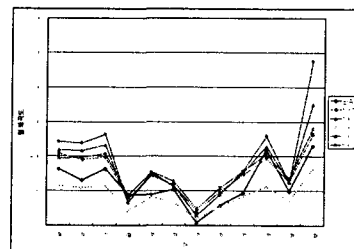


그림 25. TF-LN3모형의 모의기간별 월 왜곡도 비교

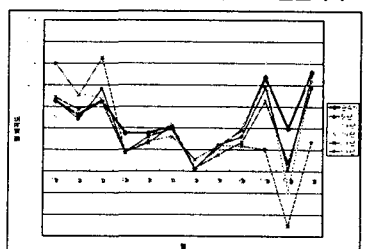


그림 26. BTF모형의 모의기간별 월 왜곡도 비교

### 4.3 모형별 가뭄특성의 분석

본 절에서는 앞에서 검증된 각각의 모형에 의해 33년, 100년, 150년, 200년의 연 및 월 유출량 계열을 모의발생하여 Run 이론에 의한 가뭄분석을 실시하였다. 이를 이용하여 4 종류의 절단수준에 대하여 전년에 걸친 가뭄의 특성이 유지되는지를 비교하였다. 그림 27과 그림 28은 모의기간 33년(관측년과 동일)에 대한 가뭄특성을 나타낸 것으로 LN3-TF 모형을 제외한 3가지 모형 모두 관측 유출량의 가뭄특성을 재현함을 확인할 수 있었다.

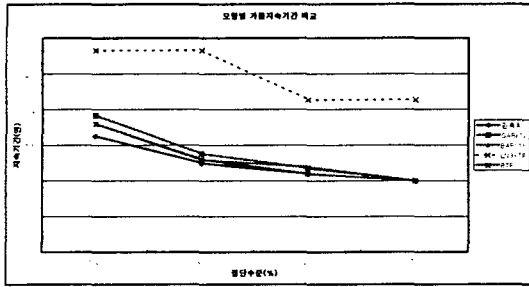


그림 27. 모형별 절단수준별 가뭄지속기간의 비교(33년)

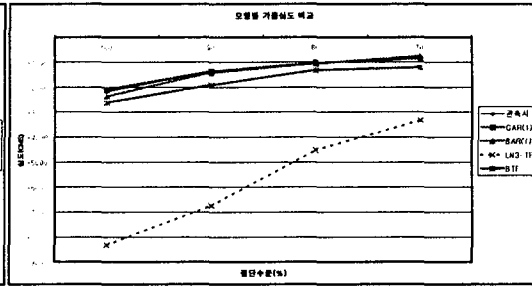


그림 28. 모형별 절단수준별 가뭄심도의 비교(33년)

#### 4.3.1 모의기간에 따른 모형별 절단수준별 가뭄특성의 변동 분석

표 2와 3은 모의기간에 따른 가뭄특성을 수록한 것이며 그림 29와 30은 그 결과를 도시한 것이다. 그림 29를 통해 GAR(1) 모형에 의해 모의된 연 유출량의 가뭄지속기간이 BAR(1)의 모형의 것보다 모의기간이 늘어남에 따라 변동의 폭이 큼을 알 수 있으며 가뭄의 심도의 경우에도 GAR(1) 모형의 결과가 더 변동폭이 큼을 알 수 있다. 그림 30을 통해 월 모형의 경우 LN3-TF 모형에 의해 산정된 연 유출량의 가뭄특성이 BTF 모형의 결과와 비교할 때 모의기간의 증가에 따른 변동폭이 큼을 확인할 수 있다. 이를 통해 Bootstrap 모형에 의해 모의된 유출량의 자료로부터 얻은 가뭄특성이 더 안정적임을 확인할 수 있었다.

표 2. 모의기간에 따른 모형별 절단수준별 가뭄지속기간의 비교

| 모형   | GAR(1) 모형 |      |      |      | BAR(1) 모형 |      |      |      | LN3-TF 모형 |      |      |      | BTF 모형 |      |      |      |
|------|-----------|------|------|------|-----------|------|------|------|-----------|------|------|------|--------|------|------|------|
|      | 100       | 90   | 80   | 70   | 100       | 90   | 80   | 70   | 100       | 90   | 80   | 70   | 100    | 90   | 80   | 70   |
| 관측치  | 1.63      | 1.25 | 1.00 | 1.00 | 1.63      | 1.25 | 1.10 | 1.00 | 1.63      | 1.25 | 1.10 | 1.00 | 1.63   | 1.25 | 1.10 | 1.00 |
| 33년  | 1.92      | 1.38 | 1.18 | 1.00 | 1.80      | 1.29 | 1.20 | 1.00 | 2.83      | 2.83 | 2.14 | 2.14 | 1.80   | 1.30 | 1.10 | 1.00 |
| 100년 | 1.88      | 1.83 | 1.50 | 1.25 | 1.74      | 1.37 | 1.27 | 1.05 | 2.00      | 1.66 | 1.75 | 1.50 | 1.54   | 1.25 | 1.00 | 0.87 |
| 150년 | 1.73      | 1.46 | 1.36 | 1.28 | 1.63      | 1.51 | 1.35 | 1.13 | 3.00      | 3.00 | 3.00 | 2.00 | 2.00   | 1.85 | 1.80 | 1.20 |
| 200년 | 2.07      | 1.88 | 1.52 | 1.19 | 1.88      | 1.58 | 1.40 | 1.20 | 3.28      | 3.28 | 2.20 | 2.11 | 1.50   | 1.10 | 0.87 | 0.8  |

표 3. 모의기간에 따른 모형별 절단수준별 가뭄심도의 비교

| 모형   | GAR(1) 모형 |       |       |       | BAR(1) 모형 |       |       |       | LN3-TF 모형 |       |       |       | BTF 모형 |       |       |       |
|------|-----------|-------|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
|      | 100       | 90    | 80    | 70    | 100       | 90    | 80    | 70    | 100       | 90    | 80    | 70    | 100    | 90    | 80    | 70    |
| 관측치  | -2154     | -1368 | -1050 | -756  | -2154     | -1368 | -1050 | -756  | -2154     | -1368 | -1050 | -756  | -2154  | -1368 | -1050 | -756  |
| 33년  | -2091     | -1357 | -1024 | -856  | -2349     | -1411 | -1049 | -754  | -8306     | -6728 | -4508 | -3315 | -2610  | -1900 | -1313 | -1209 |
| 100년 | -3310     | -2631 | -1833 | -1428 | -2126     | -1531 | -1273 | -812  | -5648     | -4374 | -4082 | -3320 | -2094  | -1296 | -936  | -665  |
| 150년 | -2731     | -2012 | -1495 | -1090 | -2288     | -1719 | -1252 | -852  | -7259     | -7017 | -5725 | -3959 | -2234  | -1845 | -1623 | -968  |
| 200년 | -2483     | -1799 | -1186 | -829  | -2519     | -1822 | -1507 | -1081 | -8529     | -6903 | -4150 | -3062 | -1728  | -1182 | -969  | -982  |

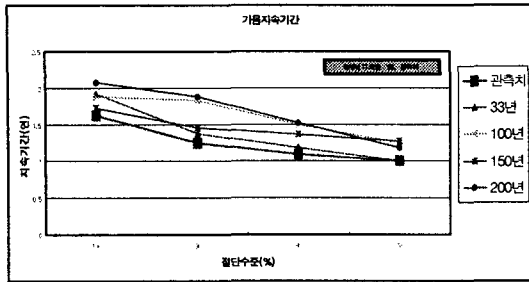


그림 29 - (a) GAR (1) 모형

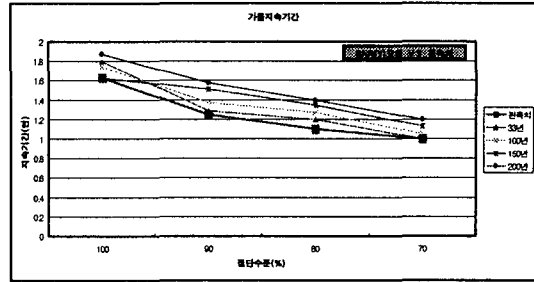


그림 29-(b) BAR(1) 모형

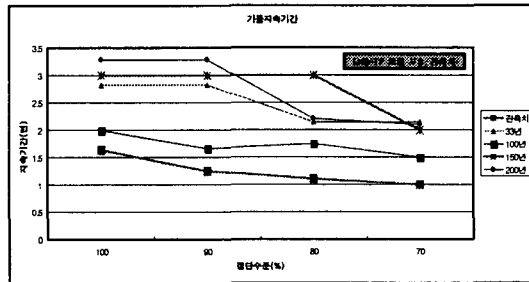


그림 29-(c) LN3 -TF 모형

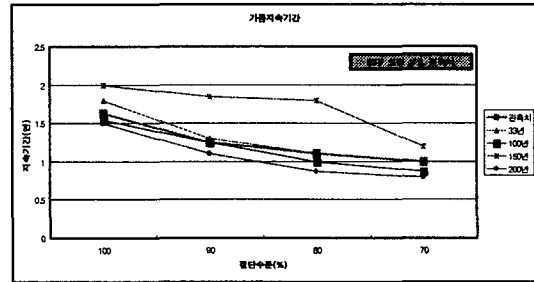


그림 29-(d) BTF 모형

그림 29. 모의기간별 절단수준별 가뭄지속기간 비교

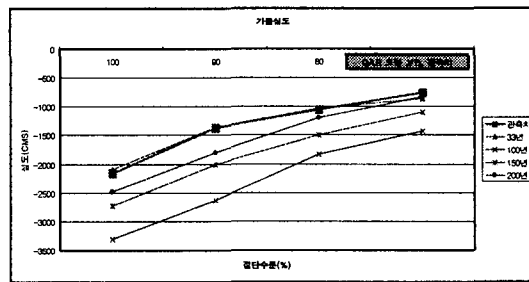


그림 30-(a) GAR(1) 모형

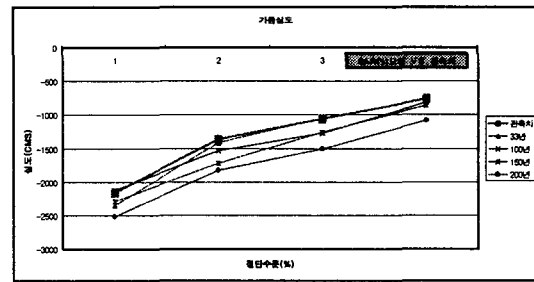


그림 30-(b) BAR(1) 모형

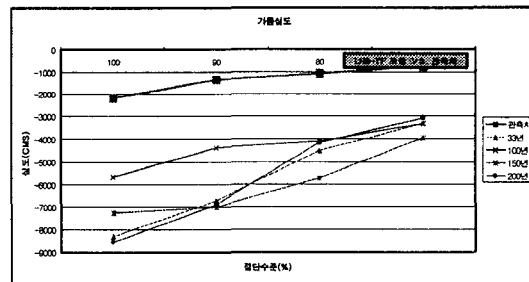


그림 30-(c) LN3 TF 모형

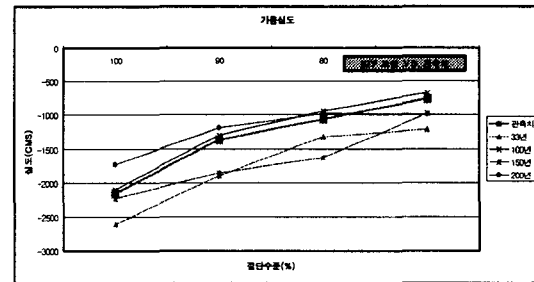


그림 30-(d) BTF 모형

그림 30. 모의기간별 절단수준별 가뭄심도 비교



## 5. 결 론

본 연구에서는 왜관지점의 유출량에 대하여 연 추계학적 모형(GAR(1), BAR(1))뿐 아니라 다계절 추계학적 모형(BTF, TFLN3)을 적용하여 가뭄특성을 해석하였다. 모의된 연 및 월 유출량자료가 관측 유출량자료의 통계적 특성을 잘 재현하는지를 확인하기 위해 평균, 표준편차, 자기상관계수 이외에도 왜곡도 계수를 비교하였다. 이를 이용하여 4 종류의 절단수준에 대하여 전년에 걸친 가뭄의 특성이 유지되는지를 비교하였다. 본 연구를 통해 기존의 다계절 상관성을 재현하도록 만들어진 다계절모형인 TFLN3을 이용하여 얻어진 모의 월유출량자료는 관측치의 가뭄특성을 재현하는데 무리가 있음을 확인하였으며, 기존의 난수발생기법을 이용하는 것보다는 Bootstrap을 이용한 연 및 월 추계학적 모형이 더 안정적인 값을 나타냄을 알 수 있었다. 이를 통해 Bootstrap 모형의 적용성을 확인하였다.

## 참 고 문 헌

- 윤용남, 이동률(1987), “河川流量의 模擬發生을 위한 長技 및 短期 推計學的 模型의 比較研究”. 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회, 제20권, 제4호, pp. 257- 266.
- 윤용남, 김형수(1996), “연속지수모형에 의한 가뭄특성의 감시”, 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회, 제29권, 제6호, pp. 179- 188
- 허준행, 김경덕, 조원철(1997), “ 다변량 추계학적 모형을 이용한 낙동강 유역의 가뭄해석에 관한 연구” 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회, 제30권, 제2호, pp. 155- 163.
- Clements, N.P. and Taylor, N.(2001), Bootstrapping prediction intervals for autoregressive models, *International Journal of Forecasting*, Vol. 17, pp. 247-267.
- K. Srinivasan (1992), “Stochastic Modeling for Drought Analysis”, ASCE symposium on Engineering
- K. Srinivasan, R. Honert (1992), “Stochastic Modeling for Drought Analysis using Thomas - Fiering Lognormal Three Parameter Model”, ASCE symposium on Engineering