물리 객체의 계층구조를 기반으로 한 위상 공간 관계

최성혜[O] 이정욱 조진영 이은희 박종희
경북대학교 정보통신학과[O], 전자공학과
{vivid[0],snail,jycho,bird}@palgong.knu.ac.kr, jhpark@ee.knu.ac.kr

Topological spatial relation based on hierarchy among physical objects

Sung-Hye Choe[O] Jeong-Wook Lee Jin-Young Cho Eun-Hee Lee Jong-Hee Park
Dept. of Information and Communication[O], Dept. of Electronic Engineering, Kyungpook National University

요 약

실세계와 유사한 가상 세계를 구현하기 위해서는 3차원 상의 물리 객체간의 공간 관계 데이터베이스의 구축이 필요하다. 기존의 연구는 2차원 상의 공간 관계에 집중되었으며 이는 수평 관계만 제시해줄 뿐 수직관계를 제시해 주지 못한다. 이러한 이유로 물리 객체간의 계층 구조를 기반으로 한 계층적 위상 공간 관계 HTSR을 제안한다. 이는 4-intersention model에 적용한 것으로 16위상 관계 중 6개가 성립하고 물리 객체간의 공간관계를 더욱 다양하게 재현하는 토대를 마련한다.

1. 서 론

실세계와 유사한 논리적이고 다양한 상황이 전개 될 수 있는 환경을 제공하기 위한 cyber-microcosm 기술에서 가상현실은 필수적이다. 이 때 3차원상의 에이전트를 둘러싸고 있는 물리적 구조를 반영하기 위해서는 공간 관계에 대한 데이터베이스의 구축이 필요하다. 현재까지 공간 관계의 지식표현에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다. MC-4와 RCC-5의 관계들(relations)과 같은 2차원 상의 두 공간 영역(spatial region)간의 관계[1]는 수평적이기 때문에 3차원 상에서 객체들간의 수직 관계는 나타내지 못한다. 따라서 3차원 상에서 물리 객체간의 계층적 공간 관계를 분석하고 표현하는 것이 필요하다.

본 논문은 전체 공간 X가 연결된 위상 공간이라는 가정 아래 점집합(point-set)으로 이루어진 객체들을 구조화하고 그 구조화된 객체들간의 위상 공간 관계 HTSR을 제시한다. HTSR은 4-intersection model[2]에 적용함으로써 물리 객체간의 거리와 방향의 정보 없이 3차원상의 수직적 관계를 표현할 수 있다.

2. 위상 관계 (Topological relation)

Cyber-microcosm 기술에 필수적인 가상공간인 전체 집합 X는 유한 점들(finite points)로 이루어져 있고, 연결된 토폴로지 공간(connected topological space)이라고 가정한다. 그리고 그러한 유한 점으로 이루어진 집합들간의 공간 관계를 점집합 위상(point-set topology) 개념을 기반으로 4-intersection model[2]에 적용하고자 한다.

가정1 전체 공간 X는 연결된 점집합 위상 공간이다.

2.1 점집합 위상(Point-set topology)

지금부터 본 논문에 필요한 점집합 위상에서의 정의들과 성질들을 증명 없이 소개하고자 한다[3].

정의1 집합 X의 부분집합들의 집합(family)인 T는 다음을 만족하며 X에 대한 위상(topology)이라고 한다.

(1) 집합 X와 공집합 $\emptyset$은 T에 속한다.

(2) T의 원소들의 집합의 합집합은 T의 원소이다.

(3) T의 원소들의 유한 집합의 교집합은 T의 원소이다.

그리고 순서쌍(X,T)를 위상 공간(topological space)이라고 한다.

T의 원소는 개집합(open set)이고 X에서 개집합의 여집합(complement)이 폐집합(closed set)이다. 폐집합들의 집단은 공집합 $\emptyset$과 집합 X를 포함하고, 모든 교집합과 유한 합집합에 닫혀있다. X의 원소 x가 개집합 U에 속한다면 U는 x의 근방(neighborhood)이라고 한다.

정의2 위상 공간 X의 부분집합인 A의 점 x에 대하여 x를 포함하고 A에 포함되어지는 개집합 O가 존재하면 x를 A의 interior point라고 한다. 그리고 A의 모든 interior point들의 집합을 interior하고 A^{o}라고 표시한다.

다시 말해서, 집합 A의 interior는 x에 포함되어진 모든 개집합들의 합집합으로 정의되고 A에 포함되어진 가장 큰 개집합과 같다. 집합 A를 포함하는 모든 폐집합들의 교집합을 A의 closure라고 하고 $\overline{A}$로 표시한다.

정의3 위상 공간 X의 부분집합 A의 점 x가 다음을 만족하면 A의 boundary point이다.

$$x \in \overline{A} \cap \overline{X \setminus A}$$

그리고 A의 boundary point들의 집합을 A의 boundary라 하고 ∂A로 표시한다.

정의4 공간 X의 공집합이 아닌 부분 집합 A ,B가 다음을 만족하면 separated sets라고 한다.

$$\overline{A} \cap B = \emptyset, \quad A \cap \overline{B} = \emptyset$$

공간 X가 두 separated sets의 합집합이 아니라면 X는 connected이다. 이러한 개념들은 위상 공간 관계 정의에 바탕이 된다.

2.2 4-intersection model

위상 공간에서 두 집합의 interior와 boundary간의 교집합들로 정의된 4-intersectional model은 GIS 질의어를 처리하는데 사용되어진다. 특히 이 경우 두 집합이 2차원 상의 공간 영역

(spatial region)이라면 16개의 relation이 9개의 relation으로 감소된다[2].

정의5 위상 공간 X의 부분 집합 A, B 사이의 위상 공간관계는 다음의 값으로 나타낸다.

$$(\partial A \cap \partial B,\ A^{\circ} \cap B^{\circ},\ \partial A \cap B^{\circ},\ A^{\circ} \cap \partial B)$$

각 성분들의 값은 $\emptyset$(empty) 또는 $\neg\emptyset$(non-empty)이다.

16가지 관계(relation)는 다음과 같다[2].

표1. 16 이항 위상 관계

	$\partial\cap\partial$	$^{\circ}\cap^{\circ}$	$\partial\cap^{\circ}$	$^{\circ}\cap\partial$
r_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
r_1	$\neg\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
r_2	$\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
r_3	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
r_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\emptyset$
r_5	$\neg\emptyset$	$\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\emptyset$
r_6	$\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\emptyset$
r_7	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\emptyset$
r_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\neg\emptyset$
r_9	$\neg\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\neg\emptyset$
r_{10}	$\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\emptyset$	$\neg\emptyset$
r_{11}	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\emptyset$	$\neg\emptyset$
r_{12}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$
r_{13}	$\neg\emptyset$	$\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$
r_{14}	$\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$
r_{15}	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$	$\neg\emptyset$

본 논문에서는 위의 4-intersection model을 기반으로 2차원상의 공간 영역간의 관계가 아닌 3차원 상의 계층구조를 가진 물리 객체간의 공간 관계를 분석하였다.

3. 물리 객체들의 계층 구조 및 개념 설계

전체 공간 X는 많은 물리 객체들로 이루어져 있고 그 물리 객체로 인해서 파생된 공간이 생긴다. 그러한 공간들을 에이전트가 인식하기 위해서는 물리 객체들의 구조화가 필요하다. 그리고 이렇게 구조화된 객체의 데이터 모델은 계획 처리(planning process) 속도를 높이기 위한 domain knowledge를 제공한다[4].

사이버 공간을 구성하는 가장 기본 요소는 계층적으로 구조화된 물리 객체이다. 그리고 물리 객체는 또 다른 여러 성분으로 이루어져 있다. 그것을 물리 성분(physical materials)이라 하고 물리 객체를 구성하는 기본 요소가 된다.

정의6 연결된 위상공간 X의 부분집합 A가 다음을 만족하면 A를 물리 객체라 한다.

(1) A° 는 공집합이 아닌 연결된 공간이거나 공집합이다.

(2) $\partial A \neq \emptyset$

(3) 물리 성분 O_i에 대해서, $A = \langle O_1, O_2, \cdots \rangle$

단, <,>는 mero-set이다.

다시 말해서, 하나의 물리 객체는 연결된 내부 공간(internal space)이 있을 수도 있고 없을 수도 있다. 그리고 집이라는 물리 객체는 벽과 같은 경계점이 존재한다. 또한, 의자로 예를 들면 다리, 등받이 등등의 물리 성분들이 모여 하나의 의자 기능을 하는 것처럼 물리 객체는 여러 물리 성분들의 mero-set으로서 기능을 가진 기본 요소이다. 여기서 기능이라는 것은 사이버 공간 속에서 에이전트에게 의미 있고 이용 가능한 기본 요소이다.

하나의 물리 객체가 존재하기 위해서는 공간을 제공해 주는 모객체(host object)가 필요하다. 반대로 모객체가 제공하는 공간(derived space)에 있는 객체를 파생객체(derived object)라고 한다[5]. 물리 객체는 interior와 boundary에 의해서 공간이 생기는데 그 공간상에 있는 물리 객체가 바로 파생객체이다.

정의7 위상 공간 X의 두 부분집합 A, B가 다음을 만족하면 A는 모객체이고, B는 모객체 A의 파생객체이다.

(1) A, B는 물리 객체이다.

(2) $A^{\circ} \neq \emptyset$이면, $B \subset A$ 또는 $A^{\circ} \cap B = \emptyset$, $\partial A \cap B \neq \emptyset$

$A^{\circ} = \emptyset$이면, $\partial A \cap B \neq \emptyset$

그리고 모객체와 그것의 파생객체들이 반복적으로 구성되어져 있는 구조를 물리 객체의 계층구조(hierarchy)라 한다.

위 정의에 의하면 모객체 A의 interior가 공집합이면 A의 내부 공간에는 물리 객체가 존재하지 않는다. 또한 모객체 A의 모든 파생객체들은 A의 외부공간(external space)에 존재하게 된다. 그리고 일단 물리 객체가 생기면 공간을 차지하게 된다[6]. 물론 하나의 점은 여러 객체들이 공유할 수 있지만 두 객체의 모든 점이 같을 수는 없다. 그것은 다음의 가정에 위배되기 때문이다.

가정2 모든 물리 객체의 존재성은 공간 점유(occupation of space)를 전제한다. 즉, 두 물리 객체가 점유하는 공간상의 모든 점이 같은 경우는 발생하지 않는다.

4. 계층적 위상 공간 관계

계층적 위상 공간 관계(hierarchically topological spatial relation)는 모객체와 그것의 파생객체 간의 관계로 이하 HTSR이라고 하겠다. 4-intersection model에 적용한 HTSR의 정의는 다음과 같다.

정의8 위상 공간 X의 부분 집합 A와 B에 대해서 A가 모객체이고 B가 A의 파생객체일 때 A와 B사이의 HTSR은 다음의 값으로 나타낸다.

$$(\partial A \cap \partial B,\ A^{\circ} \cap B^{\circ},\ \partial A \cap B^{\circ},\ A^{\circ} \cap \partial B)$$

각 성분의 값은 $\emptyset$(empty) 또는 $\neg\emptyset$(non-empty)이다.

4.1 존재성

GIS에 적용되어진 2차원 상의 두 공간 영역 사이에 공간 관계는 r_0, r_1, r_3, r_6, r_7, r_{10}, r_{11}, r_{14}, r_{15}만 존재한다. 그러나 cyber-microcosm 기술로 구현되어질 공간은 3차원이다. 3차원 상에 존재하는 공간 관계는 11가지인데 이 중 r_0는 같은 모객체를 가진 파생객체간에 성립하고 모객체와 파생객체 간의

공간관계는 r_1, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{15}이다.

명제1 두 물리 객체간의 계층구조에서 r_0, r_2, r_3, r_{12}, r_{13}, r_{14}는 발생하지 않는다.

증명 : 모객체 A와 파생객체 B에 대해 귀류법으로 증명을 스케치하고자 한다.

i) r_0 $(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\emptyset)$가 존재한다고 가정한다면 $B=\partial B \cup B^\circ$이기 때문에, $\partial A \cap B=\emptyset$이고 $A^\circ \cap B^\circ=\emptyset$이다. 한편, 정의7에 의하면 $\partial A \cap B=\emptyset$인 경우는 $B \subset A^\circ$뿐이다. 즉 $A^\circ \cap B^\circ \neq \emptyset$이므로 $A^\circ \cap B^\circ=\emptyset$에 모순이다.

ii) r_2 $(\emptyset,\neg\emptyset,\emptyset,\emptyset)$이 존재한다고 가정할 경우, $A^\circ \cap B^\circ \neq \emptyset$이므로 $A^\circ \neq \emptyset$이다. 정의7의 (2)인 $\partial A \cap B \neq \emptyset$에 모순이다.

ii) r_3 $(\neg\emptyset,\neg\emptyset,\emptyset,\emptyset)$가 존재한다고 가정하자. 이 경우는 $\partial A=\partial B$, $A^\circ= B^\circ$과 같다. 이것은 모든 점이 같은 경우로 가정2에 위배된다.

iii) r_{12} $(\emptyset,\emptyset,\neg\emptyset,\neg\emptyset)$가 존재한다고 가정했을 때 $A^\circ=\emptyset$라면 $A^\circ \cap B=\emptyset$이다. $B=\partial B \cup B^\circ$와 집합론의 분배법칙에 의해서 $(A^\circ \cap B^\circ) \cup (A^\circ \cap \partial B)=\emptyset$이 성립한다. 그러나 이는 r_{12}의 가정 $A^\circ \cap \partial B \neq \emptyset$에 모순이다. $A^\circ \neq \emptyset$일 경우는 $\partial A \cap B \neq \emptyset$ 때문에 정의7에 의해서 $B \subset A^\circ$일 수 밖에 없다. 그러나 이 또한 $A^\circ \cap B^\circ=\emptyset$에 모순이다.

iv) r_{13} $(\neg\emptyset,\emptyset,\neg\emptyset,\neg\emptyset)$은 r_{12}와 같은 이유로 모순이다. 다시 말해서." $\partial A \cap B^\circ \neq \emptyset$, $A^\circ \cap \partial B \neq \emptyset \Rightarrow A^\circ \cap B^\circ \neq \emptyset$"이 성립하기 때문이다.

v) r_{14} $(\emptyset,\neg\emptyset,\neg\emptyset,\neg\emptyset)$이 존재한다고 가정하자. $\partial A \cap \partial B=\emptyset$이고 $A^\circ \cap B^\circ \neq \emptyset$이기 때문에 정의7에 의해서 $B \subset A^\circ$ 이고 $\partial A \cap B=\emptyset$이다. 이는 $\partial A \cap B^\circ \neq \emptyset$에 모순이다. □

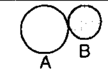
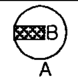
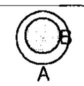
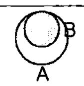
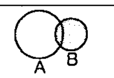
직관적인 관점에서 r_{12}, r_{13}, r_{14}는 물리 객체의 정의 상 interior가 연결되어 있는 물리 성분들의 mero-set이라는 개념에 위배되기 때문이다. 예를 들어, 볼펜 껍데기와 볼펜심이 분리되어져 있다면 각각은 더 이상 볼펜의 기능을 하지 못하기 때문에 각각은 다른 물리 객체가 된다. 그런데 r_{12}, r_{13}, r_{14}는 그렇게 떨어진 객체를 하나의 물리 객체라고 가정했을 경우만 성립한다.

4.2 계층적 위상 공간 관계 및 예제

계층적 물리 객체간의 관계는 r_1, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{15}로 10 위상 공간 관계이다. 그런데 HTSR의 각각 성분들은 교환 법칙이 성립하지 않는다. 즉, HTSR의 정의에 의해 모객체 A와 A의 파생객체 B에 대해 $(\partial B \cap \partial A$, $B^\circ \cap A^\circ$, $\partial B \cap A^\circ$, $B^\circ \cap \partial A)$은 정의되지 않는다. 한편 r_4, r_5, r_6, r_7은 $(\partial B \cap \partial A$, $B^\circ \cap A^\circ$, $\partial B \cap A^\circ$, $B^\circ \cap \partial A)$인 경우 발생한다. 따라서 이는 HTSR이 아니다. 이 예는 표2와 같다.

명제2 HTSR은 r_1, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{15} 로 6개의 위상 공간 관계이다.

표2. 두 물리 객체간의 6 HTSRs (계층적 위상 공간 관계)

HTSR	물리 객체의 상대적 배치의 예	상대적 배치의 설명 예
r_1		B는 A의 외부 공간에 붙어 있다
r_8		interior가 공집합인 B는 A의 내부 공간에 떠있다.
r_9		interior가 공집합인 B는 A의 내부 공간에 붙어 있거나 놓여 있다.
r_{10}		interior가 공집합이 아닌 B는 A의 내부 공간에 떠있다.
r_{11}		interior가 공집합이 아닌 B는 A의 내부 공간에 붙어 있거나 놓여 있다.
r_{15}		interior가 공집합이 아닌 A와 B에 대해서, A에 B는 끼워져 있다.

단, ▩는 interior가 공집합이다. A는 모객체이고 B는 A의 파생객체이다.

5. 결론 및 향후 연구방향

가상 공간 내의 물리 객체들을 구조화함으로써 물리 객체간의 공간 관계를 4-intersection model을 적용하여 분석하였다. 본 논문은 기존의 공간 관계에 대한 연구가 2차원의 수평적 관계 표현에 제한되어져 있는데 반해 점집합 위상의 개념을 도입하여 3차원 상에서 물리 객체간의 계층적 즉 수직적 공간 관계를 표현함으로써 공간 관계를 더욱 다양하게 재현하는 토대를 제공하고 있다. 앞으로 복잡한 에이전트의 지식 구조를 지능적으로 구조화하기 위해 '가깝다, 멀다'와 같은 추상적 공간 관계에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

[1] Matteo Cristani, "The Complexity of Reasoning about Spatial Congruence," Journal of Artificial Intelligence Research, 11. pp.361-390, 1999

[2] Max J.Egenhofer, Robert D.Franzosa, "Point-set Topological Spatial Relations," International Journal for Geographic Information Systems 5(2), pp.161-174,1991

[3] Fred H. Croom, "Principles Of Topology," Kyung Moon Publishers, pp.99-108, 1996

[4] Stanley Y. P. Chien, Lucy Q. Xue, and Mathew Palakal, "Task Planning for a Mobile Robot in an Indoor Environment Using Object-Oriented Domain Information," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics. Vol.27 No.6, pp.1007~1016, 1997

[5] 김노순,"가상세계 구축을 위한 환경모델링," 경북대학교 석사 학위 논문, 2000

[6] John F. Sowa, "Knowledge Representation," Brooks/Cole, pp.51-131, 2000