

무차원계수를 이용한 왕복펌프의 성능평가 방법 개발

조희근*(농업기계화연구소), 윤진하**, 전종길**, 김경원**, 이인복**

A development of a displacement pump performance evaluation method by using dimensionless parameter

H. K. Cho (NAMRI, RDA), J. H. Yun, J. K. Jeon, K. W. Kim, I. B. Lee

ABSTRACT

There have been no obvious design criteria of high efficient displacement pump using a dimensionless parameter which can represent many physical aspect of displacement pump could be very useful to estimate displacement pump performance. Many dimensionless analysis methods have been developed in fluid dynamics, machine design and so on. In this study a new dimensionless parameter is developed for estimate displacement pump performance and efficiency, until now to evaluate the performance of displacement pumps which are widely used in industry field, primarily experimental methods have been used.

The dimensionless parameter contains many physical information about pump design. For example, they are the relation between flow rate and power, displacement operation displacement and size, inlet and outlet valve size . And the developed dimensionless functions are induced from numerical method.

Key Words : Displacement pump (왕복펌프), Dimensionless parameter (무차원계수)

1. 서론

유체기계란 물이나 공기와 같은 유체를 작동 물 질로 하여 이 유체와의 사이에 에너지 교환을 수행 하는 기계이다. 유체기계의 대표적인 것이 펌프이다. 왕복펌프는 피스톤 또는 플런저 등의 왕복운동 에 의하여 흡입밸브와 송출밸브를 장치한 실린더 속을 진공으로 만들어 낮은 곳의 물을 흡입하고 이 를 소요압력으로 압축하여 필요한 곳에 송수하는 펌프로서 물에 대하여 정적에너지를 전달한다. 일반적으로 왕복펌프는 송출유량은 적지만 고압을 요 구할 때 사용된다. 이러한 왕복펌프의 성능을 무차 원 계수를 이용하여 평가하기 위해 무차원 계수를 정의한다. 기존의 무차원 계수인 압력계수(pressure coefficient)를 사용하여 왕복펌프의 성능을 나타낼 수 있는 방법을 개발한다. 실제 유동을 해석적 방 법으로 엄밀하게 풀 수 있는 경우는 극히 제한되어 있기 때문에, 유체역학의 발달은 실험결과에 크게

의존하여 왔다. 유체역학에서 대부분의 현상은 복 잡한 기하학적 형상과 유동변수와 연관되어 있다. 예로서 정속운전을 하는 펌프의 압력을 생각하면 펌프의 출구에 작용하는 압력을 결정하기 위해서는 압력을 결정하는데 중요한 변수들을 하나하나 찾아야 한다. 펌프 출구의 압력과 관계되는 이러한 변 수들 분명 수개에서 운전상황에 따라서는 수십개가 될 것이다. 이러한 변수들을 일일이 실험을 통하여 그 변수의 영향력을 평가한다면 상당한 시간이 필 요하다. 그러나 차원해석을 통해서 적은 노력으로 도 의미있는 결과를 얻을 수 있다. 본 연구에서는 운전중인 왕복펌프의 결정적인 성능과 관계되는 압 력에 중점을 두어 펌프의 성능을 평가할 수 있는 무차원계수를 개발 하였다. 지금까지는 왕복펌프의 성능을 나타낼 수 있는 무차원계수가 없어서 다양 한 왕복펌프의 종류를 서로 비교할 때 어느것이 좀 더 효율적인 펌프인가를 결정하기가 쉽지않았다. 기존에 많이 사용되어 오던 무차원 압력계수(C_p)를

** 농업기계화연구소

왕복펌프의 성능을 평가 할 수 있는 압력계수로 전환함으로써 적은 노력으로 쉽게 펌프의 효율 및 성능을 평가하고 다양한 종류의 왕복펌프의 효율성을 비교 평가 할 수 있다.

2. 무차원 계수 C_p

무차원계수의 유도는 결국 복잡적이고 복잡한 문제를 어떻게 정의하고 무차원해석하는가에 귀착된다. 무차원계수가 어떻게 유도되고 적용되는 지를 알기 위해서 Fig. 1 과 같은 직경이 좁아지는 파이프 속에서의 흐름을 생각한다.

비압축성 유체의 흐름이 직경이 좁아지는 파이프의 관속을 정상상태로 흐르고 있다고 가정한다. 여기서 압력저하 ΔP_d ($\Delta P_d \equiv P_1 - P_2$), 유체의 속도를 V_1 , 파이프의 단면적을 각각 A_1 , A_2 라고 한다. 에너지 평형방정식을 적용하면 식(1)과 같다.

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gh_L \quad (1)$$

여기서 gh_L 은 mechanical energy loss 이다. Fig. 1에서 입구와 출구의 압력저하(pressure drop)를 계산하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\Delta p_d = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2) + \rho gh_L \quad (2)$$

관속에서의 흐름이 정상류이기 때문에, 관속의 속도는 식(3)과 같은 관계가 있다.

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (3)$$

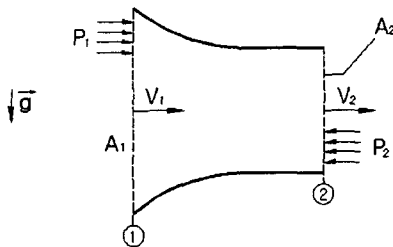


Fig. 1 Flow in horizontal converging pipe

따라서 압력손실은 다음과 같이 계산 되어질 수 있다.

$$\Delta p_d = \frac{1}{2} \rho V_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) + \rho gh_L \quad (4)$$

식(4)는 식(5)와 같은 함수의 형태로 나타내어질 수 있다.

$$\Delta p_d = f(V_1, \rho, A_2, A_1, gh_L) \quad (5)$$

식(4)와 이것의 일반적인 함수의 형태인 식(5)는 6 개의 무차원 변수를 가진 무차원 방정식이다. 식(4)를 $1/2 \rho V_1^2$ 으로 나누면 식(6)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\Delta p_d}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} = \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 + \frac{gh_L}{\frac{1}{2} V_1^2} \quad (6)$$

위에서 유도하였던 식들의 차원을 해석하면 다음과 같다.

$$\frac{\Delta p_d}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} = \frac{[M/LT^2]}{[M/L^3][L/T]^2} = [1] \quad (7)$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{[L]^2}{[L]^2} = [1] \quad (8)$$

$$\frac{gh_L}{\frac{1}{2} V_1^2} = \frac{[L^2/T^2]}{[L/T]^2} = [1] \quad (9)$$

식(6)의 일반화된 형태의 상사법칙 무차원함수의 형태는 식(10)과 같다.

$$\frac{\Delta p_d}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} = F \left(\frac{A_1}{A_2}, \frac{gh_L}{\frac{1}{2} V_1^2} \right) \quad (10)$$

식(9)와 이것의 일반화된식(10)은 모든면에서 식(7)과 같다. 그러나 식(10)은 단지 세개의 무차원 변수를 포함하고 있는 반면 식(7)은 여섯개의 무차원 변수를 포함하고 있다.

위에서 유도한 식(10)은 유체의 특성을 나타낼 수 있는 중요한 무차원계수이며 압력계수(pressure coefficient) 혹은 Euler number 라고 한다.

$$C_p = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} \quad (11)$$

3. 왕복펌프

Fig. 2 는 단동펌프의 크랭크 각과 피스톤운동을 나타낸다. 이러한 여기서 크랭크의 회전각 θ 가 변함에 따라 P 가 왕복운동하면서 유체를 밀어내게 된다. 피스톤의 속도를 x 라고 하면 x 는 식(12) 와 같이 나타낸다. 피스톤의 속도를 얻기위해 식(12) 를 미분하면 식(13)이된다.

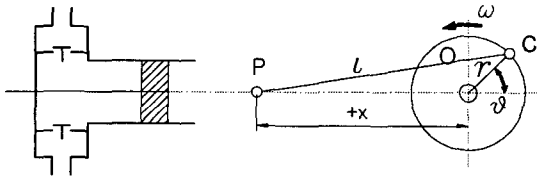


Fig. 2 Crank angle & piston operation of single displacement piston pump

$$x = l \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \theta \right) - r \cos \theta \quad (12)$$

$$u = r \omega \left(\sin \theta - \frac{1}{2} \frac{r}{l} \sin 2\theta \right) \quad (13)$$

식(13)에서와 같이 피스톤의 속도는 일정하지 않고 크랭크의 회전각 θ 에 따라 변하기 때문에 평균 속도 u_m 을 택한다. u_m 은 크랭크의 회전각이 $\pi/4$ 일때의 속도로 정한다. 여기서 구한 왕복펌프의 평균속도를 가지고 왕복펌프의 성능을 나타낼 수 있는 무차원 압력계수(pressure coefficient)와 유량계수(flow coefficient)를 계산한다. 이하 u_m 을 U 라 나타낸다.

4. 왕복펌프의 성능을 나타내는 무차원 계수

3 절에서 구한 피스톤의 평균속도를 가지고 왕복펌프의 성능을 나타낼 수 있는 무차원 계수 C_p , C_Q 를 유도하면 아래와 같다.

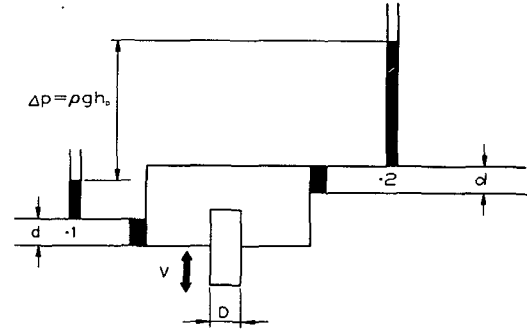


Fig. 3 Displacement pump and its head rise

Fig. 3 은 왕복펌프의 입구와 출구에서의 수두를 나타낸다. 유체공학에서 일반적인 C_p 의 형태는 식(14)와 같이 구성된다. Fig. 3 에서 압력의 높이는 유체의 점성에 의존한다. 이것은 무차원 계수로서 Reynolds number 를 포함해야 한다는 것을 의미한다

$$C_p = \frac{\text{Pressure rise}}{(\text{Density})(\text{Velocity})^2} \quad (14)$$

$$R = \frac{(\text{Density})(\text{Velocity})(\text{Length})}{\text{Dynamic Viscosity}} \quad (15)$$

왕복펌프에는 두가지 중요한 속도가 있다. 유체의 속도 V 와 피스톤의 평균속도 U 이며 이속도들의 비는 또한 중요한 무차원 변수가 된다.

$$\frac{V}{U} \quad (16)$$

유체 펌프에서는 압축성, 표면장력과 표면 중력 파 등은 무시된다 따라서 식(17)과 같은 중요한 무차원 성능계수의 형태로 나타낼 수 있다

$$C_p = f \left(\frac{V}{U}, R \right) \quad (17)$$

가장일반적인 형태의 무차원 압력계수는 식(18)과 같이 나타낼 수 있다

$$C_p = \frac{\Delta P}{\rho (\text{Velocity})^2} \quad (18)$$

식(18)에서 가장 명확하게 나타낼 수 있는 속

도는 유체의 속도이다. 유체의 속도는 식(19)와 같은 비례식의 형태로 나타내어 질 수 있다.

$$V \propto \frac{Q}{D^2} \quad (19)$$

정속도로 운전되고있는 왕복펌프라면 압력계수는 왕복펌프 피스톤의 평균속도 U 와 관계가 있으며 이것은 크랭크의 회전수 $N(rpm)$ 와 플런저 직경의 D 로 나타낼 수 있으며 식(20)과 같이 표현된다.

$$U \propto ND \quad (20)$$

가장 일반적인 형태의 압력계수는 식(21)이다.

$$C_p = \frac{\Delta P}{\rho U^2} \quad (21)$$

식(20)의 비례계수의 영향을 무시하면 식(21)은 식(22)와 같이 표현된다. 압력손실을 식(23)과 같이 나타냄으로써 무차원화를 더 진행시킬 수 있다. 이 결과식이 식(24), (25)가 된다.

$$C_p = \frac{\Delta P}{\rho N^2 D^2} \quad (22)$$

$$\Delta P = \rho gh_p \quad (23)$$

$$C_p = \frac{\rho gh_p}{\rho N^2 D^2} \quad (24)$$

$$C_p = \frac{gh_p}{N^2 D^2} \quad (25)$$

식(25)와 같은 형태를 왕복펌프의 수두계수(head coefficient)라 한다. 가장 일반적인 형태의 압력계수는 식(21)이다. 펌프에서 Reynolds number 의 속도는 피스톤에 의한 유체의속도 ND 로 나타내는 것이 더 의미가 있다.

$$R = \frac{ND^2}{\nu} \quad (26)$$

$$\frac{V}{U} = \frac{\text{Fluid velocity}}{\text{Piston velocity}} \propto \frac{Q}{D^2 (ND)} \quad (27)$$

식(27)에서 비례계수를 무시하면 식(28)과 같은 왕복펌프의 성능을 표시 할 수 있는 새로운 무차원 계수 C_Q (flow coefficient)를 얻을 수 있다.

$$C_Q = \frac{Q}{ND^3} \quad (28)$$

위의 모든 결과들을 종합하여 보면 왕복펌프의 성능을 표시할 수 있는 유용한 무차원 성능함수를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\Delta P}{\rho N^2 D^2} = \frac{gh_p}{N^2 D^2} = f\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{ND^2}{\nu}\right) \quad (29)$$

5. 결론

왕복펌프의 경우 각종 산업용 이나 농업용으로 많이 사용되고 있다. 그러나 지금까지 그 성능을 일반화된 정량적 함수와 수치로서 평가 할 수 있는 기준이 없었다. 따라서 설계자가 왕복펌프를 설계하거나, 성능평가, 다른 사양의 왕복펌프간 상호 성능(performance) 비교를 함에 있어서 지금까지 많은 어려움이 있었다.

본 연구에서는 이러한 기존의 문제점을 해결하기 위하여 왕복펌프의 성능을 평가 할 수 있는 무차원계수 C_p 와 C_Q 를 유도하였고 유용하게 적용할 수 있는 무차원 성능함수로 표현하였다. 이러한 무차원 계수와 함수를 가지고 왕복펌프의 성능을 평가 함으로써 많은 실험적 자료를 필요로했던 분석적 작업을 줄일 수 있을 뿐만 아니라 많은 수치해석적 방법에 기초적 정량함수로 적용될 수 있다.

참고문헌

1. Buckingham, E., "On Physically Similar Systems : Illustrations of the Use of Dimensional Equations," Physical Review, 4, 4, 1914, pp.345-376.
2. Sedov, L. I., "Similarity and Dimensional Methods in Mechanics," New York: Academic Press, 1959.
3. Ipsen, D. C., "Units, Dimensions, and Dimensionless Numbers," New York : McGraw-Hill, 1960.
4. Gerhart, P. M., Gross, R. J., Hochstein, J. I. "Fundamentals of Fluid Mechanics," Second Edition, Addison-Wesley, 1992.
5. Oh, H. W., Chung, M. K., "Performance Prediction of Single(Double) Suction Centrifugal Pumps," SAE NO. 97370117, Journal of the KSAE, Vol. 5, No. 6, pp.103-110, 1997.