

면진장치를 가지는 구조물의 등가점성감쇠비 산정

Estimation of Equivalent Viscous Damping of Structure with Base Isolation Devices

김 태 호* 이 동 근**
Kim, Tae-Ho Lee, Dong-Guen

Abstract

Direct Integration method(D.I) and Mode Superposition method(M.S) are used widely in dynamic analysis method for structure with isolation devices. D.I is used firstly because it is consider to nonlinearity of isolation device. M.S is applied in elastic region, but it is difficult to apply M.S because coincidence with othogonality condition in the case of adding the damping of isolation device. In this study, the method for calculation of damping ratio of isolated structure is proposed, and proposed method is verified with analysis for example structure.

일반적으로 내진설계에서는 지진이 발생하는 경우에 구조물이 견딜 수 있도록 강성을 증가시키거나 부재의 소성거동으로 인한 에너지소산 방법을 이용한다. 하지만, 강성을 증가시키는 방법은 초기건설비용이 많이 드는 방법이며, 규모가 큰 지진이 발생하였을 경우에 구조물이 붕괴될 우려가 있다. 반면에 소성거동을 이용하는 방법은 구조물의 붕괴는 방지할 수 있으나, 비구조재의 피해가 발생하여 지진 후에 보수비용이 많이 든다. 따라서 바람직하지 못한 구조적 피해가 발생하는 경우와 기존의 중요구조물에 대한 내진성능 향상이 요구되는 경우에는 면진기술이 매우 강력한 대안이 되고 있다. 최근 30여년간 면진기술은 경제적인 내진설계와 기존의 중요구조물에 대한 내진성능을 향상시키기 위한 목적으로 활발히 연구되었다. 면진구조물의 초기건설비용은 일반구조물과 비슷한 수준이지만 지진 후의 보수비용을 현저히 저감할 수 있으며, 지진이 발생하는 경우에 구조물을 지반과 격리시키므로 거주자 및 내부설비를 보호할 수 있다. 특히 고베지진(1995)을 계기로 그 안전성을 인정받아 이후에 신축건물이나 기존건물에 적용되는 사례가 급증하고 있다. 최근 국내에서도 몇몇 구조물에 적용된 예가 있고, 거주 안전성을 높이기 위해 면진설계를 도입한 주거용 건축물의 건설계획이 검토 중에 있다.

모드중첩법은 탄성범위에서 빠르고 정확한 해석결과를 보장한다. 반면 직접적분법은 많은 해석시간이 소요와 해석시간간격을 잘못 설정할 경우에는 해석오차를 보일 수 있는 단점을 가지고 있지만 비탄성해석에서도 사용할 수 있는 장점을 가지고 있다. 면진 구조물의 해석에서는 추가되는 면진장치의 감쇠값에 의하여 모드중첩법을 사용하기가 곤란하다. 본 논문에서는 구조물에 면진시스템의 강성 및 감쇠가 추가되어 발생하는 모드와 감쇠행렬의 변화를 고찰하여 모드중첩법을 면진 구조물의 해석에도 용이하게 적용할 수 있도록 각 모드에 대한 감쇠값을 제안하고, 이를 예제 구조물의 해석을 통하여 식의 정확성을 검증하였다.

* 학생회원, 성균관대 건축공학과 대학원 박사과정

** 정회원, 성균관대 건축공학과 교수

2. 면진 구조물의 등가점성감쇠비 산정

일반적인 면진 구조물의 해석에서 모드중첩법의 적용이 어려운 것은 면진장치가 포함된 구조물의 감쇠행렬을 구성함에 있어서 면진 장치 추가에 의한 모드행렬변화와 면진장치의 감쇠값으로 인하여 직교조건이 성립하지 않기 때문이다. 이 때문에 현재 면진구조물의 해석에서는 직접적분법을 사용하거나 직교조건이 성립한다고 가정하고 면진장치의 감쇠율을 추가하여 해석하는 방법을 사용하고 있는 실정이다. 하지만, 직접적분법은 해석시간이 길고 해석시간간격에 따라 결과가 오차를 보일 수 있고, 모드중첩법은 부정확한 결과를 주게되는 문제를 가진다. 본 연구는 모드중첩법을 이용한 면진 구조물의 비교적 정확한 해석이 가능하도록 하는 것이 목적이다. 이를 위하여 먼저 면진장치의 추가에 따른 모드행렬의 변화에 의한 전체구조물의 감쇠율 변화를 알아보고 이를 바탕으로 면진장치의 감쇠값에 의한 감쇠율 추정을 하고자 한다.

상부구조물의 질량행렬, 감쇠행렬 및 강성행렬을 각각 $[M]$, $[C]$, $[K]$ 라 하고, 면진장치의 질량, 감쇠, 강성을 각각 m_b , c_b , k_b 라 정의한다. 이때, 상부구조물 만으로 고유치해석을 수행하여 얻어진 모드행렬을 $[\Phi]$, 직교조건에 의하여 모드별로 분리된 감쇠행렬을 $[C_N]$ 라 한다. 면진장치를 설치한 후 새로이 구성되는 모드형상을 $[\Phi_b]$ 라 하고, 이는 상부구조물의 모드형상 $[\Phi]$ 에 면진장치 추가에 의하여 미소하게 변화되는 모드형상 $[\Phi_\Delta]$ 로 이루어진다.

새롭게 구한 감쇠행렬을 모드중첩법에 적용시키기 위하여 감쇠행렬 전후에 $[\Phi_b]^T$ 와 $[\Phi_b]$ 를 곱하면 식 (1)과 같으며, 이때 면진장치의 감쇠는 없고 $[\Phi_\Delta]$ 는 $[\Phi]$ 에 비하여 상대적으로 미소하다고 가정한다.

$$[C_{Nb}] = [\Phi_b]^T [C] [\Phi_b] = [[\Phi] + [\Phi_\Delta]]^T [C] [[\Phi] + [\Phi_\Delta]] \quad (1)$$

식 (1)을 풀어쓰면 식 (2-1)와 같고, 우항의 네 번째 식은 $[\Phi_\Delta]$ 가 미소하여, 식(2-2)로 정리할 수 있다.

$$[C_{Nb}] = [\Phi]^T [C] [\Phi] + [\Phi_\Delta]^T [C] [\Phi] + [[\Phi_\Delta]^T [C] [\Phi]]^T + [\Phi_\Delta]^T [C] [\Phi_\Delta] \quad (2-1)$$

$$[C_{Nb}] = [\Phi]^T [C] [\Phi] + [\Phi_\Delta]^T [C] [\Phi] + [[\Phi_\Delta]^T [C] [\Phi]]^T \quad (2-2)$$

각 모드의 감쇠비 변화정도를 파악하기 위하여 상부구조물의 감쇠비와 면진장치 설치후의 감쇠비를 나누면 식 (3)과 같다.

$$\frac{\xi}{\xi_b} = \frac{C_{N,n}/\omega_{,n}}{C_{Nb,n}/\omega_{b,n}} = \frac{\omega_{b,n}}{\omega_{,n}} \cdot \frac{C_{N,n}}{C_{Nb,n}} = \frac{\omega_{b,n}}{\omega_{,n}} \cdot (1 + 2 \cdot \frac{\phi_\Delta^T C \phi_n}{\phi_n^T C \phi_n}) = \frac{\omega_{b,n}}{\omega_{,n}} \cdot (1 + 2 \cdot \frac{\phi_\Delta^T \phi_n}{\phi_n^T \phi_n}) \quad (3)$$

식 (3)을 살펴보면 면진장치 설치유무에 따른 감쇠비의 차이는 진동수의 변화와 모드의 변화에 의한 것임을 알 수 있다. 일단, 모드의 변화가 어느 정도인지를 파악하기 위하여 면진장치를 가지는 다자유도 운동방정식을 Kelly⁽¹⁾의 연구결과를 이용하여 쓰면 식 (4)와 같다.

$$[M]^* [\ddot{V}]^* + [C]^* [\dot{V}]^* + [K]^* [V]^* = -[M]^* [r]^* \ddot{u}_g \quad (3)$$

$$\text{이때, } [M]^* = \begin{bmatrix} m+m_b & [r]^T [M] \\ [M] [r] & [M] \end{bmatrix}, [C]^* = \begin{bmatrix} c_b & [0] \\ [0] & [C] \end{bmatrix}, [K]^* = \begin{bmatrix} k_b & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix}, [r]^* = \begin{bmatrix} 1 \\ [0] \end{bmatrix}, [V]^* = \begin{bmatrix} v_b \\ [V] \end{bmatrix}$$

여기서, V_b 는 지면과 기초바닥의 상대 변위이고 V 는 기초바닥과 상부 구조물의 상대 변위로 $V = \sum_{i=1}^N q_i \phi^i$ 이다. 식 (3)을 면진 기초부분과 상부구조물부분으로 나누어 쓰면 각각 식 (4)와 (5)와 같다.

$$\sum_{i=1}^N [r]^T [M] \phi^i \ddot{q}_i + (m+m_b) \ddot{v}_b + c_b \dot{v}_b + k_b v_b = -(m+m_b) \ddot{u}_g \quad (4)$$

$$\ddot{q}_i + 2\omega_i \beta_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -L_i (\ddot{v}_b + \ddot{u}_g) \quad (5)$$

L_i : 모드참여계수(modal participation factor)

모드형상을 구하기 위하여 상부구조물과 면진기초부분에 대하여 각각 비감쇠 자유진동 방정식으로 쓰면 식 (6)과 (7)이다.

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i + L_i \ddot{v}_b = 0 \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{L_i M_i}{(m+m_b)} \ddot{q}_i + \ddot{v}_b + \omega_b^2 v_b = 0 \quad (7)$$

식 (6)과 (7)은 식 (8)과 같은 $N+1$ 차의 모드수를 가지는 진동수에 대한 특성방정식으로 나타낼 수 있고 이를 풀어 새롭게 얻어진 진동수(ω^*) 및 모드형상(Ψ)은 식 (9)과 (10)이다. 여기서,

$\gamma_i = \frac{L_i^2 M_i}{(m+m_b)}$ 으로 면진 구조물의 질량비를 나타낸다.

$$\sum_{i=1}^N \frac{\gamma_i}{(1-\omega_i^2/\omega_b^2)} = (1-\omega_b^2/\omega^2) \quad (8)$$

$$q_i^j = \frac{\omega_j^{*2} L_i}{\omega_j^{*2} - \omega_i^2} v_b^j, \quad i=1,2,\dots,N \quad j=0,1,\dots,N \quad (9)$$

$$\Psi^{jT} = \left\{ 1, \sum_{i=1}^N q_i^j \phi_1^i, \sum_{i=1}^N q_i^j \phi_2^i, \dots, \sum_{i=1}^N q_i^j \phi_N^i \right\} \quad (10)$$

식 (8)의 우항은 진동수 ω 가 증가함에 따라 1에 수렴하는 것을 알 수 있으므로, 우항의 값을 1이라 가정할 경우 새롭게 얻어지는 면진구조물의 진동수는 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\omega_k^{*2} = \frac{\omega_k^2}{1-\gamma_k \left\{ \frac{1}{1-(1-\gamma_k)(\omega_b^2/\omega_k^2)} - \sum_{i=1, i \neq k}^N \frac{\gamma_i}{[1-(\omega_i^2/\omega_k^2)(1-\gamma_k)]} \right\}} \quad (11)$$

식 (11)에서 좌항의 분모에 나타난 괄호안의 분모 부분은 $\omega_b \ll \omega_k$ 인 경우에 1에 수렴하므로 식 (12)와 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$\omega_k^{*2} = \frac{\omega_k^2}{1 - \gamma_k} \quad (12)$$

만약 면진 장치의 강성과 질량이 충분히 작아서 상부 구조물만의 거동으로 표현이 가능하다면 식 (8)의 좌항은 1차모드 질량비가 거의 지배할 것이므로 나머지 모드의 질량비를 무시하는 것이 가능하다. 따라서, 식 (8)은 식 (13)과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\gamma_i}{(1 - \omega_i^2/\omega_b^2)} = (1 - \omega_b^2/\omega^2) \quad (13)$$

해를 풀면 식 (14)와 같으며 $\omega_b \ll \omega_k$ 이면, 식 (15)와 같이 근사화시킬 수 있다.

$$\omega_i^{*2} = \frac{(\omega_i^2 + \omega_b^2) \pm \sqrt{(\omega_i^2 + \omega_b^2)^2 - 4\omega_i^2\omega_b^2(1 - \gamma_i)}}{2(1 - \gamma_i)} \quad (14)$$

$$\omega_k^{*2} = \frac{\omega_k^2}{(1 - \gamma_k)} \left(1 + \gamma_k \frac{\omega_b^2}{\omega_k^2} \right) \quad (15)$$

면진 구조물의 모드형상은 식 (10)과 같이 나타낼 수 있었으며, 앞에서 구한 면진장치가 포함되었을 경우의 고유진동수인 식 (12)와 상부구조물이 거의 지배하는 경우의 고유진동수인 식 (15)를 식 (9)에 대입하여 보면 각각 식 (16), (17)과 같다.

$$q_i^j = \frac{\omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega_i^2 + \gamma_j\omega_i^2} L_i \bar{v}_b \quad (16)$$

$$q_i^j = \frac{\omega_j^2 + \gamma_j\omega_b^2}{\omega_j^2 - \omega_i^2 + \gamma_j\omega_i^2 + \gamma_j\omega_b^2} L_i \bar{v}_b \quad (17)$$

식 (17)에서 $\omega_b \ll \omega_k$ 이므로 사실상 식 (16)과 식 (17)은 같은 식이 된다. 따라서, 식 (18)과 같이 상부구조물만을 고유치해석하여 얻은 모드형상과 면진장치를 설치한 후의 모드형상은 차이가 없게 된다.

$$a^{iT} = \left\{ 0, \sum_{i=1}^N (q_{(1)i}^j - q_{(2)i}^j) \phi_1^i, \sum_{i=1}^N (q_{(1)i}^j - q_{(2)i}^j) \phi_2^i, \dots, \sum_{i=1}^N (q_{(1)i}^j - q_{(2)i}^j) \phi_N^i \right\} = \{0, 0, \dots, 0\} \quad (18)$$

식 (18)에서 나타난 결과를 살펴보면 감쇠가 없는 면진장치가 설치된 경우에 감쇠비는 진동수 변화의 영향을 받으며 상부구조물의 모드형상 변화는 거의 없는 것으로 나타났다.

이제 면진 장치에 감쇠가 있을 경우에 대하여 살펴보면 모드형상은 면진장치 설치전과 후가 크

게 변화된 것이 없을 것으로 보이므로 감쇠값의 영향을 평가하면 다음과 같다. 우선 면진장치의 감쇠값이 포함된 식은 $C_{nb} = \Phi_b^T C_b \Phi_b = \Phi_b^T [C + \Delta C] \Phi_b$ 이고 이식을 보면 구조물의 감쇠율 변화는 식 (19)와 같다.

$$\Delta C_n = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} & \cdots & \phi_{n1} \\ \phi_{12} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{1n} & \phi_{2n} & \cdots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \cdots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \quad (19)$$

이때, 각 대각성분의 식은 $\delta C_{ii} = \phi_{ji}^2 c_b$ 과 같고, 면진 장치에 의하여 추가되는 구조물의 감쇠비는 다음과 같이 정리할 수 있다. 1차모드의 감쇠비는 면진장치의 감쇠비이고 2차모드 이상의 감쇠비는 면진장치 설치전의 감쇠비에 설치후 추가 감쇠비에 관한 식 (20)으로 표현이 가능하다.

$$\xi_{bi} = \phi_{ji}^2 \cdot c_b / 2\omega_i \quad (20)$$

이때 i는 해당모드이며 j는 면진장치가 설치된 자유도를 의미한다.

3. 면진장치의 강성 및 감쇠변화에 따른 감쇠율변화

앞 장에서 유도된 사항을 검증하기 위하여 그림 1과 같은 간단한 2자유도 구조물에 면진장치가 설치된 예제를 통하여 면진장치의 강성 및 감쇠변화에 따른 감쇠율변화를 고찰하여 보았다. 면진장치의 강성을 조절하여 구조물 1차모드 목표 주기를 0.01초에서부터 3.00초까지 변화시켜보았으며, 이때 각각의 주기에 대하여 면진장치의 감쇠율을 0% ~ 50%까지 변화시켜 보았다. 목표주기는 상부구조물의 단자유도 구조물로 이상화시켜 구한 것이다. 표 1은 구조물의 1차모드 주기를 조정하기 위하여 사용된 면진장치의 강성값과 적용된 감쇠율을 나타낸 것이다. 고정 기초일 경우의 구조물의 감쇠율은 전체 모드에 대하여 5%로 하였으며, 구조물의 주기는 1차모드의 경우는 0.21초, 2차모드의 경우는 0.08초이다.

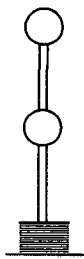


표 1 예제에 사용된 면진장치의 강성 및 감쇠율

주기T (초)	0.01	0.1	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
강성 K	5921.76	59.22	2.37	0.59	0.26	0.15	0.10	0.07
감쇠 ξ (%)	0	5	10	15	20	25	30	50

그림 1 예제 구조물

그림 2는 면진 장치의 강성 및 감쇠값을 변화시켰을 경우 각 모드의 감쇠율 변화를 나타낸 것이다. 우선 1차모드 감쇠율 변화를 살펴보면 면진 장치의 강성이 커서 사실상 고정기초 구조물과 비슷한 거동을 보이는 목표주기 0.01초와 0.1초일 경우는 실제로 고정기초 구조물의 고유주기인 0.21초보다 낮은 경우로 감쇠율의 증가에 대하여 큰 변화를 보이지 않았다. 하지만, 고정기초 구조물의 고유주기보다 높은 목표주기 0.5초 이상의 경우는 면진장치의 감쇠율의 변화에 따라 구조물의 1차모드 감쇠율도 같이 변하는 것을 확인 할 수 있었다. 면진 장치의 목표주기가 길어질수록

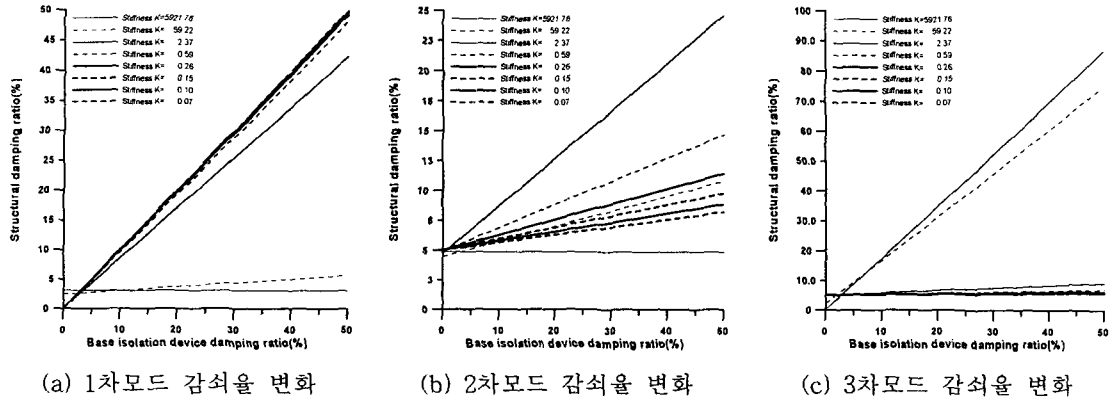


그림 2 면진장치 강성 및 감쇠율 변화에 따른 구조물의 감쇠율 변화

이러한 현상은 확연히 나타났다. 2차모드의 경우에도 전반적으로 1차모드와 비슷하다. 하지만 목표주기 0.01~0.5초까지는 감쇠율이 급격히 상승하다가 0.5초 이상의 목표주기에서는 수렴하는 현상을 보이고 있다. 이 수치는 식 (20)에서 제안한 값과 거의 일치하는 경향을 보임을 확인할 수 있었다. 3차모드의 경우에는 목표주기 0.01초와 0.1초의 경우는 해석에 나타난 감쇠율이 면진장치의 감쇠율에 거의 2배에 이르는 큰 크기로 나타났으나 목표주기 0.5초 이후에서는 2차모드의 경우와 마찬가지로 급격하게 수렴함을 보이고 있다. 그리고 이 감쇠율 또한 앞에서 유도된 식과 거의 일치되는 것으로 나타났다.

4. 예제 해석

면진장치를 가진 예제 구조물에 지반가속도를 가하여 얻어진 구조물의 응답을 통하여 앞장에서 제안된 식의 유효성을 검증하였다. 예제구조물은 그림 3에서 제시된 5층의 철근콘크리트건물을 사용하였다. 구조물은 4×2경간의 5층 철근콘크리트 건물이며, 기둥의 크기는 500×500 mm, 보의 크기는 500×300 mm, 슬래브의 두께는 120 mm이다. 면진장치의 수평강성은 0.26 ton/cm이고 각 기둥마다 설치하였다. 면내비틀림으로 인한 해석상의 오차를 줄이고 실제 구조물과 유사한 거동을 위하여 바닥판은 강막으로 가정하였다. 동적해석은 그림 4에 나타난 El Cento(1940, NS) 지진을 y 방향으로 가력하여 시간이력해석을 수행하였다. 면진장치의 감쇠비는 25%로 하였으며 예제 구조물의 고유치 해석결과는 표 2와 같다.

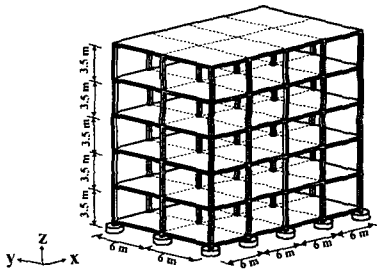


그림 3 예제구조물

표2 예제구조물의 고유치해석 결과

		Y방향 모드		
		1 차	2 차	3 차
고정기초 구조물	주기 (sec)	0.40	0.12	0.06
	진동수 (Hz)	2.48	8.14	15.53
	질량참여율 (%)	81.28	11.08	4.62
면진 구조물	주기 (sec)	1.54	0.24	0.11
	진동수 (Hz)	0.65	4.22	9.17
	질량참여율 (%)	99.85	0.14	0.01

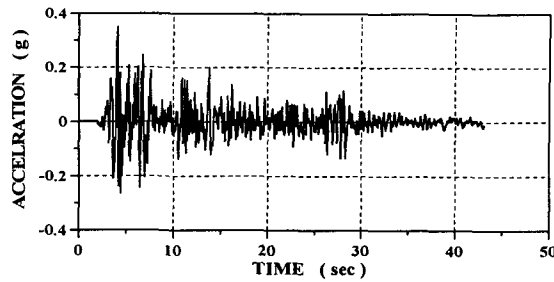
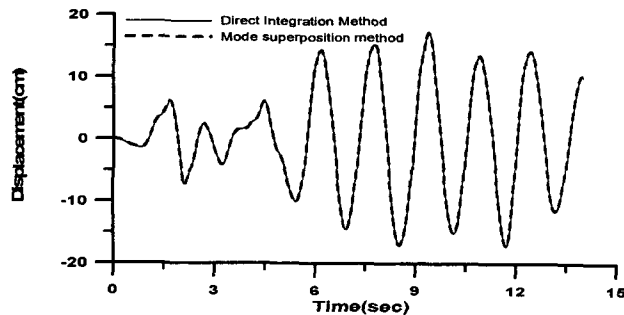


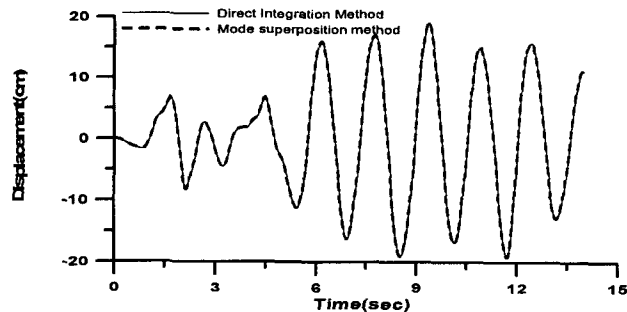
그림 4 El Centro NS (1940) 지반가속도

예제 구조물은 고정기초의 경우에 1차모드의 질량 참여율이 81% 정도 나타나지만 면진장치 설치 후에는 기본주기가 약 4배정도 길어졌으며 질량 참여율은 1차모드에서 99% 정도로 완전히 1차모드가 지배하는 구조물이다. 식의 정확성을 판단하기 위하여 이 구조물의 해석에는 면진장치추가에 의한 영향을 받지 않는 해석법인 직접적분법과 본 논문에서 제안된 방법으로 감쇠율을 계산하는 방법을 추가한 모드중첩법이 사용되었다.

그림 5는 기초부분 및 최상층에서의 변위 응답을 나타낸 것으로 응답의 정확성을 보기 위하여 앞부분을 자세히 나타낸 것이다. 그림은 직접적분법과 제안된 식에 의한 모드중첩법의 결과가 거의 정확하게 일치하는 것을 확인할 수 있다. 이는 구조물이 거의 완전하게 1차모드로 거동하는 데 기인한 것으로 판단되며 고차모드의 영향이 커지거나 면진 구조물의 기본 주기가 낮으면 앞에서 가정한 것과 차이를 보여 오차를 보일 것으로 판단된다. 하지만, 일반적인 면진 구조물의 경우 고정기초 구조물의 기본주기에 비하여 최소한 2배 이상 높게 옮겨지므로 큰 오차는 없을 것이다.



(a) 면진기초부의 변위 응답



(b) 최상층의 변위 응답

그림 5 예제 구조물의 변위 응답

5. 결론 및 추후연구과제

본 논문에서는 현재 구조물에 면진시스템의 강성 및 감쇠를 추가함에 의하여 발생하는 모드의 변화 및 감쇠행렬의 변화를 고찰하여 모드중첩법을 면진 구조물의 해석에도 용이하게 적용할 수 있도록 각 모드에 대한 감쇠값을 제안하고, 이를 예제구조물을 통하여 식의 정확성을 검증하였으며 다음과 같은 결론을 얻을수 있었다.

고정기초구조물의 기본주기에 비하여 면진구조물의 기본주기가 충분히 클 경우

- 1) 1차 모드의 감쇠율은 면진 장치의 감쇠율을 그대로 적용하여도 될 것으로 판단된다.
- 2) 2차 모드이상의 감쇠율은 고정기초 구조물의 감쇠율에 $\xi_{bi} = \phi_{ii}^2 \cdot c_b / 2\omega_i$ 의 추가된 감쇠율을 더하여 계산하여야 한다.

이상의 연구결과는 정형구조물에 대하여 확인된 것으로 비정형 구조물 및 서로 다른 면진장치가 사용되었을 경우에 대해서도 해석을 수행하여 정확성을 검증하여야 하며 추후 실험을 통하여 이론식의 적합성을 검증하는 것도 필요할 것으로 사료된다.

감사의 글

이 논문은 2001년도 두뇌한국21사업 핵심분야 사업비에 의하여 지원되었으며, 서울대학교 지진공학연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다. 이에 감사드립니다

참 고 문 헌

- 1) Kelly, J. M., "Earthquake Resistant Design with Rubber", Springer, 1997
- 2) Naeim, F., Kelly, J. M., "Design of Seismic Isolated Structures", JOHN WILEY & SONS, 1999
- 3) Skinner, R. I., Robinson, W. H., McVerry, G. H., "An Introduction to Seismic Isolation", JOHN WILEY & SONS, 1993
- 4) Skinner, R. I., Robinson, W. H., McVerry, G. H., "An Introduction to Seismic Isolation", JOHN WILEY & SONS, 1993
- 5) Kelly, J. M., "The Role of damping in seismic isolation," Earthquake engineering and Structural Dynamic, Vol.28, 1999, pp.4-20