

프랙탈지구통계학을 이용한 유가 시계열자료 분석

박희원 · 허대기 · 이원석¹⁾

1. 서 론

세계 4위의 석유수입국이며 6위의 석유소비국인 우리나라는 유가의 변동이 국내 경제에 상당한 영향을 받고 있으며 석유류 소비는 지속적으로 증가할 것인 점에 비추어 국제 유가 변동에 대한 다양한 연구가 요청되고 있다. 본 논문에서는 대표적 유가 시스템이며 전세계 유가에 가장 영향력 있는 아랍유(Arab Light, AL), 북해산 브렌트유(Brent, BT)와 텍사스중질유(West Texsa Intermediate, WTI)의 유가 시계열에 대한 통계적 분석을 프랙탈 지구통계학을 이용하여 시도하고자 한다. 본 연구에서는 프랙탈 지구통계학을 시계열의 비선형, 카오스적인 거동을 연구하는 통계 물리학의 방법론을 경제 이론에 응용하려는 경제물리학(econophysics)의 관점에서 적용하고자 한다.

최근 들어 유가 체계(oil prices system)에 대한 계량경제학적 분석이 많이 시도되고 있으며, Plourde 와 Watkins (1998)는 유가변동의 표준편차를 계산하여 변동성(volatility)을 검토하였는데, 변동성이 크다는 것은 가격 형성 시장에 많은 정보가 공급되고 결과적으로 많은 거래를 유발한다는 것을 의미한다. Panas 와 Ninni (2000)는 로테르담과 지중해 오일시장의 유가 일변화에 따른 수익률의 거동이 카오스적임을 보였는데, 경제물리학에서 일반적으로 사용되는 수익률의 정의는 가격변동에 따른 투자 기회의 선택에 따른 수익의 로그값으로 다음과 같이 정의된다

$$r_t = \log \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} \right) \quad (1)$$

여기서 p_t 는 t 일에서의 유가를 의미한다. 그들은 유가시계열의 변동도, 왜도, 첨도 등을 분석하여 유가 시계열이 비선형성을 내포함을 밝혀냈다. 경제 시계열은 전통적으로 자동회귀 조건부이분산모델(Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity: ARCH) 혹은 일반화된ARCH모델(GARCH)을 이용하여 분석하는데, 여기서는 기본적으로 계열의 통계적 분포특성이 가우스 분포라는 강한 가정을 내포하고 있다. (Engle 1982; Bollerslev 1986) 그러나 실제 시장에서 위 모델에 의한 예측이 현실과 많은 차이가 흔히 발생하고 있다. 본 논문은 유가시계열이 프랙탈 특성을 지님을 보이고, 프랙탈 차원을 통한 시계열의 변동성을 분석하기 위하여 프랙탈 지구통계학을 이용하여 자료를 분석하고자 한다.

2. 이 론

먼저 프랙탈 거동을 띄는 시계열은 시간의 축척에 따른 계열의 자기유사적(self-affine) 구조

주요어: 프랙탈지구통계학, 경제물리학, 유가 시계열

1) 한국지질자원연구원 석유해저부 석유가스공학팀(phw@petro.kigam.re.kr)

에 의해 특성화되는데, Hurst 의 R/S(Rescaled Range)분석법에 의해 프랙탈 차원을 결정하여 그 특성을 파악하게 된다. R/S 는 시계열 값의 최대최소범위(Range, R)를 계열의 표준편차(S)로 나눈 값으로 정의되는데, 그 식은

$$\frac{R}{S} \sim T^H \quad (2)$$

과 같다. 여기서 T 는 시간축척을 나타내며, H 는 허스트지수라고 불리는 차원으로 $H = 0.5$ 이면 시계열이 완전 무작위 거동을 하며, 가우스 분포로 가정할 수 있으며 $0.5 < H \leq 1$ 인 경우는 장기기억성 혹은 지속성(persistence)을 띄게 되며, $0 \leq H < 0.5$ 의 경우에는 반지속성을 띄어 시계열의 경향은 상승과 하강이 수시로 진행되는 요동이 심한 곡선의 형태가 된다. 지구통계학에서는 변동도(variogram)가 주된 수단이 되는데, 자료가 프랙탈 특성을 띄게 되면 변동도가 지연시간 혹은 지연거리(lag) h 에 따라 다음과 같이 멱법칙을 따르며

$$\gamma(t, h) \sim h^{2H} \quad (3)$$

허스트지수는 프랙탈 차원과 $H = 2 - D$ 의 관계가 있음이 알려져 있다. 이 때 프랙탈 차원은 변동도로부터 다음과 같이 구해진다.

$$D = 2 - \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\log \gamma(t, h)}{\log(h)} \right) \right] \quad (4)$$

3. 분석 및 결론

분석데이터는 거래일 기준 1998년 1월 2일부터 2001년 12월 13일까지의 WTI, BT, AL 거래가격이며, 장단기 시계열분석을 위해 WTI와 BT자료는 1987년 5월 20일부터 2001년 12월 17일까지의 자료(WTI from 1987, BT from 1987이라 칭함)를 각각 별도로 준비하였다. 시계열 자체의 분석보다는 수익률의 관점에서 파악하기 위하여 식 (1)의 정의를 이용하였다. 먼저 자료의 첨도와 왜도를 구하였다. 특히 첨도는 3이상이면 과첨(leptokurtic)하여 통상의 가우스 분포와는 전혀 다른 통계적 특성을 띄게 되는 바 본 자료의 경우 3.6에서 19.24까지 모두 가우스 분포와는 다른 양상을 보였다. Fig.1을 보면 WTI의 확률분포가 가우스 분포에 비해 평균 근처에는 분포확률이 더 크고, 양 날개부분이 더 두꺼운 것을 알 수 있다. 이러한 양상은 주어진 데이터가 프랙탈 거동을 펼 가능성이 크다는 것을 알려주며, 본 논문에서 사용한 접근방법의 실마리가 되었다 (Skjeltorp, 2000).

Fig.2는 로그로그 좌표계에 나타낸 각 유가시스템의 변동도 그림이다. 그림에서 보듯 강한 선형성은 변동도가 멱법칙을 따르며, 프랙탈거동을 함을 나타낸다. 변동도의 지연은 350일까지 하였으며, 장기 시간 자료인 WTI from 1987, BT from 1987 은 R/S법을 사용하여 분석하였다. 그림에서의 기울기는 $2H$ 를 나타낸다.

계산된 프랙탈 차원은 Table 1에 나타내었다. 모든 시계열자료의 프랙탈 차원 D 는 1.5보다 약간 작은 값을 가지며, 이는 모든 유가의 거동이 약간 지속적인 성향을 지녀 전체적으로 부드러운 상승 혹은 하강을 하고, 각각의 유가는 상호간에 많은 영향을 주고 있음을

보여주는 것이다. 따라서 단기 예측모델을 장기 예측모델에 적용할 수 없다는 것을 말해준다. 커다란 차이는 없지만 프랙탈 차원은 단기변동에 대한 민감성을 나타내며 각각의 유가 시계열에 대해 $AL < WTI < BT$ 의 순서를 갖고 있음이 밝혀졌다.

참고문헌

Bollerslev, T., 1986, "Generalized autoregressive conditional Heteroskedasticity," *J. Econometr.* Vol.31, pp307-327.
 Engle, R., 1982, "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation," *Econometrica* Vol.50, pp987-1007.
 Panas, E. and V. Ninni, 2000, "Are oil markets chaotic? A non-linear dynamic analysis," *Energy Economics* Vol.22, pp549-568.
 Plourde, A. and C. G. Watkins, 1998, "Crude oil prices between 1985 and 1994: how volatile in relation to other commodities?," *Resource and Energy economics* Vol. 20, pp.245-262.
 Skjeltorp, H. A., 2000, "Scaling in the Norwegian stock market," *Physica A* Vol.283, pp486-528.

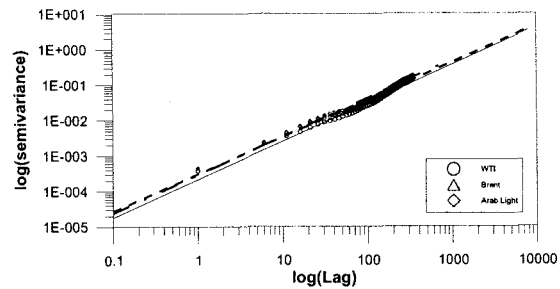
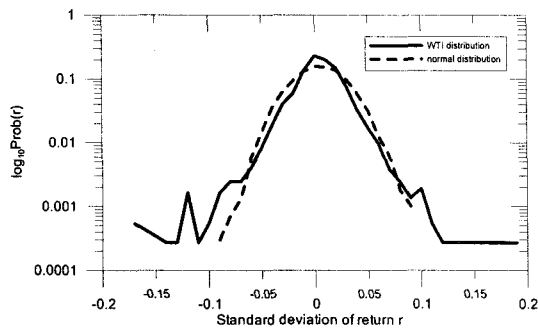


Fig.1 The plots show leptokurtic behavior (fat tails) compared to the Gaussian normal distributions. **Fig.2** log-log fractal variograms for crude prices returns

Table 1 Statistical fractal dimensions, Hurst exponents and standard errors of the major crude spot prices

Price Returns	<i>D</i>	<i>H</i>	SE
WTI	1.460	0.540	0.012
Brent	1.474	0.526	0.011
Arab Light	1.458	0.542	0.010
WTI from 1987*	1.470	0.530	0.003
Brent from 1987*	1.440	0.560	0.004

cf) SE=standard error. The data are excluded weekends and holidays. *) Data for WTI from 1987 and Brent from 87 are analyzed with R/S analysis.