

# 주성분분석 및 독립성분분석을 이용한 이차원 영상에서의 다중해상도 거리 측정

홍준식<sup>0</sup>

충북 대학교 전기·전자 공학부

jnskhong@dreamwiz.com

## A Multi-Resolution Distance Measure for Two Dimensional Images Using Principal Component Analysis and Independent Component Analysis

Jun-Sik Hong<sup>0</sup>

Dept. of Electrical Engineering, Chungbuk National University

### 요 약

본 논문에서는 주성분 분석(*principal component analysis*; 이하 PCA) 및 독립성분분석(*independent component analysis*; 이하 ICA)을 이용, 이차원 영상을 분류하여 다중해상도에서 영상간의 거리를 측정하여 PCA 와 ICA 중에서 어느 것이 영상간의 상대적 식별을 용이하게 하는지 모의 실험을 통하여 확인하고자 한다. 모의 실험 결과로부터, ICA가 PCA에 비하여 영상간의 상대적 식별이 용이하여 벨리 수렴이 되는 것을 모의 실험을 통하여 확인하였다.

증명하였다[2]. 식(2)를  $w_i, i=1, \dots, m$ 에 의한 뉴턴의 가중치 벡터로, 열이 가중치 벡터인 가중치 행렬  $W=(w_1, w_2, \dots, w_m)$ 에 의해 다시 나타내면 선형관계는 식 (3)과 같이 주어진다[6].

$$S = W^T X \quad (3)$$

대부분의 영상 비교[7]을 위해 신호잡음대비(signal-to-noise ratio; SNR)나 평균 제곱 방식을 사용한다. 이러한 측정 방법들은 최고 해상도에서 영상만을 비교해서 비슷하게 인식되는 영상을 최단 거리를 가지고 측정한다.

본 연구에서는 PCA 및 ICA를 이용, 영상을 분류하여 거리 측정[8]에 의해 영상 분류에서 좋은 특징을 제공해주는 다중해상도에서 PCA 와 ICA에 의한 영상간의 거리를 측정하여 어느 것이 영상간의 상대적 식별을 용이하게 하는지 모의 실험을 통하여 확인하고자 한다.

본 논문의 구성은 서론에 이어 2장에서는 PCA 및 ICA에 의한 영상 분류를, 3장에서는 다중해상도 거리 측정을 설명한다. 4장에서는 모의 실험 및 결과를 고찰하고, 마지막으로 결론 및 향후과제는 5장에서 다루었다.

### 2. PCA 및 ICA에 의한 영상 분류

PCA 및 ICA에 의해 분류된 영상을 나타내기 위한 블록 선도는 (그림 1)과 같다. 여기서,  $O_1, O_2, O_3$ 는 원영상이고,  $X_1, X_2, X_3$ 는 원영상에 임의의 행렬을 곱해서 나타난 혼합 영상이며,  $Y_1, Y_2, Y_3$ 는 혼합영상을 PCA 및 ICA를 이용하여 분류된 영상이다. 그림 1의 동작은 다음과 같다. 먼저 원영상  $O_1, O_2, O_3$ 에 임의의 랜덤행렬(3)을 곱해서 혼합 영상  $X_1, X_2, X_3$ 를 얻고, 알고리즘[9]을 사용하여 PCA 및 ICA에 의해 분류된 영상  $Y_1, Y_2, Y_3$ 를 얻는다. 그림 2는  $256 \times 256$  크기를 갖는 원영상이고, 그림 3은 PCA에 의해 분류된 영상을, 그림 4는 ICA에 의해 분류된 영상을 나타낸 것이다.

### 1. 서 론

ICA[1,2]는 PCA[3]의 확장이며, PCA의 non-gaussian으로 변환된다. ICA는 데이터 해석, 전원분리 그리고 특징을 추출하는데 주로 응용되며, 2차 명령 모멘트(통계적으로 독립이 가능하게 기초벡터를 결정하기 위해 사용된다.)보다 고차 명령 통계[4]이고, 상호독립의 숨은 변수(latent variables)가 선형 변환되어 표현 될 때의 통계적 모델이다. 이 모델을 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$X = AS \quad (1)$$

여기서,  $X=(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 는 관측된 랜덤 변수의 벡터,  $S=(s_1, s_2, \dots, s_n)$ 는 제로-평균을 가지는 독립성분이고,  $A$ 는 혼합행렬이라 불리는 미지의 행렬이다.

ICA의 기초 문제는 식 (1)에서 혼합 행렬  $A$ 를 추정하며, 독립 성분을 실현하는 것이다.

문제를 위한 하나의 제한이 자연스럽게  $n \leq m$  이다.

$X=(x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ 로 표시되는 관측된  $m$ 차원의 랜덤 벡터는 입력데이터 또는 영상에서의 화소 명암도이지만 독립된 것은 아니다[5]. 여기서,  $S=(s_1, s_2, \dots, s_n)^T$ 는 선형적으로 변형된 성분 변수의 벡터이다. 이는  $M_{m \times n}$ 에 의해 변환행렬을 다시 나타낼 수 있는데, 선형 변환은 식 (2)와 같이 주어진다.

$$S = MX \quad (2)$$

식(1)의 관계식을 역으로 하면 식(2)가 얻어진다. 이때,  $M$ 은  $A$ 의 역이다. 이것은 성분들이 non-gaussian처럼 가능하게 상관없는 방향(uncorrelated directions)에 의해 찾아서 ICA 데이터 모델에 의해 줄일 수 있다는 평가를

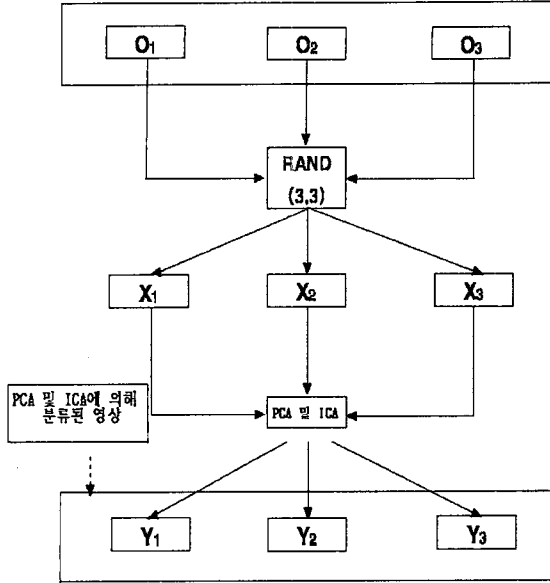


그림 1 PCA 및 ICA에 의해 분류된 영상을 나타내기 위한 블록선도

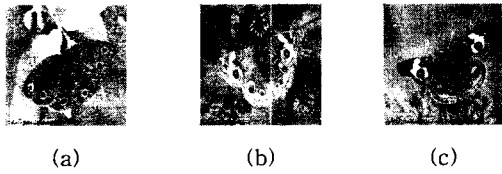


그림 2 원 영상

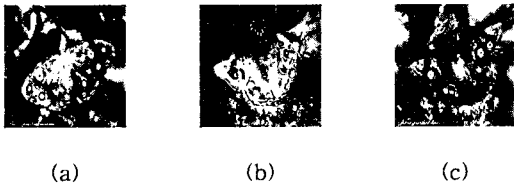


그림 3 PCA에 의해 분류된 영상

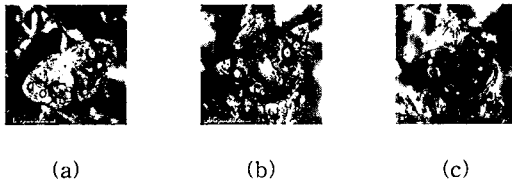


그림 4 ICA에 의해 분류된 영상

### 3. 다중해상도 거리 측정

PCA 및 ICA에 의해 분류된 영상을 다중해상도에서 일반적으로 거리를 측정하기 위해서는 거리 측정 또는 거리 함수로 표시되는  $D$ 를 정의해야 한다. 픽셀  $p$ 와  $q$ 의 거리 함수를  $D(p, q)$ 라고 하면  $D$ 는 다음 조건을 만족하여야 한다. 3개의 픽셀  $p, q, z$ 의 좌표가  $(x, y), (s, t), (u, v)$ 라고 하면 그 조건은 다음과 같다[8].

- $D(p, q) \geq 0$ .
- ( $D(p, q) = 0$  iff  $p = q$ ).
- $D(p, q) = D(q, p)$ .
- $D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z)$ .

다중해상도에서 거리를 측정하기 위해서 각 영상은 주어진 해상도의 블록에 의해 완전하게 덮여져 있어야 하며, 주어진 해상도에 블록의 최대 직경은 스칼라  $k$  ( $2^k$ 의 블록을 나눈 수)가 증가하면 제로에 접근해야 하는 조건을 만족하여야 한다.

### 4. 모의 실험 및 결과

PCA 및 ICA에 의해 분류된 영상을 다중해상도에서 PCA와 ICA에 의한 영상간의 거리를 측정하여 어느 것이 영상간의 상대적 식별을 용이하게 하는지 모의 실험을 통하여 측정한다.

영상간의 거리를 측정하여 상대적 식별을 판단하기 위해서 먼저, 주어진 원 영상의 해상도를 영상 크기에 의해 정해진  $k$ 에 따라 영상간의 거리를 측정한다. 그리고,  $k$ 가 증가하게 되면 측정 거리가 감소하는지 알아본다. 다음에, 가장 큰  $k$ 의 거리 측정값으로부터 가장 작은 거리 측정값을 우선 식별의 순서를 정하고, 가장 큰 거리 측정값을 마지막으로 식별의 순서를 정한다. 이렇게 하여  $k$ 가 1이 될 때까지 식별의 순서를 정하여 앞서 측정 한  $k$ 의 거리 측정값과 식별의 순서를 비교하여 일치하면 식별이 가능하고, 그렇지 않으면 식별이 불가능하므로 상대적 식별을 판단할 수 있다.

그림 5와 6은 그림 3과 4에서  $k$ 가 3일 때의 그레이 블록을 나타낸 것이다. 그림 5(a)는 그림 3(a)의 그레이 블록이고, 그림 5(b)는 그림 3(b)의 그레이 블록이며, 그림 5(c)는 그림 3(c)의 그레이 블록이다. 한편 그림 6(a)는 그림 4(a)의 그레이 블록이고, 그림 6(b)는 그림 4(b)의 그레이 블록이며, 그림 6(c)는 그림 4(c)의 그레이 블록을 나타내었다.

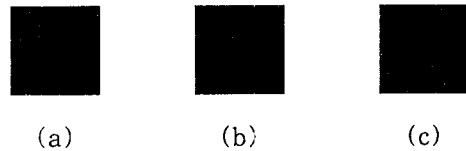


그림 5 그림 3에서의 그레이 블록 ( $k=3$ )

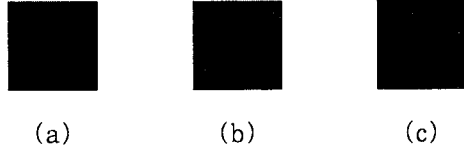


그림 6 그림 4에서의 그레이 블록 ( $k=3$ )

그림 2를 PCA 및 ICA에 의해 영상을 분류한 후, 다중 해상도에서 이차원 영상간의 거리 측정에 대한 모의 실험 결과를 표 1과 2에 나타내었다.

표 1 PCA를 통한 다중해상도에서의 이차원 영상간의 거리 측정

$k$	PCA에 의한 측정 거리		
	그림 3(a)와 그림 3(b)	그림 3(a)와 그림 3(c)	그림 3(b)와 그림 3(c)
1	$3.6529 \times 10^6$	$1.2241 \times 10^6$	$3.4061 \times 10^6$
2	$2.4280 \times 10^5$	$2.8103 \times 10^5$	$1.8455 \times 10^5$
3	$1.8455 \times 10^4$	$1.7271 \times 10^4$	$2.0715 \times 10^4$
4	$1.4116 \times 10^3$	$1.3386 \times 10^3$	$1.5618 \times 10^3$
5	104.5222	108.6795	103.9516
6	7.3335	7.3315	7.1401
7	0.5016	0.4995	0.4894
8	0.0326	0.0326	0.0318
9	0.0021	0.0021	0.0021

표 2 ICA를 통한 다중해상도에서의 이차원 영상간의 거리 측정

$k$	ICA에 의한 측정 거리		
	그림 4(a)와 그림 4(b)	그림 4(a)와 그림 4(c)	그림 4(b)와 그림 4(c)
1	$1.8538 \times 10^6$	$4.2644 \times 10^6$	$3.4060 \times 10^6$
2	$2.0855 \times 10^5$	$3.3310 \times 10^5$	$2.7023 \times 10^5$
3	$1.9680 \times 10^4$	$2.0729 \times 10^4$	$2.5989 \times 10^4$
4	$1.4353 \times 10^3$	$1.4989 \times 10^3$	$1.8515 \times 10^3$
5	105.9694	120.8390	106.9914
6	7.3333	7.5305	8.0704
7	0.4961	0.4879	0.4894
8	0.0331	0.0318	0.0339
9	0.0021	0.0020	0.0022

( $k$ :  $2^k$ 의 블록을 나눈 수)

표 1과 2에서의 영상간의 거리 측정 결과,  $k$ 에 따른 측정 거리값이 순차적으로 구분이 불가능함을 확인할 수 있다. PCA에 의해 영상간의 거리를 측정할 경우에서는  $k$ 가 9에서 영상간의 식별이 불가능 하였지만, ICA에 의해 영상간의 거리를 측정할 경우에서는  $k$ 가 7에서 영상간의 식별이 불가능하여 ICA가 PCA에 비해 상대적 식별이 용이하여 빨리 수렴이 되는 것을 모의 실험을 통하여 확인할 수 있었다.

### 5. 결론 및 향후과제

본 논문에서는 주성분 분석 및 독립성분분석을 이용, 이차원 영상을 분류하여 다중해상도에서 영상간의 거리를 측정하여 PCA와 ICA 중에서 어느 것이 영상간의 상대적 식별을 용이하게 하는지 모의 실험을 통하여 확인하였다. 모의 실험 결과로부터, ICA가 PCA에 비해 상대적 식별이 용이하여 빨리 수렴이 되는 것을 모의 실험을 통하여 확인할 수 있었다.

향후 과제로는 상대적 식별을 더 용이하게 하기 위한 알고리즘에 대한 연구가 필요하며, 활용방안으로는 영상인식, 통신위성, 의학 신호처리 및 통신 분야에서 송수신을 하기 위한 데이터 양의 선택에 있어 최적의 영상 정보의 전처리로서 필요한 만큼의 영상 정보의 압축에 응용될 수 있다.

### 참고 문헌

- [1]Comon, P., "Independent Component Analysis - a new concept?," *signal processing* 36, pp.287-314, 1994.
- [2]Oja, E., "The nonlinear PCA learning rule in independent component analysis," *Neurocomputing* Vol. 17, No. 1, pp.25-46, 1997.
- [3]Parkkinen, J., Jaaskelainen, T., "Color Representation Using Statistical Pattern Recognition," *Applied Optics*, vol. 26, no.19, pp.4240-4245, 1987.
- [4]Jutted, C. and Herault, J., "Blind separation of sources, part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture," *Signal Processing*, 24: pp.1-10, 1991.
- [5]Pajunen, P., "Blind source separation using algorithmic information theory," *Neurocomputing*, 1998.
- [6]Delfosse, N. and Loubaton, P., "Adaptive blind separation of independent sources: a deflation approach," *Signal Processing* Vol. 45, pp.59-83, 1995.
- [7]Fisher, Y., "Fractal Image Compression", *Berlin, Germany: Springer-Verlag*, 1994.
- [8]Gonzalez, R. and Woods, R., "Digital image processing", *Addison Wesley Co*, 1982.
- [9]Hyvarinen, A. and Oja, E., "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis," *Neural Computation* Vol. 9, No. 7, pp.1483-1492, 1997.