

# 외팔보에서 3가지 홀의 형상변화에 따른 응력분포특성에 관한 연구

최경호\*, 권영석, 홍도관(동아대 대학원 기계공학과), 김현수(동아대 기계산업시스템공학부)

## A Study on the Characteristics of Stress Distribution of 3-kinds of holes on a cantilever

K. H. Choi\*, Y. S. Kwon, D. K. Hong(Mech. Eng. Dept., DAU)

H. S. Kim(Mech. & Ind. Syst. Eng. DDiv., DAU)

### ABSTRACT

In this study, 3 kinds of holes (square, circular and elliptic holes) are attempted on a cantilever to reduce the weight by 30 %. Maximum Von-Mises stresses of cantilever plate with 3 kinds of holes are investigated. For the elliptic holes, a shape optimization is attempted to find the optimum angle of axis by rotating the axis by 10° from 50° to 120° .

From the results, it is known that the maximum stress is decreased to 0.868 MPa by rotation of the axis of elliptic hole and 0.26 MPa is decreased compared with the maximum stress occurred on the circular hole.

**Key Words** : Shape optimization(형상 최적화), Elliptic hole(타원형홀), Cantilever plate(외팔평판)

### 1. 서론

구조물이나 기계부품 등은 용도 및 중량감소를 위한 다수의 개구부가 존재한다. 실제 설계에서는 불연속부가 존재하는 구조물을 대상으로 하기 때문에 개구부를 지닌 판의 정적 및 동적 거동의 이해가 매우 중요하다. 개구부를 지닌 판은 자동차, 항공기, 건축 구조물, 구동차량, 선박 및 토목 구조물 등에 구조적 요소로 광범위하게 사용되고 있다. 원공 구조물을 설계하는 과정에서 일반적으로 원공의 위치와 형상이 구조물의 응력 분포 변화에 끼치는 영향이나 응력집중과의 관계를 고려하지 않고, 시스템을 쉽게 연결할 수 있도록 그 위치와 형상을 임의로 선정하는 경우가 많다. 이런 원공 구조물은 최적 설계 측면에서 치명적인 결함을 주어 원래 모재 강도보다 약 30~40% 정도 강도를 저하시키는 결과를 초래하여, 이를 보완하거나 다시 설계하는 문제가 야기된다.

본 연구에서는 보다 효율적이고 가공의 편의성을 고려하여 실제 구조물과 유사한 형태의 홀이 존재하

는 사각평판에 대하여 동일한 체적에서 원형, 타원형 및 사각형 홀이 존재할 때의 응력분포와 최대응력을 구했다. 그 결과로부터 원형과 타원형의 경우가 사각형의 경우보다 최대응력이 적게 나오므로 같은 체적상에서 원의 경우에는 많은 논문이 나와있으므로 타원형홀에 대해서 홀의 장축을 회전시킴으로써 평판의 최대응력을 구했고, 홀의 회전에 대해서 최대응력을 최소화하는 형상최적화하여 구조물의 30%를 경량화하였다.<sup>(1), (2)</sup>

### 2. 이론

#### 2.1 평판의 응력방정식

본 연구에서는 일정체적에서의 응력을 고려하여 타원의 회전으로 평판의 응력을 최소화하고 타원 주위의 응력분포와 최대응력의 위치와 응력집중요인을 알고, 설계목표를 만족하는 구조물을 결정하는 것이다. 타원 주위의 응력을 정식화하면 다음과 같다.<sup>(3)</sup>

$$\cos 2\beta = (a'^2 - b'^2)/(a'^2 + b'^2)$$

$\sin 2\beta = \pm(2a'b)/(a'^2 + b'^2)$   
 $\beta$  는 타원 주위의 최대응력지점으로 최대응력은

$$\sigma_{\beta\max} = \frac{\tau(a' + b')^2}{a'b}$$

이고, 만일 응력  $\tau$  가 참고응력을 사용했다면 일치하는 응력집중요인은

$$K_t = \frac{(a' + b')^2}{a'b}$$

이다.

### 2.2 형상최적화

본 연구에서는 타원형 홀 3개로 구성된 모델을 선정하여 타원의 회전각  $\theta$  를 설계변수로 하여 제약 조건은 등호제약조건으로 체적을 일정하게 하고 평판의 최대 Von-Mises을 목적함수로 하여 Ansys 5.7 에서 first order method<sup>(4)</sup>을 적용하여 형상최적설계를 수행하였다.

$$\text{Min : } F = \sigma_{\max} \quad (5)$$

$$\text{Subject to : } \sum_{i=1}^N A_i \cdot t_i = C \text{ (constant)} \quad (6)$$

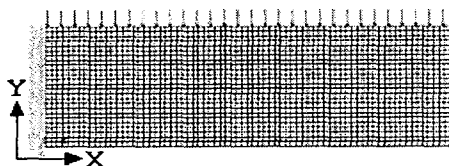
여기서 최소화를 위한 목적함수는 평판의 최대응력이고,  $N$ 은 요소의 개수,  $A_i$  는  $i$ 번째 요소의 면적,  $t_i$ 는  $i$ 번째 요소의 두께이며 항상 일정하다.

$\sigma_{\max}$  는 매 반복하여 얻게되는 최대 Von-Mises 응력이다.<sup>(5)</sup>

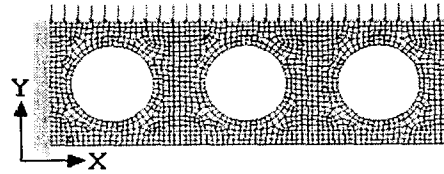
### 3. 평판의 유한요소해석

#### 3.1 유한요소모델

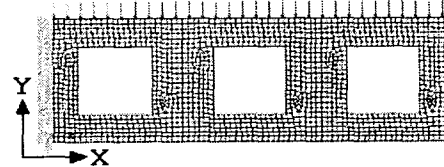
본 연구에서는 사각평판 구조물의 전체 체적에서 30%의 일정한 중량을 홀의 형상에 따라 각각 원형, 사각, 타원으로 하여 경량화 한 상태에서 끝단에 분포하중이 가해졌을 경우, 하중의 형태에 따른 응력분포를 구했다. 유한요소모델은 Fig. 1에 표시하였으며 초기모델로서 축의 길이가 300×100 mm, 두께가 1mm인 평판이고, 길이나 넓이에 비해 두께가 얇기 때문에 4절점 쉘요소(Shell element)를 사용하였고 (a)는 초기형상, (b)는 원형홀, (c)는 사각홀, (d)는 타원홀이다.



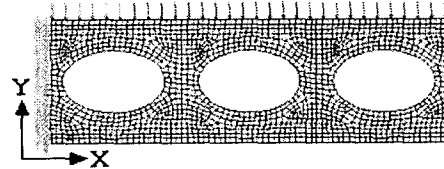
( a )



( b )



( c )



( d )

Fig.1 Initial design domain of cantilever plate with three holes

요소는 등방성, 등질성, 선형탄성으로 가정하고, 평판의 유한요소 초기모델은 홀이 없는 단순지지형태의 평판으로 요소와 절점의 개수는 Table 1에 나타나있다.

Table 1 node and element of each models

	nodes	elements
No hole	2028	1875
circular holes	1527	1299
rectangular holes	1647	1413
elliptic holes	1635	1407

재질은 용접 구조용 열간 압연강인 SMA50A를 사용하였으며 기계적 성질은 Table. 2에 나타나있고 왼쪽의 지지단으로부터 홀의 이름을 첫 번째 타원홀, 두 번째 타원홀, 세 번째 타원홀로 정했다.

Table 2. Material properties of SMA50A

Material property	Value
E(Young' modulus)	200 000 MPa
$\nu$ (poisson's ratio)	0.3
$\rho$ (density)	7.959E-9 kg-s <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup>
yeild stress	235 MPa

## 2.2 경계조건 및 하중조건

본 연구에서는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 외팔 보형태이며, 경계조건으로는 지지부를 x, y, z 방향으로 완전 고정하였다. 그리고 하중의 크기는 집중 하중이 100 MPa을 기준으로 하였으므로 단위길이당 0.333 MPa의 분포하중이 작용한다고 가정하였고, 이때의 최대응력을 구하였다.

## 4. 결과 및 토의

본 연구에서는 가로와 세로비가 다른 직사각형 평판에서 왼쪽 지지단을 완전히 구속하고, 외팔 평판의 상부에 균일한 분포하중 적용하여 Ansys 5.7에서 해석을 수행하였다. Table 3은 해석한 결과를 나타내었고, 결과로부터 원형홀과 타원형홀의 경우가 사각형홀보다 약 4 MPa 정도 최대응력(Von-Mises응력)이 적게 나왔다.

Table 3 Maximum stress of cantilever plate with three kinds of hole

	Maximum Stress(MPa)
No hole	12.597
circular holes	17.012
rectangular holes	21.548
elliptic holes	17.620

Fig. 2은 타원홀의 장축을 첫 번째 홀부터 차례로  $10^\circ \sim 170^\circ$  까지  $10^\circ$  씩 회전시켜 해석을 수행하였다. Fig. 3의 그래프는 각 타원형홀을  $10^\circ$  씩 회전시켰을 때의 결과로서 타원형홀의 회전각에 따른 평판의 최대응력의 변화와 홀의 원주상의 최대응력을 나타내며, (a)의 그래프에서 회전각이 증가함에 따라 최대응력이 점점 증가하다 회전각  $100^\circ$  를 기점으로 다시 낮아짐을 알 수 있고, 회전각이  $50^\circ \sim 120^\circ$  사이에서 평판에서 발생한 최대응력이 타원홀의 원주상에 발생한 최대응력이 일치하는 것을 알 수 있다. (b)와 (c)의 경우에는 전체 최대응력과 비교했을 때 응력의 차가 크므로 타원홀의 회전이 전체 최대응력의 영향에는 미치지 않는다는 것을 알 수 있다.

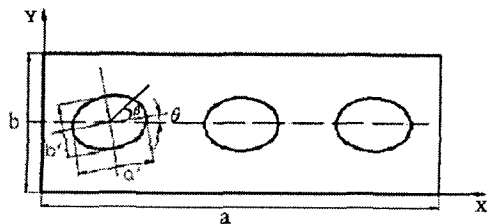
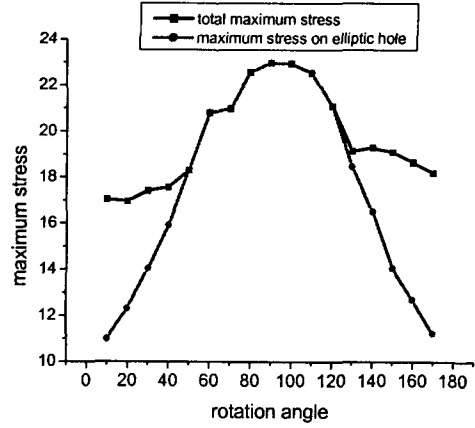
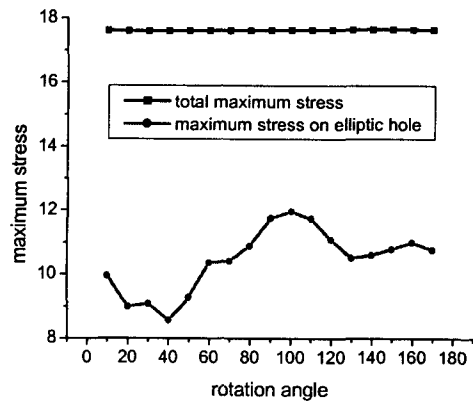


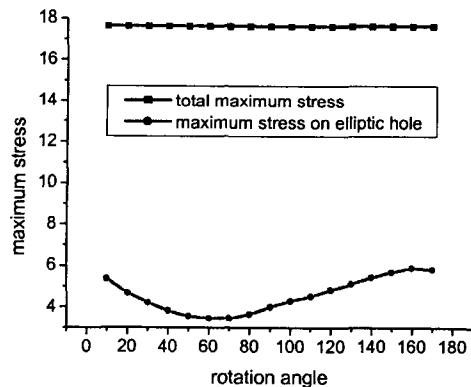
Fig. 2 Rotation angle of elliptic hole



(a) 1st hole



(b) 2nd hole



(c) 3rd hole

Fig. 3 Comparison with maximum stress on circumference of elliptic hole of cantilever plate

Fig. 4는 첫 번째 타원홀을 회전시켰을 때 타원홀의 원주상에서의 응력분포이며 평판의 최대응력이 타원의 회전각이  $50^\circ \sim 120^\circ$  사이에서 타원홀의 원주상으로 이동한 것을 나타내었다. 그리고 회전각  $50^\circ \sim 90^\circ$  에서는 타원의 원주상의 상부에 최대응력이 발생하지만  $100^\circ \sim 120^\circ$  에서는 최대응력이 하부에 존재하는 것을 알 수 있다.

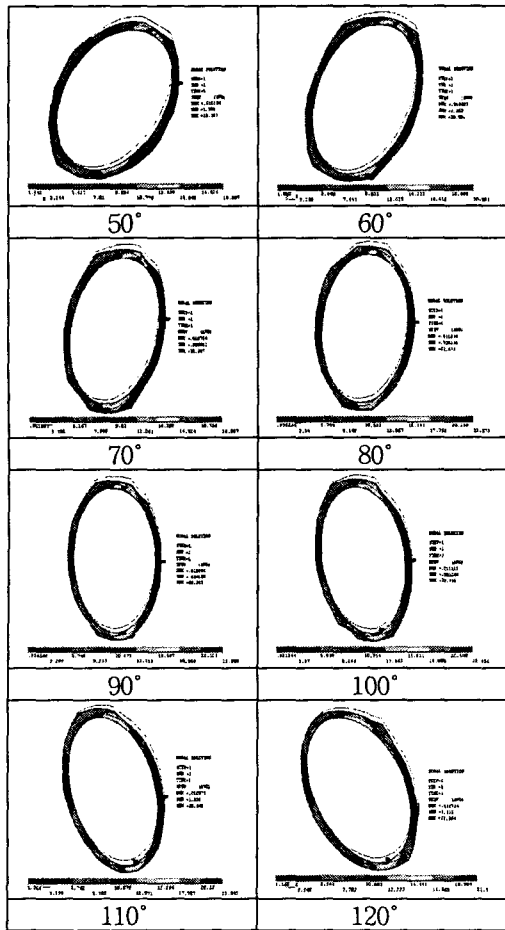


Fig. 4 Stress distribution of surround circumference of 1st hole

Fig. 5은 초기모델의 경우와 동일 조건하에서 형상 최적화를 한 것으로 첫 번째 hole의 각도는  $15.157^\circ$ , 두 번째 hole의 각도는  $17.459^\circ$ , 세 번째 hole의 각도는  $17.343^\circ$ 로 나왔고, 이때의 최대응력은  $16.752 \text{ MPa}$ 로 회전을 하지 않았을 때보다 약  $0.868 \text{ MPa}$ 정도가 낮아졌고, 원형홀의 최대응력보다  $0.26 \text{ MPa}$ 정도가 낮아졌음을 알 수 있다.

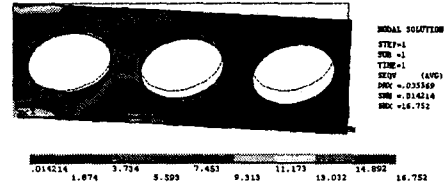


Fig. 5 Shape optimal design of cantilever plate with three elliptic holes

## 5. 결론

가로, 세로 길이가 다른 사각 평판에 대하여 가공의 용이성과 구조적 안정성을 고려한 30%의 경량화를 토대로 원형, 타원 및 사각홀로 구성된 초기 모델에 대하여 응력분포와 Von-Mises응력을 구했고 타원홀의 회전에 대해 평판의 Von-Mises응력을 구했으며 형상최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 홀의 형상에 따른 Von-Mises응력의 크기는 원형홀과 타원홀의 경우가 사각홀보다 작다.
2. 타원홀의 경우 첫 번째 홀에서의 응력 그래프를 볼 때 평판의 Von-Mises응력에 미치는 영향이 크다.
3. 첫 번째 홀을  $50^\circ \sim 120^\circ$  까지 회전시킬 때 Von-Mises응력이 타원의 원주를 따라 이동함을 알 수 있다.
4. 타원홀의 장축을 회전시킴으로써 형상최적화 한 결과 Von-Mises응력이 약  $0.868 \text{ MPa}$ 정도가 낮아졌다.

## 참고문헌

1. 전형용, 성낙원, 한근조, "원공의 위치와 형상 변화에 따른 진동차 크로스 빔의 강도해석", 한국정밀공학회지, Vol 16, No 9, September, 1999.
2. 林莊根, 金泰完. "有孔板의 應力集中係數를 最小로 하는 hole 形狀의 最適化", 대한기계학회논문집, 제 9권, 제 3호, pp. 295-300, 1995.
3. Walter D. Pilkey, "Peterson's Stress Concentration Factor," John Willey & Sons, Inc., 1997.
4. ANSYS Element Reference Release 5.7, 2001.
5. Arora, J. S., "Introduction to Optimum Design, New York, McGraw-Hill", Inc., 1989.