

NURBS 가공을 위한 적응이송속도 보간기

Adaptive feedrate interpolator for NURBS curve

마르첸코 티혼*, 백대균**, 고태조*, 김희술*

Marchenko Tikhon*, Dae Kyun Baek**, Tae Jo Ko*, Hee Sool Kim*

*영남대학교 기계공학부(Yeungnam Univ.), **안동정보대학 기계과(Andong Info. Tech. College)

Abstract

Increasing demands on precision machining of 3D free-form surface have necessitated the tool smoothly varying feedrates. This paper presents one of algorithm for adaptive feedrate on NURBS curve. Since the algorithm for calculating variable feedrate depends on the curvature of curve, it permits to get constant material removal rate. It means that machine tools or cutting tool can be protected in terms of tool chipping, vibration, etc.

생성하는 분야에 관하여 활발한 연구가 이루어지고 있다. 이 경우 곡률의 변화에 무관하게 일정한 이송속도로 절삭을 하게 된다. 그러나 곡률의 변화에 따라서 공구가 제거하여야 할 소재의 제거량이 다르게 되며, 이에 따라서 공구는 과부하, 정밀도 저하, 공구치핑 또는 파손등의 문제가 발생한다.

따라서 본 연구에서는 곡선의 곡률에 따라 이송속도를 변경함으로써 소재 제거율을 일정하게 할 수 있는 이송속도 보간 알고리즘에 대해 연구하고자 한다.

1. 서론

현재 금형가공, 자동차, 항공 등의 CAD/CAM에서 자유곡면(free formed surface)이 많이 사용되고 있다. CAD/CAM에서 자유곡면을 가공하기 위해서는 수많은 선형화된 선분으로 나누어 가공을 Fig. 1 과 같이 공작기계에서 전송하여 CNC 가공을 수행한다. 왜냐하면 기존의 CNC 장치는 단지 직선보간과 원호보간, 그리고 드물게 포물선보간만을 지원하고 있기 때문이다. 이와 같은 선형화된 선분을 CNC 공작기계에서 가공할 때 다음과 같은 몇 가지 문제점을 가지고 있다. CAD/CAM에서 데이터를 전송할 때 데이터를 손실할 수 있고, 노이즈가 들어갈 수 있다. 또한 작은 직선으로 이루어진 데이터는 표면정도를 나쁘게 한다. 따라서 최근 1 개의 블록으로 다양한 종류의 직선 및 곡선을 표현하고, 또한 정의된 1 개의 블록을 각각 한번 씩의 가속과 감속으로 연속적으로 이동할 수 있는 방식에 관해서 많은 연구가 이루어지고 있다.

이와 같은 연구에 많이 사용되고 있는 자유곡면은 Bezier 와 NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline)곡면이다. 그 중에서 NURBS 곡면은 특유의 유연성 때문에 CAD에서 형상을 정의하기 위해서 많이 사용하고 있다. 최근에는 CAD에서 정의된 NURBS 곡면의 정보를 CNC 공작기계로 입력하고, 수치제어 장치는 내부적으로 NURBS 보간을 시행하여 정확한 공구경로를

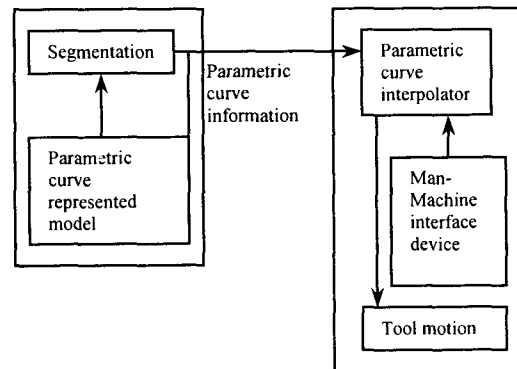


Fig. 1 Conventional method for interpolation

2. NURBS (NonUniform Rational B-Spline) 보간기의 설계

2.1 NURBS 곡선 방정식

매개변수형 3 차원 곡선은 다음과 같이 표현된다.

$$x = x(u), y = y(u), z = z(u) \quad (1)$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_i \quad (2)$$

여기서 u 는 매개변수이며, $0 < u < 1$ 이다.

매개형 곡선은 각축이 따로 구동되는 다축 공작기계, 로봇 등의 적용에 유리하다. 일반적인 k 차 NURBS 곡선은 다음과 같이 표시된다.

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u)w_i B_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u)w_i} \quad (3)$$

여기서 B_i 는 NURBS 곡선을 표현하는 조정점이고, w_i 는 각 조정점이 곡선에 영향을 미치는 가중치(weight)이다. $N_{i,k}(u)$ 는 불균일한 절점 벡터(knot vector) $U=(u_0, \dots, u_{n+k+1})$ 로 정의되는 B-Spline 기저함수 (basis function)로서, 다음과 같이 정의된다.

$$N_{i,k}(u) = \begin{cases} 1, & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+k}-u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+1}-u}{u_{i+k}-u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \quad (5)$$

2.2 NURBS 보간 알고리즘

본 연구에서는 곡률에 따라서 현오차 (Chord error)가 허용 범위 내에 있도록 보간기를 설계하고자 한다. 현오차는 곡률의 곡선 속도 그리고 곡률 반경에 밀접한 관계가 있기 때문에, 현오차와 곡선속도, 그리고 곡률반경의 상호 관계를 살펴본다. 제안된 보간기에서는 NURBS 곡선을 원형 근사화 (Circular Approximation) 하는 방법을 채택하였다. 곡선을 원형으로 근사화하고 제한된 범위내에 현오차가 있을 수 있도록 이송속도를 매 구간마다 바꾸도록 하였다.

대부분의 NURBS 알고리즘은 이송속도가 일정하도록 하여 설계한다. $C(u)$ 가 매개형 변수 곡선이고 시간함수 u 가 $u(t_i)=u_i$ 그리고 $u(t_{i+1})=u_{i+1}$ 일 때, 매개변수 u 의 증분값은 Taylor 정리에 의해 1 차항만을 고려하면 다음과 같다.

$$u_{i+1} = u_i + \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=t_i} \cdot (t_{i+1} - t_i) + H.O.T. \quad (6)$$

단위 샘플링 시간동안 곡선 이송속도는 다음과 같다.

$$V(u) = \frac{ds}{dt} = \left(\frac{ds}{du} \right) \left(\frac{du}{dt} \right) \quad (7)$$

곡률의 속도 $V(u_i)$ 은 식(8) 과 같으므로,

$$V(u_i) = \left\| \frac{dC(u)}{dt} \right\|_{u=u_i} \quad (8)$$

u 에 대한 t 의 1 차 미분은 다음과 같다.

$$\left. \frac{du}{dt} \right|_{t=t_i} = \frac{V(u_i)}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} \quad (9)$$

따라서 매개변수를 증분시키는 1 차 보간 알고리즘은 다음과 같다.

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V(u_i) \cdot T_s}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} \quad (10)$$

만약 2 차 보간 알고리즘을 사용하면 다음과 같다.

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V(u_i) \cdot T_s}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} + \frac{V^2(u_i) \cdot T_s^2 \left(\frac{d^2C(u)}{du^2} \cdot \frac{dC(u)}{du} \right) \Big|_{u=u_i}}{2 \cdot \left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}^4} \quad (11)$$

또한, 곡선의 곡률은 식(12)와 같으며,

$$k = \frac{C'(u) \times C''(u)}{C'(u)^3} \quad (12)$$

곡선의 곡률 반지름은 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$r = 1/k \quad (13)$$

$u \in [u_i, u_{i+1}]$ 내의 부분적인 곡선을 가정하면 Fig. 2 와 같이 매개변수를 $u=u_i$ 에서 반지름 r 을 가진 원의 아크를 그릴 수 있다. 여기서 r 은 $u=u_i$ 에서 곡선의 곡률반경이고, $P(u_i)$ 는 $u=u_i$ 에서 원의 보간점이다. $P(u_{i+1})$ 는 $u=u_{i+1}$ 에서 원의 추정된 보간점이다. $C(u_i)$ 는 $u=u_i$ 에서 곡선의 보간점이고, $C(u_{i+1})$ 는 $u=u_{i+1}$ 에서 곡선의 추정된 보간점이다. 한편, $C(u_i)=P(u_i)$ 이고, 현길이 L 은 $\|P(u_{i+1}) - P(u_i)\|=L$ 임으로 곡선 속도 $V(u_i)$ 는 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$V(u_i) = \frac{L}{T_s} \quad (14)$$

또한, Fig. 2 에서 현오차 ER(chord error)은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$ER = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} \quad (15)$$

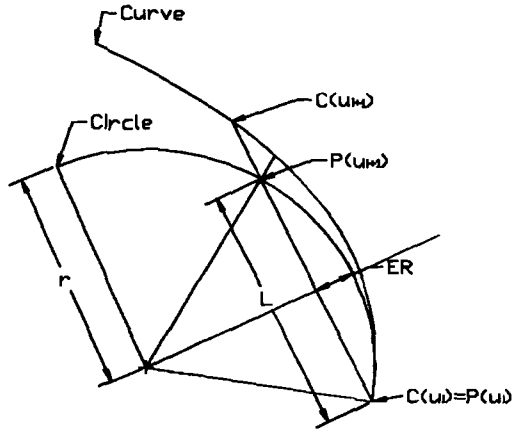


Fig. 2 Estimation of the next interpolated point

따라서 식(14)와 (15)를 이용하여 곡선속도 $V(u_i)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V(u_i) = \frac{2}{T_s} \cdot \sqrt{r^2 - (r - ER)^2} \quad (16)$$

위의 식에서 보는 것처럼 허용 현오차 ER을 설정하여 곡선속도 $V(u_i)$ 를 구할 수 있다. 곡률반경 r 은 현오차 ER보다 훨씬 크므로 곡선 속도 $V(u_i)$ 는 식에서 실수값을 가진다.

식 (16)의 곡선속도 $V(u_i)$ 는 현오차 ER과 곡선의 곡률 반경에 따라 연속적으로 변함을 의미한다. Fig. 2와 같이 이송속도는 먼저 원형 근사화를 수행하고 다음으로 실제의 보간점 $C(u_{i-1})$ 을 찾는다. 이 방법은 현오차가 허용값이내로 들기 위해서는 곡률 반경에 따라 이송속도를 달리한다는 것을 알 수 있다. 이송속도는 곡률반경에 의해 연속적으로 변하며, 다음의 규칙을 따르도록 한다.

$$V(u) = \begin{cases} F, & \text{if } \frac{2}{T_s} \cdot \sqrt{r^2 - (r - ER)^2} > F \\ \frac{2}{T_s} \cdot \sqrt{r^2 - (r - ER)^2}, & \text{if } \frac{2}{T_s} \cdot \sqrt{r^2 - (r - ER)^2} \leq F \end{cases} \quad (17)$$

여기서 이송속도 F는 초기에 주어진 값이다. 만약 식에서 보는 것처럼 순간 곡률반경이 충분히

작다면 곡선의 현오차는 허용범위를 넘어서서 본 연구에서 제안된 보간기는 이송속도를 식과 같이 낮추게 되어 현오차는 허용범위 안에 있게 된다. 그 이외의 경우는 일정한 이송속도 F로 가공하게 된다. Fig. 3은 앞에서 설명한 보간 알고리즘을 나타낸다.

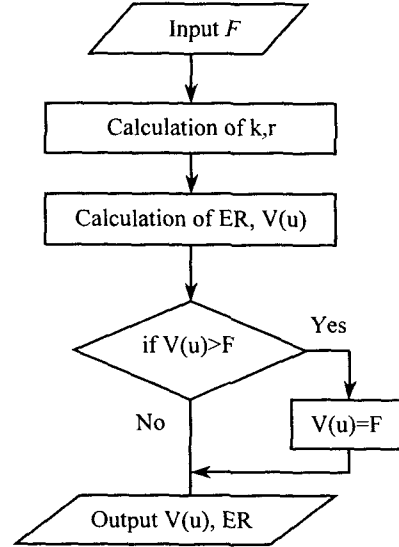


Fig. 3 Flow chart for calculating feedrate

3. 일정소재 제거율을(MRR: Material Removal Rate) 고려한 적응 이송속도 알고리즘

곡면의 가공에서 공구는 곡면의 곡률반경에 따라 소재 제거량이 달라져 절삭력의 변형으로 공구 처짐이 발생하여 정밀한 가공을 수행할 수 없다. Fig. 4에서 보는 것처럼 convex에서는 소재 제거량이 적고 concave에서는 소재 제거량이 많다. 따라서 본 연구에서는 일정한 소재제거율을 고려한 적응 이송속도 알고리즘을 제안하고자 한다. MRR은 칩 단면적 ψ_G 와 절삭공구의 운동을 고려하여 구할 수 있다. 공구가 직선 운동을 할 때 MRR은 Fig. 5와 같이 다음과 같다.

$$MRR = \psi_G \cdot F_f \quad (18)$$

여기서 F_f 는 직선절삭에서 이송속도이다. Fig. 5에 도시한 곡면의 가공에서 이송속도가 F_f 일때 칩단면적 ψ_G 의 도심에서 이송속도(V_{fc})를 구할수 있고 MRR은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$MRR = \psi_G \cdot V_{fc} \quad (19)$$

여기서 V_{fc} 는 칩 단면적 도심에서 이송속도이다.

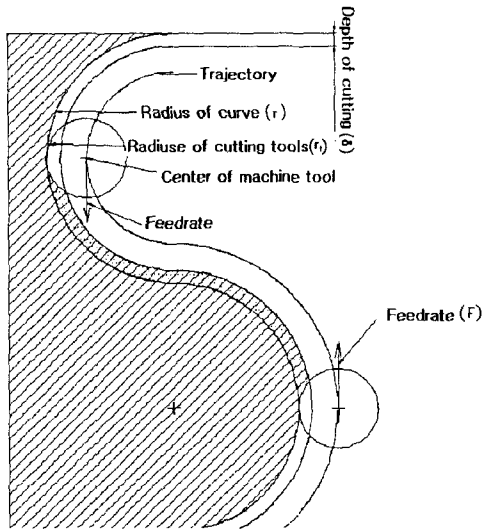


Fig. 4 The changing of cross-section area, top view.

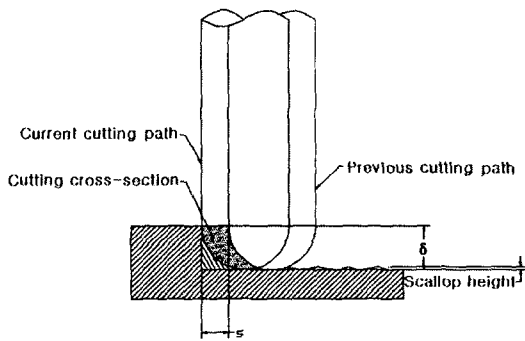


Fig. 5 The cutting cross-section area for ball-endmill

따라서 concave 와 convex 가공에서 MRR 은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$MRR_{cx} = \frac{\psi_G \cdot F_f (r + \bar{m})}{(r + r_t)} \quad (\text{for convex paths}) \quad (20)$$

$$MRR_{cv} = \frac{\psi_G \cdot F_f (r - \bar{m})}{(r - r_t)} \quad (\text{for concave paths}) \quad (21)$$

$$MRR_{st} = \psi_G \cdot F_f \quad (\text{for straight paths}) \quad (22)$$

여기서 r 은 소재의 곡률반경이고 r_t 는 절삭공구의 반경이다.

위 식에서 알 수 있는 것처럼 이송속도가 적응적으로 변화하면 일정 소재 제거율로 가공을 할 수 있음을 알 수 있다. 일정하게 소재를 제거할 수 있는 이송속도 V_{fv} 를 구하면 다음과 같다.

$$V_{fv}(u) = \frac{F_0}{1 + k(u)(r_t - \frac{1}{2}\delta)} \quad (23)$$

여기서 concave 에서도 $k(u)$ 는 양의 값이고 Vonvex 에서 음의 값이다. r_t 는 공구 반경이고 δ 는 절삭깊이이다. 식(23)을 식(16)에 치환하면 일정 소재제거율을 고려한 적응 이송속도 보간기를 설계 할 수 있다.

4. 시뮬레이션 결과

Pentium II 400Mhz CPU 에서 2 장과 3 장의 적응이송속도 보간기를 시뮬레이션하여 비교 검토하였다. 먼저 보간기의 시뮬레이션에 사용한 NURBS 곡선은 3 차원 곡선으로서 Fig.6 과 같다.

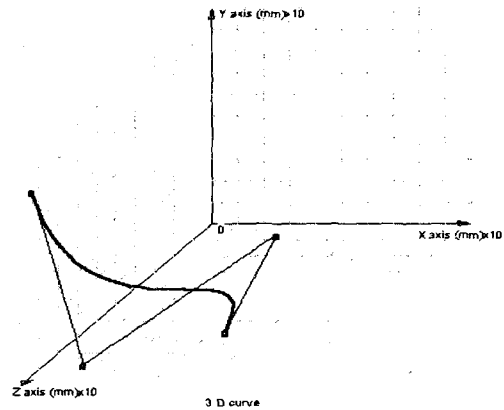


Fig. 6 Example of NURBS curve

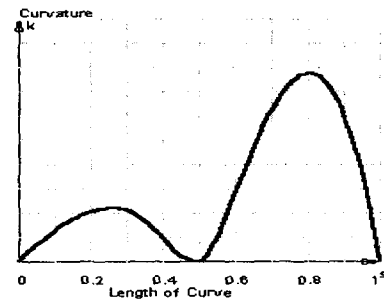


Fig. 7 Curvature of curve

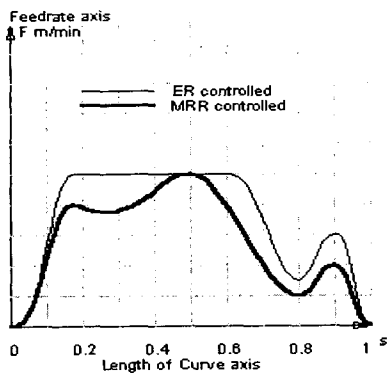


Fig. 8 Feedrate of machine tools

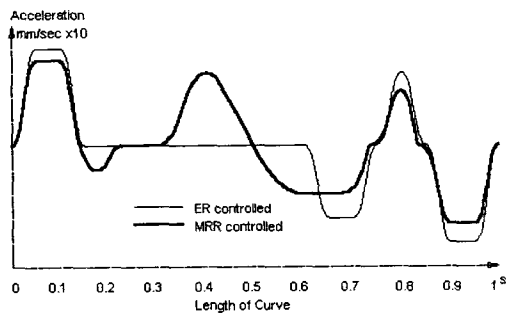


Fig. 9 Acceleration of machine tools

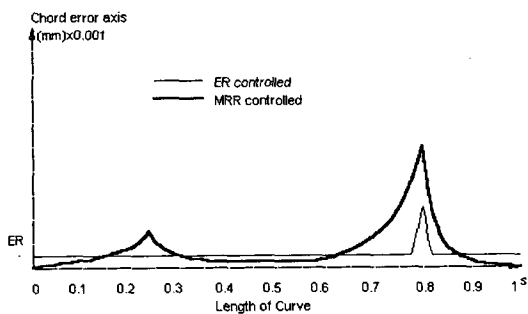


Fig. 10 Chord error with respect to ER and MRR control

Fig. 7 은 식 (12)를 이용하여 곡선을 따라가는 곡선의 곡률을 나타낸다. Fig. 8 은 적응이송속도를 도사하였는데 그림에서 굵은 실선은 MRR 을 고려한 이송속도이고, 가는 실선은 MRR 을 고려하지 않고 곡률만 고려하여 현오차를 줄인 경우이다. 그림에서 보는 것처럼 MRR 을 고려하면 Concave 에서는 곡률이 작은 부분에서도 이송속도가 낮아짐을 알 수 있다. Fig. 9 는 두 보간기의 가속도 변화를 나타낸다.

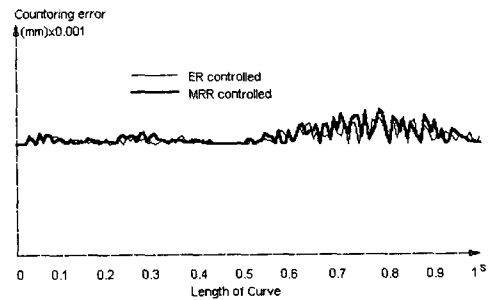


Fig. 11 Contouring error with respect to ER and MRR control

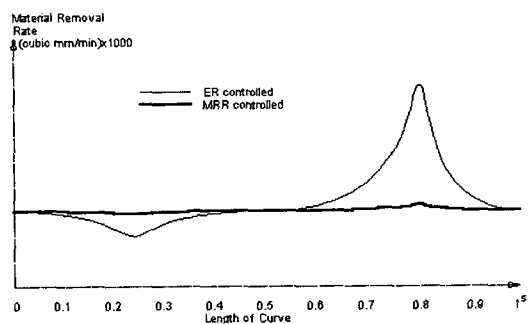


Fig. 12 MRR with respect to ER and MRR control

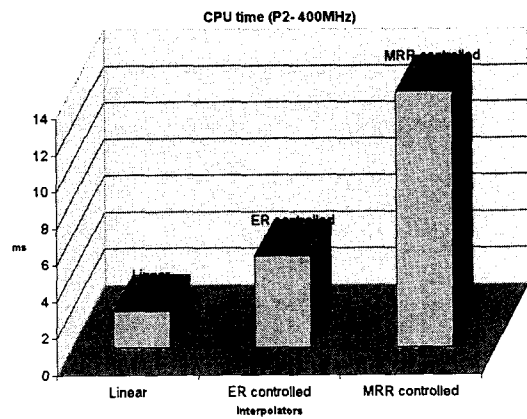


Fig. 13 CPU time

제거율은 일정 하지만 오차는 약간 증가하는 것을 알 수 있다. Fig. 11 은 contouring error 를 나타내는데 오차가 비슷함을 알 수 있다.

그리고 Fig. 12 는 MRR 을 나타내었는데 MRR 을 고려한 적응 보간기는 거의 일정한 값을 나타내지만 ER 을 고려한 보간기는 MRR 의 변화가 아주 큰 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 절삭력의 변동으로 NURBS 표면 가공의 정밀도를 저하 시킬 것이다.

Fig. 13 은 각 보간기의 컴퓨터 CPU 시간을 나타내었다. 그림에서 보는 것처럼 제안된 보간기의 계산속도는 더 길게 나타남을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 현오차(ER)를 고려한 보간기와 일정 소재 제거율(MRR)을 고려한 보간기의 알고리즘을 제안하고 장 단점을 고찰하였다. MRR 을 고려한 보간기는 계산속도와 현오차에서 약간 불리한 점이 있으나 항상 일정한 소재 제거율로 보간이 가능하다. 이 점을 보완하기 위해서는 보간기를 설계할 때 현오차를 고려함과 동시에 MRR 을 고려한 보간점을 선택할 수 있으나, 계산시간에 있어서 제약을 받게 된다.

후기

이 논문은 2000 년도 한국학술진흥재단의 지원(KRF-2000-041-E00087)에 의하여 연구 되었음.

참고문헌

- [1] S.-S. Yeh, P.-L. Hsu, The speed-controlled interpolator for machining parametric curves. *Computer-Aided Design* 31 (1999) 349-357.
- [2] Piegl L, Tiller W. *The NURBS book*. Berlin: Springer, 1997.
- [3] B.K. Choi, *Surface Modeling for CAD/CAM*, Elsevier Publication, 1991
- [4] B.K. Choi, *Sculptured surface machining. Theory and applications*. Kluwer academic publishers.
- [5] Q. Zhang Real-time NURBS curve trajectory generation for a robot using an open-architecture controller. UMI Microform 9637361
- [6] S.-S. Yeh, P.-L. Hsu, Adaptive-feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error. *Computer-Aided Design* 34 (2002) 229-237.
- [7] Y.-F. Tsai, R.T. Farouki, B. Feldman, Performance analysis of CNC interpolators for time-dependent federates along PH curves. *Computer Aided Geometric Design* 18 (2001) 245-265.
- [8] R.T. Farouki, Y.-F. Tsai, Exact Taylor series coefficient for variable-feedrate CNC curve inerpolators.