

카오스 신경회로망에서의 정보의 인코딩 해석

여진경
동양대학교 전자공학과

Analysis of information encoding in a chaotic neural network

Jin Kyung Ryeu
Dept. of Electronic Engineering, Dongyang University

Abstract

I construct a chaotically driven contraction system having some analogy with the information transfer mechanism in the brain system especially from CA1 cell to CA3 cell known from the empirical result. And I consider the properties of the response system on a state space according to the external input into the drive neuron by observing the fractal hierarchical structure. Then I induce the relation between the information about state transition of the chaotic time series and the spatial information on a fractal attractor to confirm the possibility of encoding of time series data to spatial information.

1. 서론

지금까지 카오스와 프랙탈과의 관련에 관한 많은 연구가 이루어져왔다[1-6]. 그 중에서 카오스 구동 축소 시스템을 나타내는 모델이 Roessler 등에 의해 보고되어져있다[7]. 그 논문에서는, Grebogi에 의해 알려진 strange nonchaotic attractor와 singular-continuous nowhere-differentiable attractor(SCND)를 포함하는 프랙탈 어트랙터를 나타내는 모델의 계측성에 대해서도 기술되어있다. 또한 Tsuda[8,9] 등은, Aihara[10]에 의해 제안된 카오스 뉴런 모델로 구성된 뉴럴 시스템에서 SCND 어트랙터를 발견하였다. 그 연구에서는, 카오스 신경회로망에서 구동 뉴런의 출력에 따라 하나의 단면에서 Cantor set과 비슷한 어트랙터가 관

측된다는 것이 나타나있다.

더욱이, 비선형 디지털 정보의 코딩에 카오스를 이용하고자하는 많은 연구들이 행해져왔다[11-14]. 이러한 연구들에 따르면, 어떠한 동적 시스템이 잘 정의된 symbolic dynamics를 가진다면, 카오스 제어원리[15,16]를 사용하여 디지털 정보를 인코딩할 수 있다는 것을 기대할 수 있다. 또한 Tsuda [8,17,18] 등은 구동 뉴런의 상태전이 카오스 구동 응답 시스템의 프랙탈 어트랙터 상에서 계층적으로 레이블화될 수 있다는 것을 보였다.

한편, 초기조건을 지정하는 실수(real number)의 복잡도는 Bernoulli shift map과 tent map과 같은 전형적인 사상에서 보여지는 카오스 다이내믹스에 의해 시간에 따라 복구되기 때문에 결정론적인 카오스는 실수와 깊은 관련을 가지고 있다고 볼 수 있다. 그러므로 전자공학자들은 카오스 다이내믹스를 디지털이 아닌 아날로그 회로로 구현하고자 하고 있다[19,20]. 또한, 신경막의 전기적인 동작은 Hodgkin-Huxley 방정식[21]과 같은 아날로그 여기 다이내믹스로 기술될 수 있다. 이러한 흥분성 뉴로다이내믹스가 카오스적인 응답특성 생성을 용이하게 할 수 있다는 사실이, 전기생리학적으로는 오징어의 거대축색에서, 수치적으로는 Hodgkin-Huxley 방정식에서 보여졌다[22]. 이러한 의미에서, 생물학적인 뉴런은 아날로그적인 카오스 소자로 이해될 수 있다. 이러한 카오스 다이내믹스의 생성에 노이즈가 중요한 기능적인 역할을 담당하고 있을 것으로 추측되므로, 이러한 카오스 뉴로다이내믹스를, 필연적으로 노이즈가 존재하는 아날로그 전자회로로 구현하는 것은 매우 중요한 문제이다.

앞에서 기술한 바와 같은 많은 연구들이 수행되어왔지만, 노이즈가 필연적으로 존재하는 전자회

로 시스템을 구현하여 실제 정보의 인코딩을 수행하기 위한 시도는 행해지고 있지 않다. 또한 그러한 회로구현에 적합한 모델을 구성하고, 아날로그 회로로 구현된 카오스 구동 축소 시스템에서의 Cantor coding의 해상도와 내잡음성을 고려하는 것도 수행되어야 할 과제이다.

본 논문에서는 프랙탈 어트랙터를 나타내는 카오스 구동 축소 시스템을 구성하고, 프랙탈 심볼릭 인코딩(fractal symbolic encoding)의 가능성을 명확히 함으로써, 시간에 따른 천이에 관한 정보를 어트랙터 상에서의 공간적인 계층성으로 나타낼 수 있다는 것을 밝힌다. 또한, 카오스 뉴런의 다이내믹스를 이용하여 임의의 시퀀스를 인코딩하는 예를 보인다.

2. 모델 네트워크

하나의 카오스 구동 뉴런과 두 개의 의사 선형 뉴런으로 구성된 카오스 신경회로망의 비선형 다이내믹스를 고려한다. 의사 선형 뉴런은 거의 static하게 동작하며, 그림 1에서와 같이 전달함수를 통해 카오스 뉴런에 의해 구동된다.

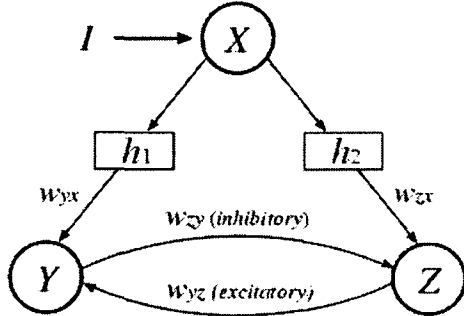


그림 1. 카오스 구동 축소 시스템의 네트워크 구성

이 때 카오스 뉴런의 다이내믹스를 인코딩하기 위해 전달함수로는 Heaviside 함수가 사용되며, 하나의 정적 뉴런은 흥분성으로, 다른 하나는 억제성으로 동작한다. 네트워크 방정식은 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f_1(-\alpha_1 \sum_{r=0}^n k_1^r x_{n-r} + I) \\ y_{n+1} &= f_2(-\alpha_2 \sum_{r=0}^n k_2^r y_{n-r} + w_{yz} \sum_{r=0}^n k_2^r z_{n-r} \\ &\quad + w_{yx} \sum_{r=0}^n k_2^r h_1(x_{n-r})) \\ z_{n+1} &= f_3(-\alpha_3 \sum_{r=0}^n k_3^r z_{n-r} + w_{zy} \sum_{r=0}^n k_3^r y_{n-r} \\ &\quad + w_{zx} \sum_{r=0}^n k_3^r h_2(x_{n-r})) \end{aligned} \quad (1)$$

이 때 α_i 는 양의 피라미터이며 I 는 뉴런 X 로 들어오는 외부입력의 크기를 나타낸다. 또한 k_i 는 $0 < k_i < 1$ 인 범위의 값으로 감쇠 파라미터이며, w_{uv} 는 뉴런 u 로부터 v 로의 연결 가중치를 나타낸다. 함수 $f_i(x)$ ($i=1,2,3$)는 다음과 같은 시그모이드 함수이다.

$$f_i(x) = \frac{1}{1 + e^{-x/\epsilon_i}} \quad (2)$$

여기서 ϵ_i 는 기울기를 나타내는 파라미터이다.

카오스 뉴런으로부터 정적 뉴런으로의 전달함수 $h_i(x)$ ($i=1,2$)는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} h_1(x) &= \begin{cases} 0 & (x < a) \\ a & (x \geq a) \end{cases} \\ h_2(x) &= \begin{cases} 0 & (x < b) \\ a & (x \geq b) \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

이 때 a 와 b 는 $a < b$ 로 가정된 문턱치 파라미터이며 함수 $h_i(x)$ ($x=1,2$)는 전달 활동 전위의 all-or-none 동작을 생성하는 축색의 wave-shaping 효과를 나타낸다.

위 방정식들은 적절한 변수변환을 통해서 다음과 같은 형태로 다시 기술될 수 있다.

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= -\alpha_1 \sum_{r=0}^n k_1^r x_{n-r} + I \\ Y_{n+1} &= -\alpha_2 \sum_{r=0}^n k_2^r y_{n-r} + w_{yz} \sum_{r=0}^n k_2^r z_{n-r} \\ &\quad + w_{yx} \sum_{r=0}^n k_2^r h_1(x_{n-r}) \\ Z_{n+1} &= -\alpha_3 \sum_{r=0}^n k_3^r z_{n-r} + w_{zy} \sum_{r=0}^n k_3^r y_{n-r} \\ &\quad + w_{zx} \sum_{r=0}^n k_3^r h_2(x_{n-r}) \end{aligned} \quad (4)$$

위와 같은 과정을 통하여, 네트워크의 다이내믹스를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_{n+1} = k_1 X_n - a_1 f_1(X_n) + EI$$

$$Y_{n+1} = k_2 Y_n - a_2 f_2(Y_n) + w_{yz} f_3(Z_n) + w_{yx} h_1(f_1(X_n)) \quad (5)$$

$$Z_{n+1} = k_3 Z_n - a_3 f_3(Z_n) + w_{zy} f_2(Y_n) + w_{zx} h_2(f_1(X_n))$$

여기서 $EI = I(1 - k_1)$ 은 뉴런 X 의 카오스 다이내믹스를 제어하기 위해 사용되는 외부입력 값을 나타낸다.

3. 코드 시퀀스와 프랙탈 어트랙터

코드의 구조와 어트랙터의 구조와의 관련에 대해 알아본다. 우선, 카오스 뉴런에서의 상태에 따라 그림 2와 같이 3가지 구간으로 나누고 그 각각을 0, 1, 2로 레이블을 붙인다.

그 후 다이내믹한 시계열 $\{X_n\}$ 을 심볼 0, 1, 2로 구성된 코드 시퀀스로 나타낼 수 있다. 예를 들어 그림 2의 카오스 맵의 점 M 은 1202012112...로 레이블링될 수 있다.

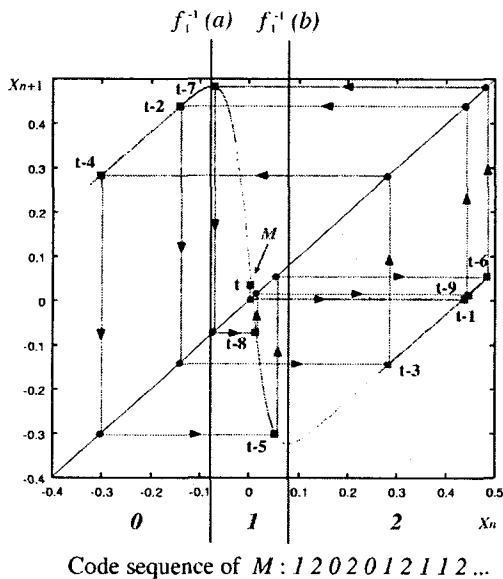


그림 2. 카오스 뉴런 맵에 기초한 코드 시퀀스의 정의

그림 3은 $EI = 0.58$ 일 때의 $Y-Z$ 의 어트랙터를 구한 것으로, 프랙탈성을 잘 나타내고 있다.

4. 카오스 뉴런을 이용한 코드 시퀀스의 인코딩

계수화된 정보를 카오스 맵의 궤적으로 인코딩하는 예를 보이겠다. 이를 위해서 로지스틱 맵에 대해 수행한 Lai[23]의 알고리즘을 사용한다.

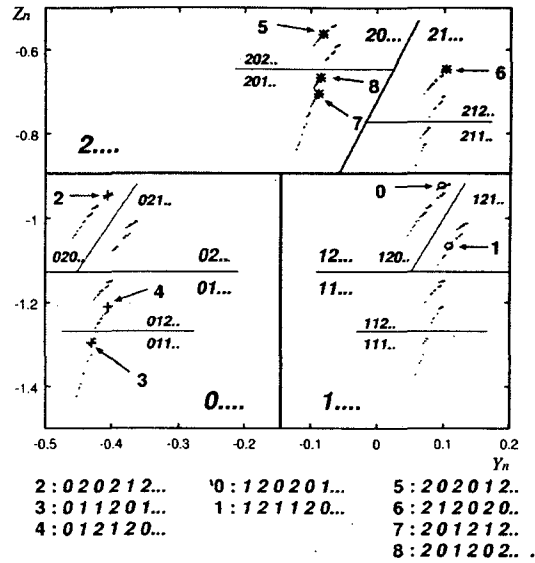


그림 3. $Y-Z$ 의 프랙탈 어트랙터

3진 코드의 인코딩을 위한 과정은 다음과 같다.

1. 초기치를 선택한다.
2. 초기치 x_0 에서 시작하는 궤적상의 m 개의 점에 해당하는 m 개의 심볼을 결정한다.
3. m 번째 심볼이 첫 번째 메시지 비트와 일치하는지 확인한다.
4. i) 만일 일치한다면, x_1 을 얻기 위해 x_0 을 한번 반복하고 x_1 로부터 m 번째 즉, x_0 으로부터 $m+1$ 번째 심볼을 결정하여 그것이 두 번째 메시지 비트와 일치하는지 확인한다.
ii) 만일 일치하지 않는다면, x_0 에 약간의 섭동(perturbation)을 인가하여 x_0 으로부터 m 번째 심볼이 첫 번째 메시지 비트와 일치하도록 한다.
5. 모든 메시지 비트에 대해 카오스 궤적으로 인코딩이 수행될 때까지 위의 과정을 계속한다.

파라미터 섭동 값을 계산하기 위하여 Hayes 등 [11,12]이 제안한 코딩함수를 사용한다. 코딩함수를 구하는 과정은 다음과 같다. 먼저 x 의 단위 간격을 크기 $\delta x = 1/N$ 인 N 개의 bin으로 나누는데, 이때 $\delta x \ll 1/2^m$ 이고 $1/2^m$ 은 섭동의 최대허용치이다. 다음으로, 각 bin에서 한 점을 선택하여 m 번의 반복을 수행함으로써 길이 m 인 심볼 시퀀스

$a_1 a_2 \dots a_m$ 을 결정한다 ($a_i \in \{0, 1, 2\}$). 심볼릭한 값 R 은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$R = \sum_{i=1}^m a_i / 3^i, \quad 0 \leq R \leq 1$$

그림 4는 카오스 뉴런 맵에 대해 코딩함수를 구한 것이다.

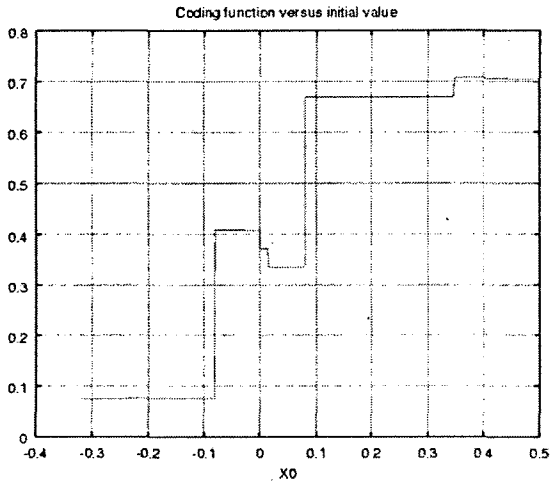


그림 4. $k=0.98, \epsilon=0.02$ 인 경우 카오스 뉴런 맵에 대한 코딩함수

코딩함수가 구해지면 다음과 같은 과정을 통해 섭동의 값을 결정한다.

1. x_0 에 대해 생성되는 m 비트 심볼 시퀀스를 $a_1 a_2 \dots a_{m-1} a_m$ 이라 하고 인코딩되는 첫 번째 메시지 비트를 b_1 이라 한다.
2. 생성된 심볼 시퀀스 $a_1 a_2 \dots a_{m-1} a_m$ 과 표현하고자하는 심볼 시퀀스 $a_1 a_2 \dots a_{m-1} b_1$ 을 비교하여 $\delta R = (a_m - b_1) / 2^m$ 을 계산한다.
3. 코딩함수 $R(x)$ 로부터 섭동 δx 를 계산한다. 이러한 과정을 계속함으로써 임의의 메시지를 카오스 궤적으로 인코딩할 수 있다.

시퀀스 "21011202102021021121202020111201"을 카오스 궤적으로 인코딩한 시계열 데이터를 그림 5에 보였다.

그림 6은 각 시간에서 인가된 섭동의 크기를 나타낸 것이다.

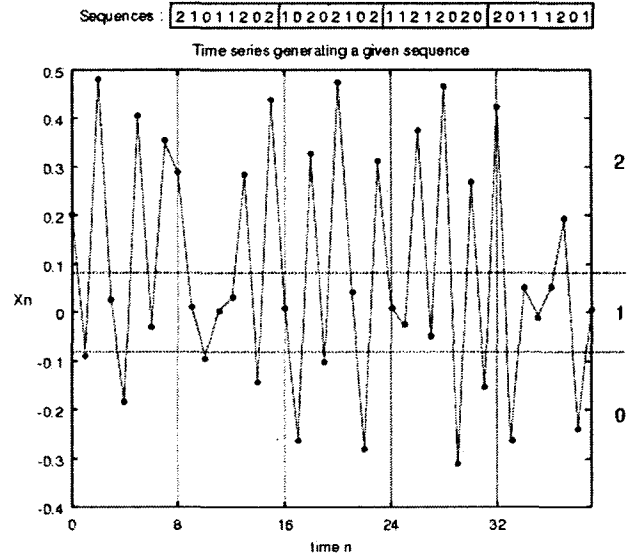


그림 5. 섭동이 인가된 초기치에 대한 시계열 데이터

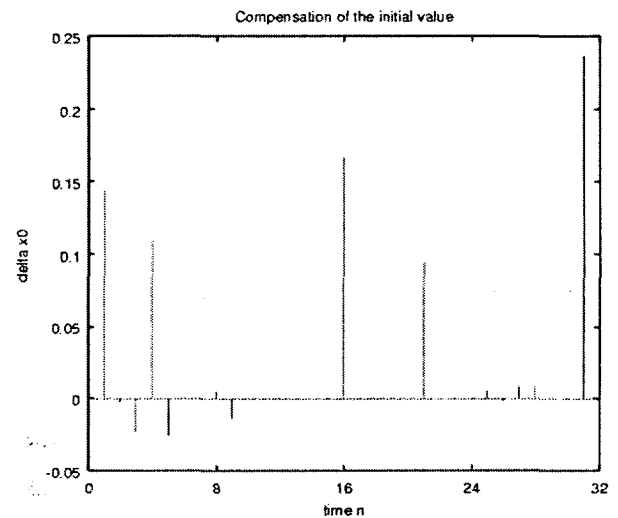


그림 6. 섭동의 크기

5. 고찰 및 결론

본 논문에서는 뇌에서 수행되는 정보전달(CA1 cell로부터 CA3 cell로의 정보 전달)의 방식과 유사한 카오스 구동 축소 시스템 모델의 개발을 통해, 시계열 데이터를 프랙탈성과 계층성을 가진 공간적인 위치정보로 표현함으로써 기존의 방법보다 높은 압축률과 내잡음성을 가지는 코딩 시스템을 구현할 수 있는 가능성을 보였다. 또한 임의의 3진 정보를 카오스 뉴런 맵의 궤적으로 인코딩한 예를 보임으로써, 계수화된 정보를 카오스 뉴런의 궤적

에 embed시키고 나아가서 이를 어트랙터 상공간에서 표현하는 것이 가능하다는 것도 나타내었다. 이를 위해서는 본 시스템에서 사용하는 사상의 역사상의 존재가능성 및 안정성을 확인하는 연구가 앞으로 진행되어야 할 것이다. 카오스 구동 축소 시스템의 가역성(디코딩 문제)이 완전히 규명된다면, 시계열로 표현되는 실제정보를 2차원 또는 3차원 공간의 점에 관한 정보로 바꿈으로써 노이즈에 강하고 높은 압축률을 가지는 코딩이 가능하게 될 것이다.

6. 인용문헌

- [1] M. Hata and M. Yamaguti, Japan J. Appl. Math., 1, 186 (1984).
- [2] M. Yamaguti, J. Faculty of Sci. Univ. of Tokyo IA, 36, 187 (1989).
- [3] J. Moser, J. Differ. Eqns., 5, 411 (1969).
- [4] C. Grebogi, E. Ott, S. Pelikan, and J. A. Yorke, Physica D, 13, 261 (1984).
- [5] K. Kaneko, *Collapse of Tori and Genesis of Chaos in Dissipative Systems* (World Scientific, Singapore, 118, 1986).
- [6] J. L. Kaplan and J. A. Yorke, Lecture Notes on Math., 730, 204 (1979).
- [7] O. E. Roessler, J. L. Hudson, C. Knudsen, and I. Tsuda, J. Intelligent Systems, 10, 15 (1995).
- [8] I. Tsuda, J. Neural Systems, 7, 451 (1996).
- [9] I. Tsuda and A. Yamaguchi, Neural Networks, 11, 927 (1990).
- [10] K. Aihara, T. Takabe, and M. Toyodam Physics Lett. A. 144, 333 (1990).
- [11] S. Hayes, C. Grebogi, and E. Ott, Phys. Rev. Lett., 70, 3031 (1993).
- [12] S. Hayes, C. Grebogi, E. Ott, and A. Mark, Phys. Rev. Lett., 73, 1781 (1994).
- [13] E. Bolt and Y. C. Lai, Phys. Rev. E. 58, 1724 (1998).
- [14] Y. C. Lai, J. Bifurcation and Chaos 10, 4, 787 (2000).
- [15] E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, Phys. Rev. Lett., 64, 1196 (1990).
- [16] L. M. Pecora and T. L. Carroll, Phys. Rev. Lett., 64, 821 (1990).
- [17] I. Tsuda, Behavioral and Brain Science (to be published)
- [18] I. Tsuda and S. Kuroda, Japan J. of Appl. Math. (to be published)
- [19] K. Shimizu, K. Aihara, and M. Kotani, Electronics and Communications in Japan, Scripta Technica 3, 74, 1 (1991).
- [20] K. Aihara and R. Katayama, Communications of the ACM 38, 11, 103 (1995).
- [21] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, J. of Physiology, 117, 500 (1952).
- [22] K. Aihara and G. Matsumoto, *Chaotic oscillations and bifurcations in squid giant axon. In: Chaos*, (Manchester Univ. Press and Princeton Univ. Press, 1986).
- [23] Y. C. Lai, Int. Journ. Bifurcation and Chaos, 10, 4, 787 (2000).