

## 탄성구조물의 충돌에 의한 충격력 재현

조창기(국방과학연구소), 이규섭(통일중공업),  
류봉조(한밭대학교), 박영필(연세대학교)

### Reconstruction of Impact Force produced by the Collision between Two Elastic Structures

C.K. Cho(ADD), G.S. Lee(Tongil HI Co.), B.J. Ryu(Hanbat Natl. Univ.), Y.P. Park(Yonsei Univ.)

#### ABSTRACT

This work presents the reconstruction of impact force produced by the collision between two elastic structures. The 2-DOF impactor was designed. The shape control of impact force using correlations of the dynamic characteristics and impact force history between two elastic structures is accomplished. The effects of the relative motion between impactor and elastic structure on the impact force shape are studied. Reconstruction characteristics of impact force in cantilever beam are reviewed.

**Key Words** : Impactor(충돌체), Impact Force(충격력), Shape Control(형상제어), Relative Motion(상대운동), Inverse Technique(역분석), Elastic Structure(탄성구조물)

#### 1. 서론

구조물에 가해지는 외력의 정확한 평가에 대한 중요성이 새롭게 인식되어, 1980년대 이후 주파수 영역 및 시간 영역에서의 해석으로 나뉘어 실험 및 이론해석이 병행되고 있는데<sup>1)2)</sup> 수치적인 라플라스 변환을 이용하여 충격력의 시간이력을 측정하는 방법을 제안하고 역콘볼루션(deconvolution) 관계를 통해 측정된 응답으로부터 충격력이력을 얻었으며<sup>3)</sup>, 실험으로 충격력을 받는 외팔보의 가속도 응답을 측정 후 역변환 기법(inverse technique)을 이용하여 충격력을 재현시켰고<sup>4)</sup>, 주파수 영역에서 시간 영역으로의 데이터 변환 방법과 샘플링 속도 및 샘플 크기의 영향을 비교 검토하는<sup>5)</sup> 등의 외력 재현(force reconstruction)에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있으나 주로 낙하볼을 이용하여 반주기 정현곡선 형태의 단순한 형상을 갖는 충격력에 대한 해석으로 국한되었다.

현재까지 진행된 충격력 재현 문제는 주로 낙하볼을 이용한 단순한 형상을 갖는 충격력에 대한 해석으로 국한되었으며, 특히 감쇠의 영향을 무시하

고 있기 때문에 다양한 형상을 갖는 충돌부 해석에는 제한이 따른다. 이에 따라 이론 및 실험적 방법으로 감쇠를 고려한 접촉력 모델을 제시하고자 하는 연구가 계속되어 왔으며, 충격 이후의 거동해석으로 이를 확인함으로써 충격 접촉하는 두 구조물의 동적 특성과 충격력 특성의 상호 연관성을 분석하여 시뮬레이션 등에 요구되는 충격력을 재현하기 위한 충격력 재현 시스템에 대해 해석하고자 한다.

#### 2. 탄성충돌 이론 및 해석

두 탄성 충돌체 간의 접촉현상에 대한 이론 및 수학적 모델은 식(1)의 Hertz와 식(2)의 Hunt 접촉이론<sup>6)</sup>으로부터 출발한다.

$$F = k x^p \quad (1)$$

$$F = k x^p + \mu x^p \dot{x} \quad (2)$$

여기서,  $F$ 는 접촉력,  $x$ 는 변형량을 나타내며  $k$ 는 스프링 상수,  $p$ 는 일반적으로 1보다 큰 상수,  $\mu$ 는 감쇠 매개변수이다.

2자유도 탄성 충돌체의 수학적 모델로부터 충돌체가 고정된 구조물로 전달되는 충격력  $F(t)$ 는

$$F(t) = -[\mu \dot{x}_1(t) + k_1] x_1^u(t) \quad (3)$$

$$= -[m_1 \ddot{x}_1(t) + m_2 \ddot{x}_2(t)]$$

해석상의 편의를 위하여 매개변수를 사용하여 운동방정식을 정리할 수 있는데, 여기서 사용된 매개변수들은

$$\text{질량비, } \sigma = \frac{m_2}{m_1}, \quad (4)$$

질량  $m_1$ 과  $m_2$ 의 고유진동수 매개변수,

$$\Delta_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (5)$$

질량  $m_1$ 과  $m_2$ 의 감쇠비,

$$\xi_1 = \frac{\mu}{2\sqrt{m_1 k_1}}, \quad \xi_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{m_2 k_2}} \quad (6)$$

이다.

2자유도 충돌체가 가장 일반적인 연속체구조 요소인 외팔보에 충돌하는 경우의 수학적 모델을 Fig.1에 도시하였다.

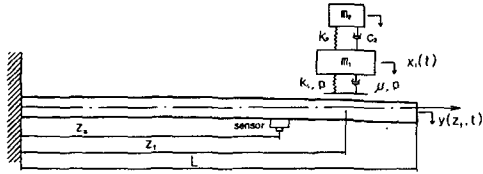


Fig. 1 Mathematical model for impact between 2-DOF impactor and cantilever beam

이 계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (7)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2(x_1 - x_2) = -F(t) \quad (8)$$

$$EI \frac{\partial^4 y(z, t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial t^2} = F(t) \quad (9)$$

여기서,

$$F(t) = \{\mu [\dot{y}(z_f, t) - \dot{x}_1(t)] + k_1\} [y(z_f, t) - x_1(t)]^p$$

이다.

또한 선형계의 입출력 모델로부터 임의의 선형

구조계에 작용하는 충격하중과 응답을  $u(t)$ 와  $v(t)$ 라 하면, 충격하중과 응답사이의 관계는  $u(t)$ 와  $v(t)$ 의 컨볼루션 적분(convolution integral)으로 설명할 수 있다. 즉  $t \leq 0$  에서  $u(t) = 0$  라면

$$v(t) = \int_0^\infty u(t-\tau) h(\tau) d\tau \quad (10)$$

가 된다. 여기서  $h(\tau)$ 는 계의 충격응답함수이다. 식(10)을 푸리에(Fourier) 변환하여 주파수 영역에서 나타낼 수 있다. 예측값을 최적화하기 위해 예측값의 평균자승 오차가 최소가 되는 역전달함수  $G(\omega)$ 를 찾는다.<sup>[7]</sup> 푸리에 변환을 통해 역시스템의 전달함수  $G(\omega)$ 를 구하면

$$G(\omega) = \frac{S_{av}(\omega)}{S_{aa}(\omega)} \quad (11)$$

이 된다. 여기서  $S_{av}(\omega)$ 는 상호상관함수  $R_{av}(o)$ 를  $S_{aa}(\omega)$ 는 자기상관함수  $R_{aa}(o)$ 를 푸리에 변환한 값이다.

### 3. 실험장치 및 방법

실험장치는 Fig. 2와 같이 실험 장치대, 충돌체, 피충돌체 구조 및 계측장비와 PC로 구성하였다. 충격력과 응답은 임피던스 헤드와 가속도계를 사용하여 계측하였으며 계측된 데이터는 디지털 오실로스코프와 FFT 분석기로 확인 후 GPIB를 통해 PC에 저장하였다.

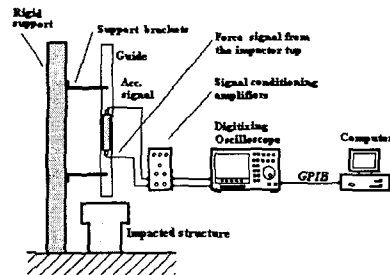


Fig. 2 Schematic diagram of experimental set-up

탄성체 충돌시 접촉부에서 발생하는 충격력과 변형 사이의 역적관계를 설명하기 위해 접촉력 모델 실험을 1자유도 모델에 대하여 실시하였다.

Fig.3의 2자유도 충돌체에서 충격력 형상을 결정하는 주요 매개변수  $\sigma$ ,  $\lambda_1$  및  $\lambda_2$ 를 변화시키기

위해 질량  $m_1$  과  $m_2$  는 교환 및 추가가 가능하도록 나사로 체결하였다.



Fig. 3 Schematic view of the 2-DOF impactor

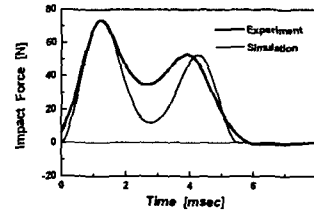
실험에 사용된 고무 스프링은 방진고무로 널리 사용되는 지름  $\varnothing 25\text{ mm}$ 의 원통형 Neoprene 합성 고무로써 길이는  $40\text{ mm}$  이다. 충돌시 임피던스 헤드를 이용하여 충격력과 질량  $m_1$  의 가속도를 측정하고 가속도계를 이용하여 질량  $m_2$  의 가속도를 측정하였으며, 충돌체에 대한 바닥 구조의 동특성이 충격력 형상에 미치는 영향을 확인하기 위하여 외팔보 구조에 대한 충돌실험을 하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

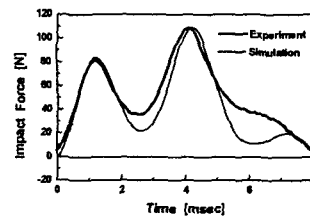
충돌체가 자유낙하하여 피충돌체 바닥에 충돌 접촉하는 실험 결과중 낙하높이  $h$  에 따른 충격력과 가속도를 얻었으며, 이로부터 충돌체 헤드부의 동특성에 관한 수학적 모델을 결정하였다. 실험치와 적분계산치로부터 충돌지속시간  $\Delta\tau$ , 초기속도  $v_0$ , 최종속도  $v_f$  및 반발계수를 계산하였다.

Fig. 4(a)-(d)은 2자유도 진동계의 운동 특성을 갖는 충돌체의 구조동특성이 충격력 형상 변화에 미치는 영향을 고찰하기 위해 2자유도 충돌체를 강제 바닥에 자유낙하 충돌시킨 실험결과이다. (a)에서 충돌지속시간은  $\Delta\tau_2 = 4.69\text{ msec}$ 에 비해 더 연장되었는데  $m_1$  의 관성력이 충격력을 지속시켜주기 때문이다. 이것은  $\omega_1/\omega_2$  가 2.83으로 3 보다 작은 것에 기인하며,  $\omega_1/\omega_2$  가 3과 4 사이에 있다면 위상이 바뀌기 때문에 충돌지속시간은  $\Delta\tau_2$  보다 짧아지게 된다. 충격력 형상의 끝부분에서 나타나는 약간의 불일치 현상은 시뮬레이션에서 무시된  $m_1$  의 감쇠가 실험에서는 예상보다 큰 값으로 나타나고 있기 때문으로 판단된다. (b)는 조건 2에 대한 결과로  $\omega_1/\omega_2$ 가 4.23으로  $4 < \omega_1/\omega_2 < 5$ 이므로 극점이 5개 존재하는 경우에 해당하며,  $\Delta\tau_2$ 는  $7.14\text{ msec}$ 이지만 (a)의 경우와 마찬가지로 마지막 구간에서  $m_1$  의 관성력이 충격력을 지속 시켜주고 있음을 알 수 있다. 이 경우에서도  $m_1$  의 감쇠가

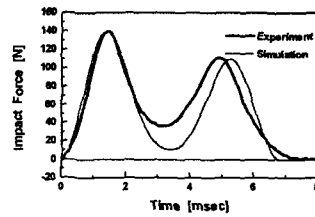
시뮬레이션 결과보다 실험결과에서 약간 크게 나타나고 있다.



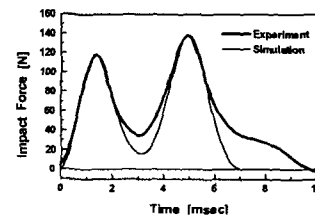
(a)  $\sigma=1.32$



(b)  $\sigma=3.14$



(c)  $\sigma=1.37$



(d)  $\sigma=2.41$

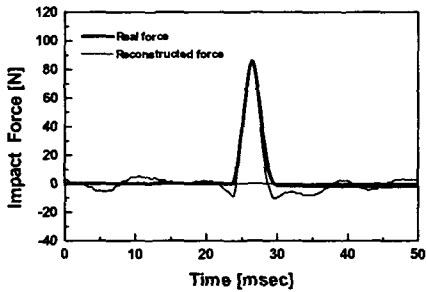
Fig. 4 Comparison of the impact forces between the experiment and the simulation with mass ratios

(c)는  $\omega_1/\omega_2$  가 3으로 접근해감에 따라  $\Delta\tau_2$ 와 충돌지속시간이 근접하게 나타나고 있다. 충격력 형상에 대한 실험 결과와 시뮬레이션 결과의 불일치는 주로 감쇠( $\mu_1$ )의 과소 평가에 원인이 있는 것으로 보인다. (d)는  $\omega_1/\omega_2 = 3.73$ ,  $\Delta\tau_2 = 8.27\text{ msec}$ 인 경우이며, 실험 결과와 시뮬레이션 결과 모두  $\omega_1/\omega_2 \cong 4.0$ 에 가깝게 표현되고 있다.

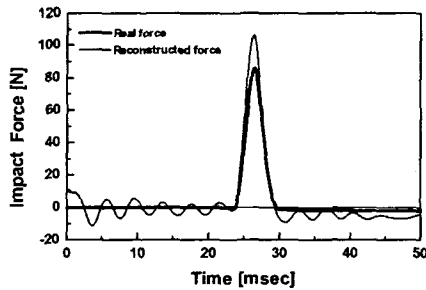
충격력 재현에 관한 실험은 충격력의 작용위치

와 응답 측정위치의 변화가 충격력 재현에 미치는 영향을 평가하기 위하여 0.3m 길이 외팔보에 고정단으로부터 0.1m 위치를 1, 0.2m 위치를 2, 0.29m 위치를 3으로 정의하여 시험하였다. 일반성을 얻기 위해 역시스템의 전달함수  $G_{ij}(\omega)$  ( $i=1,2,3, j=1,2,3$ )는 플라스틱 헤드부를 갖는 충격해머로  $i$  위치에서 충격력을 가한 후  $j$  위치에서 가속도 응답을 측정하여 구하였다.

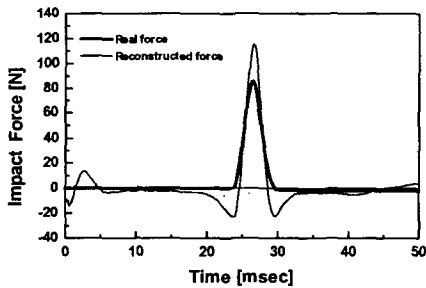
Fig. 5는 지점 1에 충돌체의 자유낙하 충돌에 의한 충격력을 가한 경우 측정된 충격력과 재현한 충격력을 보여주고 있다.  $F_i$  ( $i=1,2,3$ ) 및  $a_{ij}$  ( $j=1,2,3$ )의 하첨자는 작용점 및 측정점을 의미한다.



(a) Force  $F_1$  reconstructed by  $G_{11}$



(b) Force  $F_1$  reconstructed by  $G_{12}$



(c) Force  $F_1$  reconstructed by  $G_{13}$

Fig. 5 Comparison of real and reconstructed impact forces on the cantilever beam ( $L=0.3m, z_f=0.1m$ )

측정지점이 자유단으로 이동해감에 따라 재현한 충격력의 크기는 과대 평가되고 있다. 재현한 충격력의 크기는 측정점이 자유단으로 이동할수록 커지며 측정지점과 충격력 작용지점이 멀어질수록 오차가 심한 것을 볼 수 있다. 충격력 재현은 역시스템의 전달함수를 이용하기 때문에 정방향 시스템 전달함수에서 무시되는 반공진영역의 값이 크게 작용하고 있다.

## 5. 결론

1. 2자유도 충돌체를 이용하여 다양한 형태의 충격력 형상을 실현할 수 있음을 확인하였다. 충격력 지속시간은 1자유도 충돌체에 추가된 스프링-질량 ( $k_2, m_2$ )에 의해 조절될 수 있다.
2. 외팔보 구조에 대한 역시스템 함수를 이용하여 충격력을 재현하였다. 재현된 충격력은 충격위치와 구조물의 응답위치가 역시스템 함수를 구하는 경우와 일치할 경우 근사한 결과를 보여주고 있다.

## 참고문헌

1. Karl K. Stevens, "Force Identification Problems - An Overview," Proceedings of Spring Conference on Experimental Mechanics, pp.838-844, 1987
2. J. C. Briggs and M. K. Tse, "Impact Force Identification using extracted Modal Parameters and Pattern Matching," Int. J. Impact Engng. Vol.12, No.3, pp.361-372, 1992
3. H. Inoue, T. Shibuya, T. Koizumi and R. Watanabe, "Measurement of Impact Force History by Deconvolution Method," Proc. 6th Int. Congress on Experimental Mechanics, Portland Oregon, pp.463-468, 1988
4. P. E. Hollandsworth and H. R. Busby, "Impact Force Identification using the General Inverse Technique," Int. J. Impact Engng. Vol.8, No.4, pp.315-322, 1989
5. Doyle, J. F., "Determining the Contact Force during the Transverse impact of Plates," Experimental Mechanics, pp.68-72, 1993
6. K. H. Hunt and F. R. E. Crossley, "Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibro-impact," J. of Applied Mechanics, ASME, June, pp.440-445, 1975
7. H. Inoue, K. Kishimoto, T. Shibuya, and T. Koizumi, "Estimation of Impact Load by Inverse Analysis," JSME, International Journal Series I, Vol.35, No.4, pp.420-427, 1992