

Wavelet 변환을 이용한 과도신호의 시간-주파수 해석에 관한 연구

· 이 기 영*, 박 두 환*, 정 종 원*, 김 기 현*, 이 준 탁**

A Study on the Time-Frequency Analysis of Transient Signal using Wavelet Transformation

Ki-Young Lee, Doo-Hwan Park, Jong-Won Jeong, Ki-Hyun Kim, Joon-Tark Lee

* 동아대학교 대학원 전기공학과

** 동아대학교 전기·전자·컴퓨터 공학부

Abstract: Voltage and current signals during impulse tests on transformer are treated as non-stationary signals. A new method incorporating signal-processing method such as Wavelets and Fourier transform is proposed for failure identification. It is now possible to distinguish failure during impulse tests. The method is experimentally validated on a transformer winding. The wavelet transforms enables the detection of the time of occurrence of switching or failure events. After establishing the time of occurrence, the original waveform is split into two or more sections. The wavelet transform has ability to analysis the failure signal on time domain as well as frequency domain. Therefore, the wavelet transform is superior than Fourier transform to analysis the failure signal. In this paper, the fact was proved by real data which was achieved.

Key words: Impulse tests, Fourier transform, Wavelet transform

1. 서 론

Wavelet 변환은 1982년 프랑스의 Morlet에 의해 고안되어 인공 지진파의 해석의 도구로 처음 사용되었으며, 이후, 수많은 수학과 물리학자의 연구에 의해 이론의 수학적 기초를 확립하고, 음향 및 화상처리 분야 등에 응용되고 있다[1]. 기존의 신호처리분야에서 많이 사용되는 기법으로는 Fourier 변환과 Wavelet 변환이 있는데, Fourier 변환과 Wavelet 변환은 서로 다른 기저함수를 사용하게 된다. Fourier 변환에 비해 Wavelet 변환은 고주파 성분에 대해서는 시간 분해능이 높고, 저주파 성분에 대해서는 주파수 분해능이 높아지므로, 주어진 신호에 대한 지식이 없이도 시간-주파수 해석이 가능하고, 고주파 성분을 갖는 특이점의 검출에도 적합하다.

본 논문에서는 Wavelet 변환의 이러한 성질을 이용하여 현재 변압기의 Lighting Surge 유입 등 여러 가지 이유에 의해 발생하는 변압기 권선의 절연과파 현상을 미연에 방지하고자 제작 과정에서, 변압기의 출고 전에 변압기 권선의 완전한 절연의 테스트를 위해 시행하는 임펄스 내전압 시험의 결과 파형을 분석하기 위해 기존의 Fourier 변환에 의한 결과와 제안하는 Wavelet 변환에 의한 결과를 비교, 분석하여 제안하는 Wavelet 변환에 의한 결과가 더 정밀함을 보이고자 한다.

본 논문에서는 통계학적 검정에 대한 해석을 용이하게 하기 위하여 연속 Wavelet 변환을 사용하였다. 그리고 연속 Wavelet 변환의 사용 시 연산시간이 길어지는 단점을 극복하기 위해 Multi-Level Decomposition을 통해 데이터의 수를 줄여 시간을 단축시켰고, 유의 수준 및 신뢰구간 등 통계학적 검정법을 이용하였다.

2. Fourier 변환과 Wavelet 변환

2.1 이산 Fourier 변환 (DFT)

Fourier 변환은 절대 가함인 수열에 대해 주파수 영역 (ω) 표현을 제공한다. Fourier 변환의 특징은 첫째, 변환이 무한 수열에 대해 정의된다는 것이고 둘째는 변환이 연속변수의 함수라는 것이다. 수치 계산의 관점에서 셀 수 없을 정도로 무한한 주파수에 대한 무한 합을 계산해야 하므로 이 두가지 특징은 컴퓨터로 연산 시 문제가 된다.

이산 푸리에 변환은 이산시간 Fourier 변환을 수치적으로 계산하는 기법을 제공한다. 신호에 대해 어떻게 수치적으로 계산 가능한 Fourier 표현을 만들 수 있는가는 이론적으로 기본 파형이 유한 신호의 파형을 가진 주기적 신호를 정의하고 이 주기적 신호에 대해 이산 Fourier 급수를 사용함으로써 이 문제를 다룰 수 있다. 이 DFT는 임의의 유한 수열에 대해 수치적으로 계산 가능한 최종적인 Fourier 변환이다. 먼저 $0 \leq n \leq N-1$ 구간에서 N 개의 표본을 가진 유한 수열 $x(n)$ 을 N 점 수열로 정의한다. $\tilde{x}(n)$ 가 N 점 수열 $x(n)$ 을 이용하여 만들어진 주기 N 의 주기적 수열이라 가정하면, 즉,

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k) \delta(\omega - \frac{2\pi k}{N}) \quad (2.1)$$

위의 식으로부터,

$$\tilde{x}(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x(n - rN) \quad (2.2)$$

다시 독립변수에 modulo- N 연산을 이용하면 아래와 같이 간략화 할 수 있다.

$$\tilde{x}(n) = x(n \bmod N) \quad (2.3)$$

만약 독립변수 n 이 0 와 $N-1$ 사이에 있으면 이를 그대로 두고, 그렇지 않으면 결과가 0 와 $N-1$ 사이에 있을 때까지 n 으로부터 N 의 배수를 더하거나 뺀다. 식 (2.3)이 $x(n)$ 의 길이가 N 또는 이보다 작을 때만 유효하다. 그리고, modulo- N 연산을 표시하기 위해 다음의 편리한 표시법을 사용한다.

$$x((n))_N \triangleq x(n \bmod N) \quad (2.4)$$

그러면 $x(n)$ 와 $\tilde{x}(n)$ 사이의 간략한 관계는 아래와 같다.

$$\tilde{x}(n) = x((n))_N \quad x(n) = \tilde{x}(n) R_N(n)$$

주파수 표본화 정리로부터 N 점 수열의 이산 푸

리에 변환 $X(e^{j\omega})$ 의 N 개의 등간격 표본이 유일하게 $X(e^{j\omega})$ 를 복원할 수 있다.

$\tilde{X}(k) = DFS \tilde{x}(n)$ 을 가정하면, 이 수열은 주기적 (따라서 무한의 수열)이다. 그러면 이의 간격은 이산 푸리에 변환인데 이 변환은 유한하다. N 점 수열의 이산 푸리에 변환은 다음과 같이 주어진다.

$$X(k) \triangleq DFT[x(n)] = \begin{cases} \tilde{X}(k), & 0 \leq k \leq N-1 \\ 0, & \text{다른 경우} \end{cases} = \tilde{X}(k) R_N(k) \quad (2.5a)$$

$$\text{또는 } X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (2.5b)$$

DFT $X(k)$ 역시 N 점 수열임을 주목하면, 이는 $0 \leq k \leq N-1$ 의 외부에서는 정의되지 않는다. (2.5)로부터 $\tilde{X}(k) = X((k))_N$ 이다. 즉 $0 \leq k \leq N-1$ 의 외부에서 오직 $\tilde{X}(k) R_N(k)$ 는 DFT $X(k)$ 가 $\tilde{X}(k)$ 의 기본 간격임을 의미한다.

N 점 DFT $X(k)$ 의 역 이산 푸리에 변환은 다음과 같이 주어진다.

$$x(n) \triangleq IDFT[X(k)] = \tilde{x}(n) R_N(n) \quad \text{또는}$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (2.6)$$

다시 한번 $x(n)$ 는 $0 \leq n \leq N-1$ 의 외부에서 정의되지 않는다. 이 범위 외부에서 $x(n)$ 의 전개는 $\tilde{x}(n)$ 이다.

2.2 고속 Fourier 변환(FFT)

DFT를 나타내는 식(2.6)은 시간 영역과 주파수 영역에서 모두 이산적 성질을 가지는 유일한 변환이고, 유한 수열에 대해서 정의된다. 비록 이것이 계산 가능한 변환이기는 하지만 식(2.7)의 직접적인 계산은 매우 비효율적이고, 특히 수열의 길이 N 이 클 때는 더욱 비효율적이다. 1965년 Cooley와 Tukey는 DFT 연산 중에 수행할 계산의 양을 실질적으로 줄이는 방법을 제시하였으며 이로 인하여 다른 효율적인 알고리즘이 개발되는 계기가 되었다. 이러한 모든 효율적인 알고리즘들은 총체적으로 고속 푸리에 변환(FFT) 알고리즘이라고 한다. N 점 수열 $x(n)$ 을 생각해 보자. 식 (2.5)에 따르면 이 수열의 DFT는 다음과 같다.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (2.7)$$

여기서 $W_N = e^{-j2\pi/N}$ 이다. $X(k)$ 중에서 하나의 표본을 얻으려면, N 번의 복소수곱셈과 $(N-1)$ 번의 복소수 덧셈이 필요하다. 그러므로 모든 DFT

계수의 집합을 얻으려면, N^2 번의 복소수 곱셈과 $N(N-1) \approx N^2$ 의 복소수 덧셈이 필요한 것이다. 또한 N^2 개의 복소수 계수들 $\{W_N^{kn}\}$ 를 저장해야만 한다(즉, 내부적으로 추가적인 비용이 발생한다). 명백히 N 점 수열에 필요한 DFT 계산의 수는 N 제곱에 비례하고, 다음과 같이 표시된다.

$$C_N = o(N^2) \tag{2.8}$$

N 이 큰 경우에 $C_N = o(N^2)$ 은 실제적으로 사용할 수 없다. 일반적으로 덧셈 처리시간은 곱셈 처리시간보다 훨씬 적다. 효율적으로 설계된 알고리즘은 자료 표본마다 계산의 수가 일정해야 하고, 총계산의 수는 N 에 대해 선형적으로 증가해야 한다. N^2 에 대한 의존성은 계속해서 수행되는 대부분의 계산을 $\{W_N^{kn}\}$ 의 주기성 $\{W_N^{kn}\} = \{W_N^{k(n+N)}\} = \{W_N^{k+nN}\}$ 과 대칭성 $W_N^{kn+N/2} = -W_N^{kn}$ 을 이용하여 줄일 수 있다.

2.3 Wavelet 변환

2.3.1 Wavelet 해석

Wavelet 변환은 많은 다른 주파수에서 비정상적 전력을 포함하는 시계열을 해석하는 데 사용될 수 있다. 시간 등간격 Δt 및 $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 인 시계열 x_n 에 대해 무차원의 시간 파라미터 η 에 종속되는 Wavelet 함수 $\Psi_0(\eta)$ 가 존재한다고 가정한다. Wavelet 변환이 허용적이 되려면, 평균치가 영이고 시간과 주파수 공간에서 국재화될 수 있어야 한다. 또한, 직교 Wavelet은 이산 Wavelet 변환을 시행하는 경우에 해당되고, 비직교 Wavelet은 이산 및 연속 Wavelet 변환에 통용될 수 있다. 본 연구에선 통계학적 검정에 대한 해석을 용이하게 하기 위하여 연속 Wavelet 변환을 사용한다. 따라서, 이산 시계열 x_n 의 연속 Wavelet 변환은

$$W_n(s) = \sum_{m=0}^{N-1} x_m \Psi^* \left[\frac{(n-m)\Delta t}{s} \right] \tag{3.1}$$

와 같이 식 (3.1)과 같이 시계열 x_n 과 스케일 변환되고 천이된 Wavelet 함수 $\Psi_0(\eta)$ 의 합성적분으로 정의된다. 첨자*는 복소 공액을 나타낸다. Wavelet 스케일 s 를 변화시키고 국재화된 시간 지수 n 을 따라 천이시킴으로써, 스케일에 대한 어떤 특성의 진폭은 물론, 진폭이 시간과 변화에 대한 그림을 구성할 수 있다. 식 (3.1)을 사용해서 Wavelet 변환을 계산할 수 있지만, 푸리에 공간

에서 계산하는 것이 훨씬 빠르다. 연속 Wavelet 변환의 근사는 매 스케일 s 에 대한 식 (3.1)의 합성적분을 N 회 수행하여야 한다. 여기서, N 은 시계열에서의 데이터 수를 나타낸다. 전체 N 회의 합성적분을 수행하는 것은 선택적이며 이보다 작게 취할 수도 있다. 전체 데이터 수가 N 이면, 이산 푸리에 변환을 사용해서 푸리에 공간에서 전체 N 회의 합성적분을 취하는 것이 원칙이다. 즉, 시계열 x_n 에 대한 이산 푸리에 변환은

$$\hat{x}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j2\pi kn/N} \tag{3.2}$$

와 같으며, $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 은 주파수 지수이다. 한편, 스케일 변환된 함수 $\Psi(t/s)$ 의 푸리에 변환은 $\hat{\Psi}(s\omega)$ 로 주어진다. 따라서, 합성정리에 의하여, Wavelet 변환 $W_n(s)$ 은 시계열 x_n 의 이산 푸리에 변환 \hat{x}_k 과 Wavelet 함수의 푸리에 변환 $\hat{\Psi}(s\omega)$ 의 곱을 역푸리에 변환한

$$W_n(s) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}_k \hat{\Psi}^*(s\omega_k) e^{j\omega_k n \Delta t} \tag{3.3}$$

으로도 정의될 수 있다. 단, 각 주파수는

$$\omega_k = \begin{cases} \frac{2\pi k}{N\Delta t} & k \leq N/2 \\ -\frac{2\pi k}{N\Delta t} & k > N/2 \end{cases} \tag{3.4}$$

로 정의된다. 각 스케일 s 마다 식(3.4)와 표준 푸리에 변환 루틴을 사용해서 모든 n 에 대해 효율적이고도 동시에 연속 Wavelet 변환을 계산할 수 있다.

2.3.2 분해

원래의 신호를 저역 통과 필터(Lowpass Filter)와 고역 통과 필터(Highpass Filter)를 통과시켜서 근사화 부분과 Detail 성분을 나누는 것으로 Matlab에서는 Symmetric, Coiflet 그리고 Daubechies 등의 Wavelet 모함수를 사용하는 Filter가 있다. 본 연구에선 연속 Wavelet 변환이 계산이 복잡하여 시간이 오래 걸리는 단점을 극복하기 위해 Daubechies 레벨3으로 분해하여 데이터수를 줄였다.

2.3.3 Wavelet 모함수의 선택

Wavelet 변환은 신호에 존재하는 특성의 형태를 반영해야 한다. 점프성이거나 계단상의 신호에 대해서는 Harr와 같은 boxcar 타입의 함수가 선호되며, 완만하게 변화하는 신호에 대해서는 감쇠

여현파와 같은 smooth한 함수를 선택해야 한다. Wavelet 전력 스펙트럼을 중요시한다면, 어떠한 Wavelet을 택해도 유사한 결과를 나타내므로 Wavelet 변환의 선택은 임의적이다.

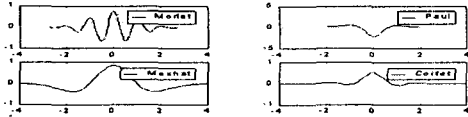


Fig 2.1 Wavelet Function

본 연구에서 사용된 비직교 Wavelet 함수는 신호 해석에 유리하고, Wavelet 진폭을 smooth하고 연속적으로 변환시킬 수 있다. Morlet과 Paul Wavelet은 복소수이나, Mexican Hat 및 Coiflet Wavelet은 실수치이다. 시간 영역에서 이들 Wavelet을 도시하면 그림 2.1과 같다. 복소 Wavelet 함수는 진폭과 위상에 관한 정보를 제공하고, 진동적인 특성을 포착하는 데 이용될 수 있다. 반면, 실수 Wavelet 변환은 하나의 성분만을 돌려주므로 peak점을 검출하거나 불연속성을 찾는 데 사용되어 질 수 있다. 본 연구에선 복소 Wavelet 계열인 Morlet을 사용하여 부하의 특성을 파악하였다. 그리고, 비직교적인 Wavelet 변환에서는 완전한 형상을 얻기 위해 스케일을 임의로 선택할 수 있다. 즉, 스케일을 다음과 같이 2의 멱승으로 표현하면 편리하다.

$$s_j = s_0 2^{j\Delta j}, \quad j=0, 1, \dots, J, \\ J = \Delta j^{-1} \log_2(N\Delta t/s_0) \quad (3.5)$$

여기서, s_0 는 최소의 분해능 스케일이며 J는 최대의 스케일을 결정한다. s_0 는 등가 Fourier 주기가 $2\Delta t$ 와 거의 같아지도록 결정하고, Wavelet 함수의 스펙트럼 공간 폭에 의존해서 Δj 를 충분히 작게 선택한다. Morlet Wavelet 변환의 경우, $\Delta j=0.5$ 는 스케일을 적절하게 샘플링할 수 있는 최대의 값이 된다. 그러나, 다른 Wavelet 변환 함수의 경우는 보다 더 큰 값을 선택해도 무방하다.

2.2.4 Wavelet 변환의 정규화

각 스케일 s 에서의 Wavelet 변환을 의미하는 식 (3.3)의 결과와 직접 비교해 볼 수 있도록, 이들에 대한 Wavelet 변환 $\Psi(s\omega_k)$ 가 단위 에너지를 갖도록 정규화시켜 $\widehat{\Psi}_0(s\omega_k)$ 로 표현한다.

$$\widehat{\Psi}(s\omega_k) = \left(\frac{2\pi s}{\Delta t} \right) \widehat{\Psi}_0(s\omega_k) \quad (3.6)$$

따라서, 무차원인 각 $\widehat{\Psi}_0$ 는

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\widehat{\Psi}_0(\omega)|^2 d\omega = 1 \quad (3.7)$$

로 된다. 이들을 정규화시키면 매 스케일마다

$$\sum_{k=0}^{N-1} |\widehat{\Psi}(s\omega_k)|^2 = N \quad (3.8)$$

를 가진다. 따라서, Wavelet 변환은 푸리에 계수 \widehat{x}_k 의 진폭치로만 가중되어지며, Wavelet 함수에는 영향을 받지 않는다. 합성적분 공식 (3.1)을 사용하기 위해, 정규화시키면

$$\psi \left[\frac{(\eta-n)\Delta t}{s} \right] = \left(\frac{\Delta t}{s} \right)^{1/2} \psi_0 \left[\frac{(\eta-n)\Delta t}{s} \right] \quad (3.9)$$

로 된다.

2.2.5 Wavelet 전력 스펙트럼

Wavelet 함수 $\Psi(\eta)$ 는 일반적으로 복소수이며, Wavelet 변환 $W_n(s)$ 또한 복소수이다. 변환은 실수부 $Re[W_n(s)]$ 와 허수부 $Im[W_n(s)]$ 로 나누어지며, 진폭 $|W_n(s)|$ 및 위상 $\tan^{-1} \frac{Re[W_n(s)]}{Im[W_n(s)]}$ 으로 표현된다.

3. 실험결과 및 고찰

기존의 변압기의 임펄스 테스트를 위해서는 Tettex Instrument사의 HIAS743이 많이 사용되어지고 그 결과는 그림 3.1과 같다. 그러나 이러한 방법의 경우, 과도특성의 정확한 해석이 어려울 뿐만 아니라 변압기 상태의 정밀한 판단에 어려움이 따른다.

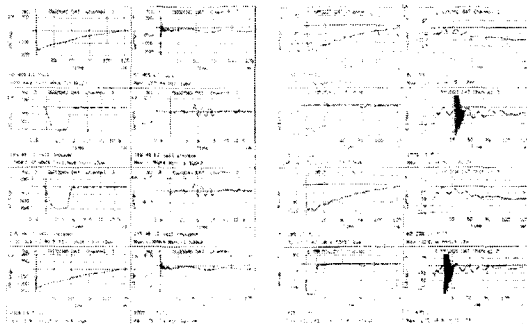


그림 3.1(a) 정상 변압기 그림 3.2(b) 고장 변압기

실제 정상과 고장 변압기의 테스트 수행 결과를 본 논문에서 제안한 Wavelet 변환에 의한 결과는 그림 3.2에서 그림 3.5와 같다.

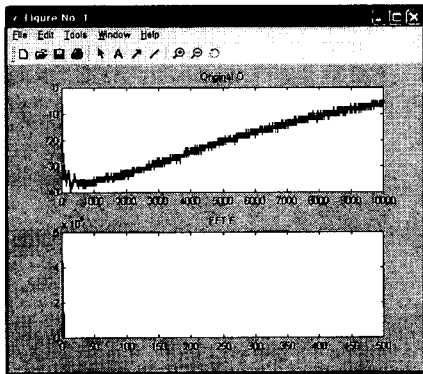


그림 3.2 정상변압기의 Fourier 변환 결과

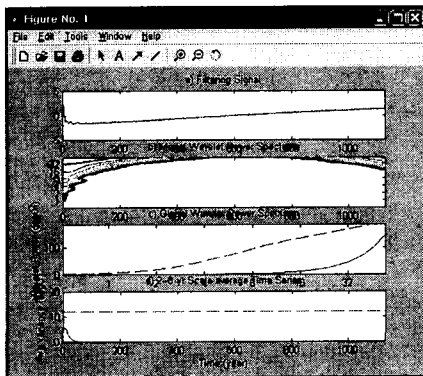


그림 3.3 정상변압기의 Wavelet 변환 결과

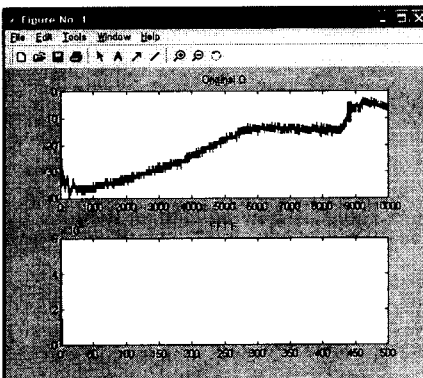


그림 3.4 고장변압기의 Fourier 변환 결과

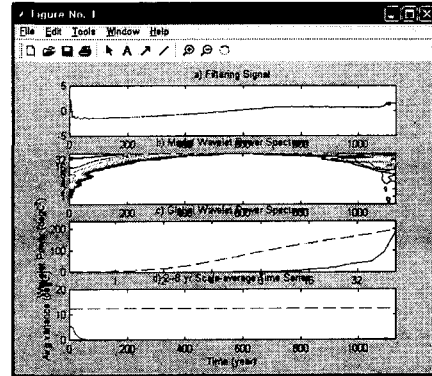


그림 3.5 고장변압기의 Wavelet 변환 결과

그림에서 보여지는 바와 같이 정상 변압기와 고장 변압기의 Fourier 변환의 결과는 그 구분에 어려움이 따르나 Wavelet 변환의 결과에서는 그 결과의 차이를 확연히 관찰할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 변압기의 고장 진단을 위하여 Wavelet 변환을 사용하였다. 변압기의 고장 진단을 위하여 기존의 Fourier 변환에 의한 결과와 비교하여 볼 때, 본 논문에서 제안한 방법의 경우 미소한 고장의 요소까지 판별이 가능하므로 제작 후의 미소한 고장 요인에 의한 사고를 미연에 방지할 수 있으므로 인적 물적으로 그 기대효과가 크다고 하겠다.

참고문헌

- [1] Rioul, Olivier and Martin Vetterli, "Wavelets and signal processing," IEEE Signal Processing Magazine, October 1991, p.14-38
- [2] "特輯 웨이블릿 변환의 산업應用", 유렉트로닉스, Vol. 11, 1995.
- [3] Holschneider, "Wavelets An Analysis Tool", Calrendon Press Oxford, 1995.
- [4] I. Daubechies, " Ten Lectures on Wavelets", Siam, 1992.
- [5] C. K. Chui, "An Introduction to Wavelets", Academic Press, 1992.
- [6] 齋藤 兆古, "Mathematicaによる 웨이블릿 변환", 朝創書店, 1996.