

## 음향공진법에서의 형상계수 영향에 관한 고찰

최영식\*(명지대 대학원 기계공학과), 박명균(명지대 기계공학과), 박세만(명지대 기계공학과)

### An Investigation of Shape Factor Effects on Elastic Modulus with Acoustic Resonance Method

Y. S. Choi(Dept. of Mech. Eng., Myongji Univ.), M. K. Park(Dept. of Mech. Eng., Myongji Univ.)  
S. M. Bahk(Dept. of Mech. Eng., Myongji Univ.)

#### ABSTRACT

In this investigation, experimental attempts were made to observe and determine the variations in elastic of the PVC depending on the amounts of MBS added to the mixture, PVC/MBS, and also on the thicknesses of the specimens. An acoustic resonance technique was used for the tests in this investigation. It serves as a method to characterize properties of materials set in vibrational motions, which is initiated by low level stresses generated by externally supplied acoustic energy. Substantial variations were observed in the test results with the addition of the MBS to the PVC. It was found that the magnitudes of elastic constants decrease when MBS rubber was added in the range up to 9 phr and the shape factor effect in torsional vibration is more significant than the shape factor effect in flexural vibration.

**Key Words :** A coustic Resonance Method(음향공진법), Internal Friction(내부마찰), Elastic Material Properties(탄성계수), Natural Frequency(고유 진동수), Damping(감쇠)

#### 1. 서론

금세기에 들어서 고체물리가 크게 발전함과 더불어 고체 성질에 관한 광대한 양의 정보가 축적됨과 아울러 새로운 소재가 속속 개발되고 있다. 따라서 소재특성에 관한 정보도 점차 늘어가고 있다. 탄성계수는 소재특성을 파악하는데 중요한 특성 평가 값 중의 하나이며 이를 정확하게 신뢰성 있게 평가하기 위한 방법의 개발이 요구되고 있다.

탄성계수를 측정하는 방법은 여러 가지가 있는데 일반적으로 시편의 파괴를 수반하는 기계적 실험법과 시편의 파괴 없이 진동과 초음파원리를 이용한 비파괴 측정 방법이 있다. 비파괴 측정 방법중 하나인 음향 공진법은 시스템의 진동원리를 이용하여 공진 주파수와 진동시 재료의 내부 마찰계수 등과 같은 특성을 측정하여 탄성계수 및 감쇠계수를 동시에 규명할 수 있다. 본 연구에서 음향 공진법을 이용 PVC/MBS(Methylmeth acrylhte-Butadiene-Styrene copolymer) 복합재에서 기지재료인 PVC 재료에 보강재료인

MBS재료를 첨가했을때 MBS첨가량에 따른 탄성계수의 변화와 두께의 크기, 즉 형상계수가 탄성계수에 미치는 영향을 검토하였다.

#### 2. 이론

##### 2.1 굽힘 공진 주파수를 이용한 종탄성계수

시편의 길이가  $L$ 인 사각막대의 굽힘 공진주파수(flexural resonance frequency)와 종탄성계수(Young's Modulus;  $E$ )의 관계는 1차 모드인 경우, 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(1,2)</sup>

$$E = 0.94642 \frac{\rho f_F^2 L^4}{t^2} T \quad (1)$$

여기서,

$f_F$  : 굽힘 공진 주파수

$L$  : 시편의 길이

$\rho$  : 밀도

$T$  : 형상계수

$t$  : 시편의 두께

$\nu$  : 포아송비

형상계수  $T$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = \frac{1 + 6.585(1 + 0.0752\nu + 0.8109\nu^2) \left(\frac{t}{L}\right)^2 - 0.868 \left(\frac{t}{L}\right)^4}{1 + 6.338(1 + 0.1408\nu + 1.536\nu^2) \left(\frac{t}{L}\right)^2} - \frac{8.340(1 + 0.2023\nu + 2.173\nu^2) \left(\frac{t}{L}\right)^4}{1 + 6.338(1 + 0.1408\nu + 1.536\nu^2) \left(\frac{t}{L}\right)^2} \quad (2)$$

## 2.2 비틀림공진 주파수를 이용한 횡단성 계수의 측정

비틀림 공진주파수(torsional resonance frequency)와 횡단성계수(전단계수;G) 사이의 관계를 길이가  $L$ 인 사각막대의 1차 모드인 경우에 대하여 정리하면 다음과 같다.<sup>(3,4)</sup>

$$G = \rho(2L f_T)^2 R \quad (3)$$

여기서,

$f_T$ : 비틀림 공진 주파수

$L$ : 시편의 길이

$\rho$ : 밀도

$R$ : 형상계수

형상계수  $R$ 는 사각막대의 경우 다음과 같은 방정식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$R = \left[ \frac{1 + \left(\frac{a}{t}\right)^2}{4 - 2.521 \frac{t}{a} \left(1 - \frac{1.991}{e^{\frac{a}{t}} + 1}\right)} \right] \left[ 1 + \frac{0.00851 a^2}{L^2} \right] - 0.06 \left(\frac{a}{L}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{a}{t} - 1\right)^2 \quad (4)$$

여기서,

$a$ : 시편의 폭

$t$ : 시편의 두께

## 3. 실험

음향 공진법의 측정장치는 재료에 연속적인 진동을 가해주는 가진기 부분(driver)과 재료의 진동을 수신하는 수신기(pick-up)부분으로 나뉜다. 측정장치에서 가장 중요한 부분은 가진기와 수신기 부분이다. 가진기로는 고음용 스피커, 고효율 압전 변환기(high-power piezoelectric transducer)등이 이용될 수 있는데 이중 가장 구하기 쉬운 고음용 스피커(tweeter type speaker)를 사용하였다. 반면에 pick-up 장치로는 주파수 범위가 20~20000 Hz 범위의 전축바늘(phonographic needle)을 사용하였는데 수신기에서 얻

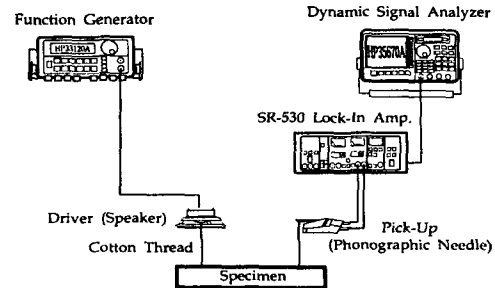


Fig. 1 General block diagram of instrumentation for acoustic resonance method.

어진 신호는 매우 미약하기 때문에 이의 효율적인 검출을 위하여 여러 종류의 전축바늘을 사용해 보았다. 그 결과 최대의 효율을 낼 수 있는 세라믹 바늘을 본 실험에서는 사용하였다. 신호 분석을 위해서는 HP35670A dynamic signal analyzer를 사용하였고 신호의 소리와 잡음비를 높이기 위하여 고정증폭기(SR-530 lock-in amplifier)를 사용하였다. 함수발생기로는 HP33120A synthesized function/sweep generator를 사용하였다. 전체 장비의 구성은 Fig.1과 같다. 재료를 지지하는 방법은 여러 가지가 있는데 그중에 실로 재료를 매다는 방법을 택하였다. 절점(nodal points)의 위치는 Fig.2에 보여지는 것처럼 양 끝단에서부터  $0.224L$ 에 오게 하였다. 이 절점에서는 진동이 생기지 않기 때문에 실의 매듭이 절점을 벗어나도록 해야하는데 대부분의 측정이 절점으로부터 6mm 정도 벗어났을 때 잘 이루어짐을 확인하였다. 매듭의 상대적인 위치를 변화시키면 다른 진동 모드의 공진주파수를 측정할 수 있다. 즉 두 개의 매듭이 재료의 중앙에 위치하면 굽힘 공진 주파수를 측정할 수 있고, 재료의 끝에 그리고 매듭의 위치는 대각으로 하게 되면 비틀림공진 주파수를 측정할 수 있다.

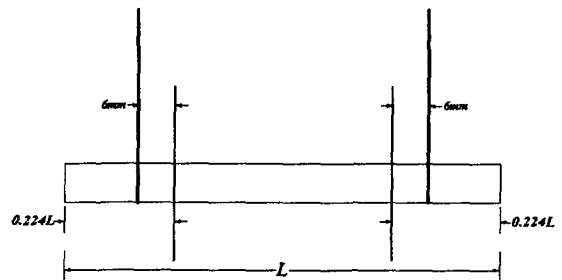


Fig. 2 Suspension arrangement

#### 4. 실험 결과 및 분석

먼저 본 실험장치의 신뢰성을 검토하기 위해 탄성 계수값이 잘 알려진 표준시편을 사용 그 결과를 비교해 보았다, 이때 사용된 시편은 알루미늄 2014T6시편(  $E=72$  GPa,  $G=16$  GPa)이다. 음향공진법을 사용 측정된 종탄성 및 횡탄성 계수값은 71GPa, 17GPa로 각각 오차범위2%에 들음을 확인할 수 있었다. 또한, 유한요소법을 사용하여 보 시편의 자유-자유단 경계조건의 경우에 공진주파수를 계산하여 실험으로 측정된 공진주파수와 1차, 2차, 3차 모드에서 비교하였을 때 1,2차 모드에서는 오차 범위 1%내외임을 알 수 있었다. 이상의 결과로 본 실험에서 사용된 음향공진법과 실험장치에 대해 신뢰성을 확인할 수 있었고 이장치를 PVC/MBS재료의 탄성계수값 측정에 적용하였다. 사용된 시편은 취성의 PVC 재료에 연성의 MBS를 첨가한 복합재료이다. MBS 함유량을 각각 0phr(part/hundred resin) , 5phr, 7phr, 9phr로 변화시켜 복합재료 시편을 제작하였다. 또한 두께의 영향을 검토하기 위해 두께가 2mm, 3mm, 5mm로 제작하였다. Table 1은 시편의 각 기본 형상치수와 이를 이용 계산된 밀도값을 표시 한다. 굽힘 공진주파수와 비틀림 공진주파수를 측정하여 이론식(1), (3)을 사용 계산한 중, 횡탄성계수값( $E$ ,  $G$ )은 Table 2에 나타내었다. Fig.3는 실험을 통해 얻어진 굽힘 공진 주파수를 이용 시편두께와 보강재인 MBS 첨가량에 따른 종탄성계수  $E$ 값의 변화를 나타낸 것이다. Fig.4에 나타난 것 같이 연성재료인 MBS 첨가량이 증가 할수록 횡탄성계수인  $G$ 값이 감소하는 경향을 보인다. 충격 특성치를 개선하기 위해 보강재로 사용되는 MBS재료의 첨가로 충격 강도적인 측면에서

Table 1 Dimension and density of specimen.

amount of rubber (phr)	length (mm)	thickness (mm)	width (mm)	density (kg/m <sup>3</sup> )	Poisson's ratio
0	89.94	2	9.96	1400	0.4
	89.52	3	9.92	1410	
	90.43	5	9.99	1390	
5	88.21	2	10.03	1360	
	89.00	3	10.07	1370	
	89.74	5	10.04	1360	
7	88.35	2	10.03	1370	
	88.38	3	10.03	1360	
	87.73	5	10.05	1380	
9	88.84	2	10.03	1360	
	89.15	3	10.03	1360	
	88.68	5	10.03	1350	

Table 2 Experimental results from acoustic resonance method.

amount of rubber (phr)	thickness (mm)	flexural natural frequency (Hz)	Young's Modulus (GPa)	torsional natural frequency (Hz)	Shear Modulus (GPa)
0	2	410	3.6	2010	1.3
	3	605	3.5	3370	1.2
	5	976	3.4	3776	1.2
5	2	404	3.2	1968	1.2
	3	584	3.1	3368	1.1
	5	970	3.2	3768	1.1
7	2	413	3.0	2000	1.1
	3	580	2.9	3362	1.1
	5	965	2.9	3710	1.1
9	2	402	2.9	1960	1.2
	3	547	2.7	3240	1.1
	5	938	2.8	3416	1.0

는 개선이 있으나 강성적인 측면에서는 다소 손실이 있음을 알 수 있다.<sup>(8)</sup> 시편두께의 영향을 알아보기 위해 5phr의 MBS재료가 첨가된 경우를 살펴보면 시편 두께가 2mm, 3mm, 5mm인 경우 길이가 일정할 때 3.1GPa에서 3.2 GPa 내외로 큰 차이가 없음을 알 수 있는데 이와 같은 미소한 차이는 제작과정에서 시편 재료의 균질성의 문제로 기인된다고 사료된다. Fig. 5에 따르면 시편의 두께가 증가하더라도 형상계수  $T$ 는 일정한 값을 가짐을 알 수 있어 종탄성 계수 측정에는 영향을 미치지 않는다고 판단된다. 또한, 포아송비의 차이도  $L/t$ 가 10이하일때는 형상계수  $T$ 에는 영향을 미치지 않고 따라서 종탄성계수 측정에는 큰 영향이 없다고 사료된다. 반면 공진 주파수는 종탄성계수가 일정한 경우에는 두께의 증가에 따라 선형적으로 증가됨을 알 수 있다. Fig.4은 비틀림 공진주파수를 측정하여 구한 두께별 전단계수  $G$ 값을 나타낸다. 비틀림 공진주파수는 굽힘 공진주파수에 비해 좁은 주파수 영역대에서 발생됨을 알 수 있다. 횡탄성계수값( $G$ ) 역시 종탄성계수인  $E$ 값의 경향과

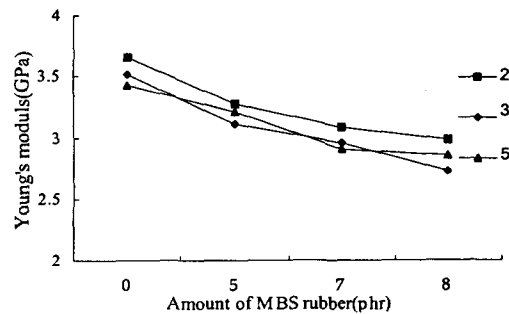


Fig. 3 Young's modulus depending on thickness and rubber contents

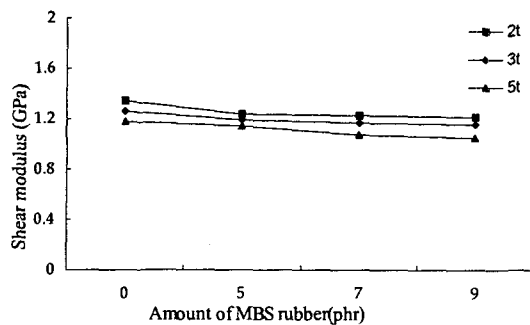


Fig. 4 Shear modulus depending on thickness and rubber contents.

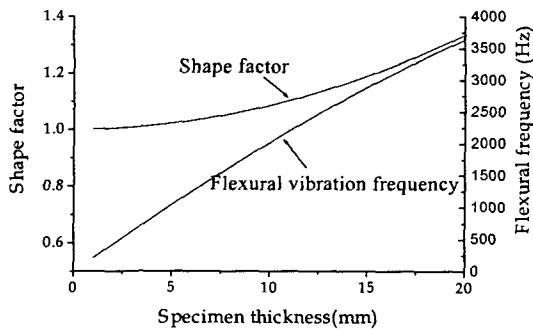


Fig. 5 Shape factor and flexural frequency depending on specimen thickness

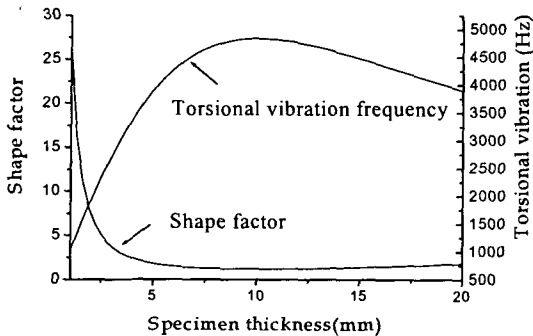


Fig. 6 Shape factor and torsional frequency depending on specimen thickness

마찬가지로 MBS 재료의 첨가량이 증가할수록 감소되는 경향을 보이고 있다. 또한 MBS 고무함유량이 동일한 경우 시편의 두께가 증가할수록 횡탄성계수가 미소하게 감소함을 나타내고 있다. 이러한 경향은 Table 3과 식(3)에서 나타나듯이 전단계수  $G$  값은 시편의 두께가 증가할수록 공진주파수가 증가하므로  $G$  값도 증가해야 하는데 이와는 반대로 감소함을 보여주고 있다. 이는 시편길이가 일정한 경우 시편의

두께가 커질수록 형상계수  $R$ 이 크게 감소하기 때문에 사료된다. Fig.6에서 보여 주듯이 두께가 증가됨에 따라 비틀림 형상계수  $R$ 은 급격히 감소됨을 알 수 있다. 따라서  $L/t$ 가 20 이상에서는 횡탄성 계수의 측정에서 민감한 영향을 끼친다고 볼 수 있다. 또 다른 차이점의 요인은 시편의 제작 과정상 특정부위에 지나치게 MBS 입자가 불균질하게 편중 분포되어 반영된 결과로 사료된다. 하지만 MBS 재료가 전혀 첨가되지 않은 0 phr에서의 경우 두께가 2mm 일때와, 3mm, 5mm 일 때 전단계수가 1.3GPa에서 1.1GPa로 변한 것은 두께의 영향으로 유추할 수 있다.

#### 4. 결론

음향 공진법을 사용하여 PVC/MBS 재료의 탄성계수를 측정하였다. 두께와 MBS함유량의 변화에 따른 실험을 통해 나온 결과는 PVC 재료에 상대적으로 연성재료인 MBS함유량의 증가에 따라 탄성계수는 감소함을 알 수 있고, 비틀림 공진주파수에서의 형상계수의 영향이 굽힘 공진 주파수보다 탄성계수의 측정에 있어 훨씬 민감한 요소임을 알수있다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Leo, L. B., and Eric, E. U., 1992, Noise and Vibration Control Engineering, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (2) 박연수 등, 1998, "발파진동에 의한 가스관의 안전성 평가, 연구보고서", 한국가스공사 연구개발원, 5장.
- (3) 박연수 등, 1999, "차량하중하에서 가스관의 진동 측정 및 평가", 한국소음진동공학회, 춘계학술발표회 논문집, pp. 572~577.
- (4) Kenneth, G. M., 1995, Vibration Testing, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (5) Mary, J. S., and William, B. S., 1997, Impact-Echo: Nondestructive Evaluation of Concrete and Masonry, Bullbrier Press, Ithaca, New York.
- (6) Lee, Won Jae, 1988, "Characterization of composites by internal friction and elastic modulus measurements", M. S. Thesis, Michigan State University
- (7) Rao, 1995, Mechanical Vibrations, Addison-Wesley, New-York.
- (8) 최영식 등, 2001, "샤피충격시험기를 이용한 고무보강 폴리머재료의 파괴인자 결정에 관한연구", 대한기계학회, 춘계학술발표회 논문집, pp. 389.