

Interval 제2종 퍼지 퍼셉트론

An Interval Type-2 Fuzzy Perceptron

황 철*, 이 정 훈**

한양대학교 전자공학과

Hwang Cheul, Frank Chung-Hoon Rhee

Department of Electronic Engineering, Hanyang University

{chwang, frhee}@fuzzy.hanyang.ac.kr

ABSTRACT

This paper presents an interval type-2 fuzzy perceptron algorithm that is an extension of the type-1 fuzzy perceptron algorithm proposed in [1]. In our proposed method, the membership values for each pattern vector are extended as interval type-2 fuzzy memberships by assigning uncertainty to the type-1 memberships. By doing so, the decision boundary obtained by interval type-2 fuzzy memberships can converge to a more desirable location than the boundary obtained by crisp and type-1 fuzzy perceptron methods. Experimental results are given to show the effectiveness of our method.

Key words : interval type-2 fuzzy set, perceptron, uncertainty.

1. 서론

퍼셉트론은 서로 다른 두개의 클래스를 분류하기 위해 두 클래스 사이에 존재하는 선형적인 경계면을 찾는다. 그러나, crisp 퍼셉트론 방법은 두개의 클래스사이 선형적인 경계면이 존재하지 않을 때에는 올바른 동작을 하지 못한다. 두개의 클래스가 선형분류 불가능하다면, crisp 퍼셉트론은 수렴하지 못한다. 이러한 선형분류 불가능한 패턴들에 대한 crisp 퍼셉트론의 약점을 보완하는 방법의 하나로 퍼지 퍼셉트론이 제안되었다[1]. 이는 각 클래스의 중심들로부터의 패턴의 상대적인 거리에 기초해 각 패턴에 멤버십 값을 할당하게 된다. 할당된 멤버십은 퍼셉트론의 가중치 보정에 있어서, 각 패턴의 기여정도를 조정하게 된다[1], [3]. 이러한 방법은 패턴들이 선형분류 불가능한 조건에 있을 때, 적절한 선형 경계면을 찾아내도록 한다. 그러나 퍼지 퍼셉트론에서 사용된 멤버십 할당 방법은 클래스 내에서 하나의 패턴이 얼마나 전형적으로 소속되어 있는

지는 표현하지 못하게 된다. 따라서, 본 논문에서는 퍼지 퍼셉트론에서 각 패턴에 할당된 멤버십 값에 대하여 불확실성을 부여하고자 한다. 이러한 불확실성은 패턴의 클래스에 대한 전형성을 고려한 멤버십 할당과 클래스간의 상대적인 거리에 기초한 멤버십 할당간의 interval로서 표현할 수 있다[2]. 이러한 방법으로부터 interval 제2종 퍼지 퍼셉트론 방법을 제안한다. interval 제2종 퍼지 퍼셉트론은 퍼지 퍼셉트론의 수렴특성을 유지한다. 그러나 비대칭적인 베타영역 설정에 의해, 알고리즘 수렴후의 찾아진 경계면은 좀더 바람직한 것일 수 있다.

본 논문에서는 이러한 interval 제2종 퍼지 집합으로의 소속도 값의 확장을 통해 다음과 같은 측면을 향상시킬 수 있었다.

- 소속도 값의 상대성을 감소시킴으로 인해, 찾아진 경계면은 좀더 바람직한 위치에 위치하게 된다.

- 퍼지 퍼셉트론의 수렴특성을 유지한다.

본 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성

되어 있다. 2절에서는 제안된 interval 제2종 퍼지 퍼셉트론 방법에서의 퍼지 멤버십을 interval 제2종 퍼지 멤버십으로 확장하는 방법을 설명한다. 그리고, 3절에서는 제안된 interval 제2종 퍼지 퍼셉트론 알고리즘을 설명한다. 4절에서는 제안된 알고리즘을 적용한 몇 가지의 예제를 통해 제안된 알고리즘의 유용성을 보이고 마지막으로 5절에서는 간단한 결론을 정리한다.

2. Interval 제2종 퍼지 멤버십 함수

퍼지 퍼셉트론의 멤버십 함수는 패턴과 클래스들간의 상대적인 거리에 의해서 할당된다. 이러한 멤버십 할당방법은 바람직한 선형 경계면을 찾지 못할 수 있는 원인이 된다. 예를 들면, 두 클래스간의 패턴의 개수가 다르게 분포하거나, 그 모양이 원의 형태가 아닐 경우가 있다. 따라서, 클래스 내에서의 패턴의 전형성을 고려하는 것이 필요하게 된다. 본 논문에서는 패턴의 상대적인 거리에 기초한 멤버십 할당방법에 불확실성을 부여하도록 한다. 이러한 불확실성의 부여는 interval 제2종 퍼지 집합으로의 확장에 의해 가능해진다. 이러한 확장은 패턴의 경계면 결정에 대한 역할을 좀더 합리적으로 만들 수 있게 한다. interval 제2종 퍼지집합에서의 각 primary 멤버십에 대한 secondary grade는 모두 1이 되며, 단지 interval로서 해당 멤버십에 대한 불확실성을 표현하게 된다. 그림 2는 퍼지 퍼셉트론의 멤버십을 interval 제2종 퍼지 멤버십 $\tilde{u}(u)$ 로 표현한 하나의 예제이다.

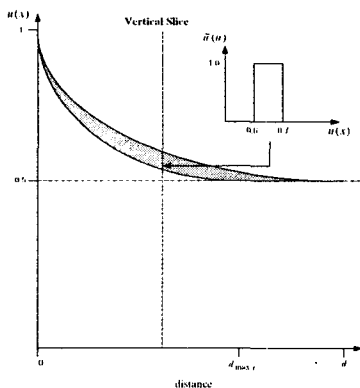


그림 1. interval 제2종 퍼지 멤버십 함수로의 확장
이러한 interval 제2종 퍼지 멤버십 함수로의 확장을 위해서 두 패턴 사이의 거리와 클래스 mean을 사용한 또 하나의 멤버십 값을 정의한다. 이는 클래스 전형성을 고려한 멤버십 함수이며 아래의 식(1), (2)와 같이 표현된다.

For x_k in class 1,

$$u_{1k}^T = 0.5 + \frac{\exp(f(d_{1,max1} - d_1)/d_{max1}) - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))} \text{ and (1)}$$

$$u_{2k}^T = 1 - u_{1k}^T$$

Likewise, for x_k in class 2,

$$u_{1k}^T = 1 - u_{2k}^T \text{ and} \quad (2)$$

$$u_{2k}^T = 0.5 + \frac{\exp(f(d_{2,max2} - d_2)/d_{max2}) - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))}$$

위 식(1), (2)에서, d_{max1} (d_{max2})는 각 클래스 mean m_1 (m_2)과 클래스 1(2) 패턴 x 까지의 최대거리를 나타낸다. $d_{1,max1}$ ($d_{2,max2}$)는 클래스1(2)에 소속된 가장 먼 거리에 있는 패턴 x 와 패턴들 x_k 사이의 거리를 나타낸다. 위 멤버십은 패턴의 클래스에 대한 전형성 정도를 표현할 수 있다. 식(1), (2)와 퍼지 퍼셉트론의 멤버십 u_{ik}^R 를 사용하여, u_{ik}^R 와 u_{ik}^T 의 관계를 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{If } d_{maxi} \leq d, \text{ then } u_{ik}^R \geq u_{ik}^T$$

$$\text{If } d_{maxi} \geq d, \text{ then } u_{ik}^R \leq u_{ik}^T \quad (3)$$

If x in class $i = m_j$, then $u_{ik}^R = u_{ik}^T$, where $i \neq j$.

식(3)의 정의는 primary 멤버십 interval의 최대값과 최소값간의 관계를 정의하는 아래와 같은 식(4)로 확장된다.

$$\text{If } d_{maxi} \leq d, \text{ then interval becomes } [u_{ik}^T, u_{ik}^R]$$

$$\text{If } d_{maxi} \geq d, \text{ then interval becomes } [u_{ik}^R, u_{ik}^T] \quad (4)$$

If x in class $i = m_j$, then interval reduces to a type-1 fuzzy membership.

식(4)에서 세번째 조건은 interval 제2종 퍼지 멤버십 함수를 제1종 퍼지 멤버십의 형태를 일반화 시킨 형태임을 나타낸다. 또한 제1종 퍼지 멤버십은 crisp집합의 형태를 일반화 시킨 형태임을 알고 있다[1]. 따라서 본 논문에서 표현된 interval 제2종 퍼지 멤버십들은 crisp과 퍼지 멤버십을 모두 포함할 수 있다.

3. Interval 제2종 퍼지 퍼셉트론

퍼지 멤버십 함수가 interval 제2종 퍼지 멤버십 함수로 확장되면, 선형 경계면의 가중치 보정식은 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$w^{\text{new}} \leftarrow w^{\text{old}} + |\bar{u}_{1j} - \bar{u}_{2j}|^m cx_j \quad (5)$$

식(5)에 표현된 interval에서 가중치 보정을 하기 위해서는 각 패턴의 제2종 퍼지 멤버십의 interval에 대한 type-reduction이 필요하게 된다. second grade는 모두 1이기 때문에 그림 2의 임의의 vertical slice의 예제에서 보였던 것과 같은 모양으로 표현된다. 이를 위해 centroid type-reduction 계산을 수행한다[2]

For x_k in class 1,

$$\bar{u}_{1k} = \sup \min \left[\bar{u}(u_{1k}^R), \bar{u}(u_{1k}^T) \right] / \left(\frac{u_{1k}^R + u_{1k}^T}{2} \right) \quad (6)$$

$$= 1 / \left(\frac{u_{1k}^R + u_{1k}^T}{2} \right) = \frac{u_{1k}^R + u_{1k}^T}{2} \text{ and}$$

$$\bar{u}_{2k} = 1 - \bar{u}_{1k}$$

Likewise, for x_k in class 2,

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{1k} &= 1 - \tilde{u}_{2k} \text{ and} \\ \tilde{u}_{2k} &= \frac{u_{2k}^R + u_{2k}^J}{2}. \end{aligned} \quad (7)$$

이러한 type reduction 과정후의 가중치 보정은 기본적으로 퍼지 퍼셉트론이 만족하는 모든 조건을 만족하게 된다. (자세한 조건은 [1] 참조.) 특히, 퍼지 퍼셉트론의 선형 분리 불가능한 패턴들에 대한 수렴의 특성을 유지한다.

퍼지 퍼셉트론에서는 알고리즘의 수렴을 보장하기 위해서 crisp 퍼셉트론의 종료조건을 수정하였다 [1]. 이는 베타영역의 설정에 의한 것이다. 전체 패턴에 대한 알고리즘을 한번 수행하고 난 후, 가중치 보정의 원인이 되는 패턴들이 모두 BETA 영역 안에 있는 패턴들이라면, 알고리즘을 종료시키도록 하는 것이다. 따라서 이러한 베타영역의 설정에 따라 퍼지 퍼셉트론의 수렴 결과는 다르게 될 것이다. 그러나 이러한 베타영역의 설정은 멤버십 u_{ik} 에 의해서 결정된다 [1]. 따라서 두개의 클래스에 대한 패턴의 개수가 다르거나, 클래스의 모양이 원이 아닌 형태일 때는, 좋은 종료조건이 될 수 없다.

본 논문에서는 BETA영역의 설정에 있어서도, 불확실성을 할당하도록 한다. 이는 아래와 같은 새로운 BETA영역으로 표현될 수 있다.

For x_k in class i ,

$$\begin{aligned} \text{BETA}_{Ti} &= \frac{\exp(f(d_{i,\max i} - d_i)/d_{\max i}) - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))} + \epsilon \text{ and} \\ \text{BETA}_{Ri} &= \frac{1 - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))} + \epsilon. \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)에서 구해진 BETA 값들은 패턴들이 가장 퍼지하다고 고려되는 멤버십 0.5 근처의 범위를 정의한다. 퍼지 방법에서는, 이러한 값들은 두개의 클래스 mean들과의 패턴의 거리가 같은 지점이 선택된다 ($d_1 = d_2$). 또한, ϵ 는 알고리즘의 종료 속도를 조절하는 양의 상수이다. Interval 제2종 퍼지 퍼셉트론으로 확장 후에는, 종료조건을 완성하기 위해, type-reduction 과정이 필요하게 된다. 이는 식(6)에 표현된 type-reduction 방법과 유사하다.

$$\text{BETA}_i = \frac{\text{BETA}_{Ti} + \text{BETA}_{Ri}}{2}, \quad (9)$$

Type-reduction에 의해 얻어진 새로운 BETA는 각 클래스에서의 패턴의 전형성이 고려되었기 때문에, 베타영역의 모양이 비대칭으로 설계된다. 그래서, 이러한 베타영역의 설정은 제시된 알고리즘의 성능에 큰 영향을 나타낼 것이다. 그림 2는 interval 제2종 퍼지 퍼셉트론과 퍼지 퍼셉트론에 의해 설정된 BETA영역의 예제이다.

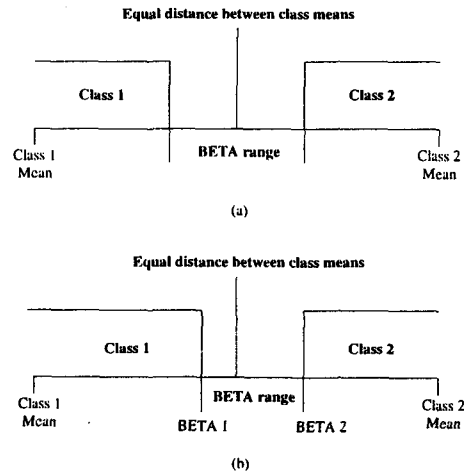


그림 2. BETA영역의 예제 (a) 퍼지, (b) interval 제2종 퍼지 퍼셉트론

4. 실험 및 결과

본 논문에 제시된 interval 제2종 퍼지 집합을 이용한 퍼셉트론 알고리즘은 기본적으로 퍼지 퍼셉트론의 특성을 따르면서도, 좀더 바람직한 선형 경계면을 산출하도록 한다. 실험을 통해 제시된 알고리즘의 유용성을 보인다. 첫번째 실험으로는, 선형 분류 불가능한 'T-shape' 데이터를 사용한다. 본 논문에 주어진 모든 예제에는 1-jack knife를 사용하여 수행, 그 결과를 비교하였다. 또한 선형분류 불가능한 데이터에 대해서는 수렴하지 않는 crisp 퍼셉트론의 특성상 최대 iteration 횟수를 1000번으로 제한하였다. Crisp 퍼셉트론에 대해서는 iteration 후에 강제 종료하고, 가장 낮은 에러율을 보이는 가중치를 선택하였다. 또한 퍼지 퍼셉트론과 interval 제2종 퍼지 퍼셉트론을 위해서는 수렴 후 가장 작은 에러율을 보이는 f 값을 선택하였다. 첫번째 예제에 대한 실험 결과는 그 에러율에서 각각 crisp, 퍼지, interval 제2종 퍼지 퍼셉트론에 대해 22.25%, 21%, 그리고 17.5%의 에러율을 보였다. 아래의 표1은 각 방법에 대한 confusion matrix를 나타낸다. 그림 3은 각 방법에 의해 얻어진 선형 경계면을 나타낸다. 아래의 그림으로부터 crisp과 퍼지의 결과는 거의 비슷한 모양의 선형 경계면을 나타내고 있음을 알 수 있다.

표 1. T-SHAPE 데이터 CONFUSION MATRICES

T-Shape Data	Crisp		Fuzzy		Interval Type-2 Fuzzy	
	Class1	Class2	Class1	Class2	Class1	Class2
Class 1	111	89	120	80	160	40
Class 2	0	200	4	196	30	170

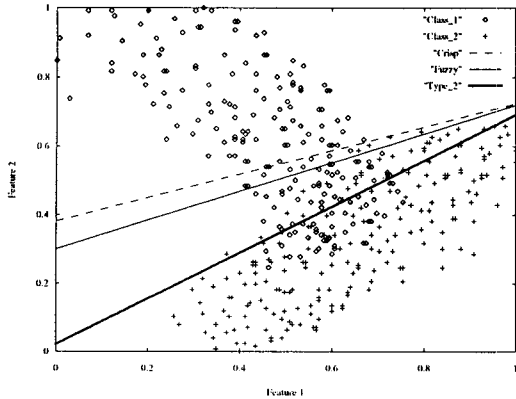


그림 3. "T-shape" 데이터에 대한 선형 경계면들
 다음 실험에서는, 200 * 200크기의 영상에 대한 영상분할 결과를 보인다. 그림 4. (a)는 '길'과 '숲'의 두개의 클래스를 가지고 있다. 실험을 위해 두개의 feature 영상을 (intensity와 median filter feature)을 사용하도록 한다. feature 영상으로부터 500개의 샘플 패턴들을 추출하였다(샘플들은 영상으로부터 무작위로 추출되었다.). 그림 5는 추출된 샘플 패턴들에 대해 각 방법으로 얻어진 경계면들을 나타낸다. 또한 표 2는 찾아진 경계면에 의해 분류된 영상의 40,000개의 모든 패턴들에 대한 confusion matrix를 나타낸다. 표 2에 표현되었듯이, 각 방법(crisp, 퍼지, interval 제2종 퍼지 퍼셉트론)은 20.62%, 15.52%, 그리고 10.54%의 에러율을 보였다. 마지막으로 그림 4는 찾아진 경계면들에 대한 영상분할 결과 그림들이다.

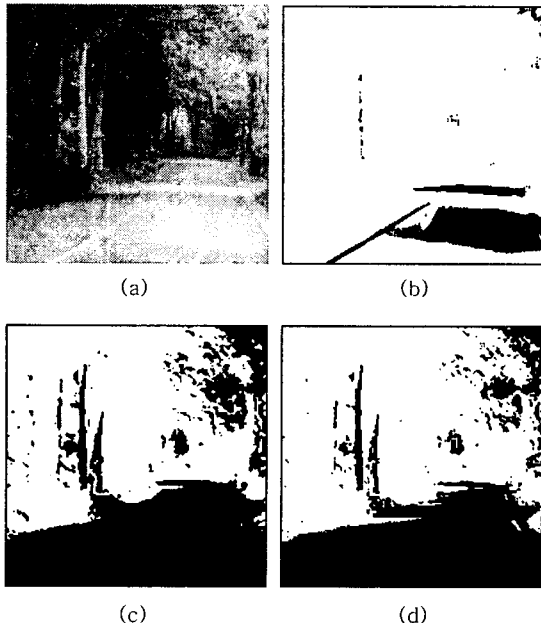


그림 4. 영상분할 결과: (a) natural scene 영상, (b) crisp, (c) 퍼지, (d) interval 제2종 퍼지 퍼셉트론.

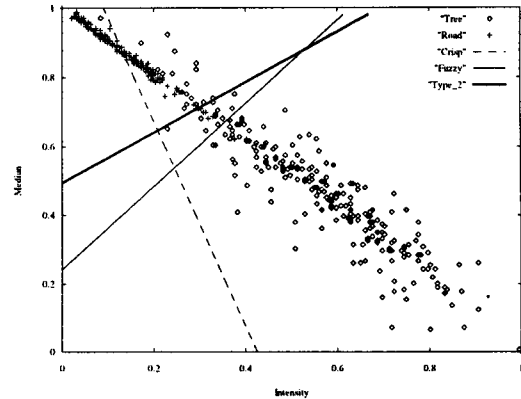


그림 5. 각 퍼셉트론 방법의해 찾아진 경계면들

표 2. Natural Scene영상 CONFUSION MATRIX

Scene Image	Crisp		Fuzzy		Interval Type-2 Fuzzy	
	Road	Tree	Road	Tree	Road	Tree
Road	3315	7844	11117	42	10876	283
Tree	403	28438	6167	22674	3932	24909

5. 결론

본 논문에서는 퍼지집합의 interval 제2종 퍼지집합으로의 확장을 통해, 퍼지 퍼셉트론 알고리즘을 확장하였다. 상대적인 거리에 의한 멤버쉽과 클래스 전형성을 고려한 멤버쉽 사이의 interval에 불확실성을 부여한다. 이러한 확장은 퍼지 퍼셉트론의 수렴특성을 유지하면서, crisp과 퍼지 퍼셉트론에 비해 좀더 바람직한 경계면을 산출한다. 실험 결과들을 통해 제안된 알고리즘의 유용성을 보였다. 우리는 제1종 퍼지 멤버쉽을 primary 멤버쉽에 단일 멤버쉽을 사용하고, secondary 멤버쉽에 다양한 멤버쉽 함수를 적용하여, 제2종 퍼지 멤버쉽으로 확장을 시도할 것이다.

참고 문헌

- [1] J. Keller and D. Hunt, "Incorporating fuzzy membership functions into the perceptron algorithm," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 7, no. 6, pp. 693-699, November 1985.
- [2] J. Mendel, *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.
- [3] J. Bezdek, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Plenum, New York, 1981.
- [4] J. Mendel and R. John, "A fundamental decomposition of type-2 fuzzy sets," *2001 IFSA/NAFIPS Joint Conference*, pp. 1896-1901, Vancouver, BC, July 2001.
- [5] N. Karnik and J. Mendel, "Type-2 fuzzy logic systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* vol. 7, no. 6, pp. 643-658, December 1999.
- [6] J. Tou and R. Gonzalez, *Pattern Recognition Principles*. Addison-Wesley, 1974.