비균일 공간분포 자료를 이용한 프랙탈 조건부 시뮬레이션

기세일 · 최종근[1)]

1. 서 론

다공질 매질 속에서의 유체유동 특성을 파악하기 위해서는 유체유동을 결정하는 변수들을 규명하는 작업이 선행되어야 한다. 유전 및 가스전에서 저류층 변수들의 공간적 분포에 대한 정확한 파악은 생산 및 운영 계획을 수립하는데 있어 가장 중요한 정보중의 하나이다. 오염물질의 누출에 의한 토양 오염 및 지하수 오염의 신뢰성 있는 예측을 위해서도 유동 변수를 효과적으로 파악하는 것이 매우 중요하다. 이를 위해서는 유체유동 관련 변수의 전체적인 공간적 분포를 알아야 하지만, 전체자료를 얻는 것은 시간적, 경제적, 그리고 물리적으로 매우 어렵다. 따라서, 획득 가능한 한정된 자료로부터 대상체의 전체특성을 규명하는 작업이 필수적이다.

한편, 저류층 변수중 유체유동에 가장 직접적인 영향을 미치는 변수인 유체투과율이 프랙탈 모델인 fBm(fractional Brownian motion)을 따르고, 자기상사성에 관계하는 지표인 간헐도지수(Hurst Exponent number) H는 0.7에서 0.9사이의 값을 갖는 경향이 있다고 알려져 있다(Pingping, 1998). 본 연구에서는, 조건부 시뮬레이션 기법을 이용하여, 평균, 표준편차와 간헐도지수를 보전하는, 유체투과율에 대한 프랙탈 조건부 시뮬레이션 기법에 대해서 연구하고자 한다.

2. 본 론

2.1 프랙탈 조건부 시뮬레이션

전통적인 지구통계 기법인 크리깅은, 공간적으로 완만하게 변하는 변수값들을 예측하기에 적합한 기법으로, 그리고 이미 알고 있는 샘플값을 정확하게 재생하는 장점을 갖는다. 반면에, 공간적 변화양상의 크기를 충분히 반영하지 못하고 결정론적인 하나의 해만 제시한다는 단점도 가지고 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 조건부 시뮬레이션을 사용할 수 있다. 일반적으로 조건부 시뮬레이션은 연쇄 시뮬레이션(sequential simulation) 기법을 이용하고 있는데, 대표적으로 SGS(Sequential Gaussian Simulation), SIS(Sequential Indicator Simulation)등이 있다.

Mandelbrot와 Van Ness(1968)는 브라운 운동(Brown motion)의 $T^{1/2}$규칙($T^{1/2}$'*s law*)을 일반화한, T^{H} 규칙(T^{H}'*s law*)을 이용하여, fBm 거동에 대한 다음의 식들을 제시하였다.

$$\langle B_H(t+T)-B_H(t)\rangle = 0 \qquad 1)$$

$$\langle \{B_H(t+T)-B_H(t)\}^2\rangle = V_H T^{2H} \qquad 2)$$

주요어: fBm, 연쇄 시뮬레이션, 조건부 시뮬레이션, 간헐도지수, 지구통계학

1) 서울대학교 지구환경시스템공학부(ksi@geofluid.snu.ac.kr, johnchoe@snu.ac.kr)

여기서 기호< >는 기대값을 나타낸다. 식 2)는 지구통계학에서 공간적 상호관계의 지표로 사용하고 있는 베리오그램의 정의와 같은 형태의 식이다. 즉, fBm을 따르는 공간분포의 경우 급수모델로 베리오그램 모델링이 가능하다. 즉, 구현하고자 하는 필드의 베리오그램이 급수모델을 따르는 fBm 필드이고 fBm특성변수 간헐도지수를 알고 있다면, 분포의 특성을 반영하는 fBm 특성변수 간헐도지수 H도 추가적으로 고려해줄 필요가 있다.

Rumelin(1992)은 시뮬레이션을 통해 값을 구하고자 하는 지점 u_i에서의 변수값을 $z(u_i)$라고 했을 때, 아래의 식 3)과 같이 이미 알고 있는 지점 u_α에서의 변수값 $z(u_\alpha)$들에 대한 가중치 λ를 곱한 값과 정규분포 $N(0,1)$의 난수 w 에 관계된 항의 합으로 구하고자 하였다.

$$[z(u_i)] = \lambda[z(u_\alpha)] + Sw \qquad 3)$$

Rumelin(1992)은 공분산을 이용하여 공간적 거리에 대한 가중치 λ와 난수의 가중치 S를 구하여, 샘플값이 균일하게 분포하는 필드에서 간헐도지수를 보전하면서 밀한 격자를 생성하는 기법을 개발하였다. 이를 이용하여 Kentwell 등(1999)은 하나의 미지값을 결정한 뒤 연쇄 시뮬레이션 기법으로 전체 필드를 구현하는 프랙탈 조건부 시뮬레이션 기법을 개발하였다.

2.2 분산보정

Kentwell 등이 제시한 기법은 공간분포의 불균질성, 즉 표준편차를 충분히 반영하지 못하는 단점이 있다. 이를 보완하기 위해 다음의 식 4)와 같은 내삽식을 고려하였다.

$$X(t) = X(0) + \frac{t}{T}(X(T) - X(0)) \qquad 4)$$

$$Var(X(T) - X(0)) = T^{2H} V_H \qquad 5)$$

$$Var(X(t) - X(0)) = t^{2H} V_H \qquad 6)$$

$X(T)$와 $X(0)$값은 이미 알고 있는 값이고 식 5)를 만족하고, 미지값 $X(t)$가 다음의 식 6)을 만족한다고 가정하면, 다음과 같이 편차 Δ^2에 대한 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta^2 = \frac{1}{2} V_H (1 - \left(\frac{t}{T}\right)^{2-2H}) t^{2H} \qquad 7)$$

여기서, T와 t는 각각 이전단계와 바로 다음 단계에서의 길이를 뜻한다. 이 연구에서는 이러한 편차 Δ^2, 즉 일종의 교란을 고려하여 시뮬레이션을 수행하였다.

3. 결과 및 결론

SRA(Successive Random Addition)기법(Barnsley 등, 1988)으로 17*17 크기의 간헐도지수가 0.9인 임의의 유체투과율필드를 구성하였고(<그림 1>), 여기서 임의로 선택한 30개 샘플의 위치는 <그림 2>와 같다. 30개 샘플을 이용하여 Kentwell 등이 제시한 방법으로 필드를 구현한 것이 <그림 3>이고 , <그림 4>는 분산보정을 했을 경우의 필드를 나타낸 그림이다. <표 1>은 네 필드의 통계치를 정리한 것이다. 교란을 고려하여 분산보정을 하더라도 평균과 간헐도지수는 크게 변화가 없는데, 표준편차는 이전의 연구에 비해 상당히 정확하게

보존하고 있음을 알 수 있다. 따라서 유체유동에 보다 지배적인 영향을 미치는 양 극값을 잘 반영할 수 있다.

4. 사 사

이 연구는 한국과학재단의 특정기초연구비(R01-2000-00058)에 의해 지원되었습니다.

5. 참고문헌

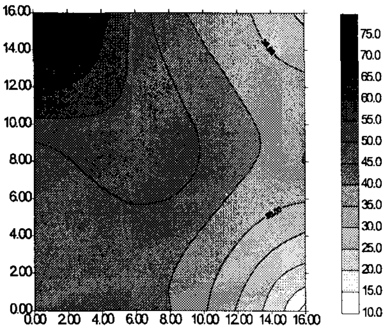
1) Barnsley, M.F., Robert, L.D., Mandelbrot, B.B., Peitgen, H.O., Saupe, D., and Voss, R.F., 1988, *The Science of Fractal Image*, Springer-Verlag Press, New York.

2) Kentwell, D.J., Bloom, G.A., and Comber, G.A., 1999, "Geostatistical Conditional Simulation with Irregularly Spaced Data," *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 48, p. 447-456.

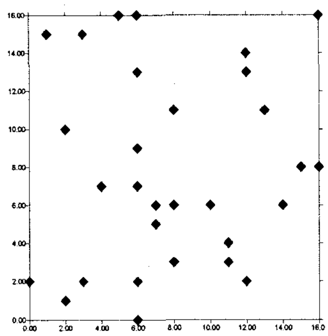
3) Mandelbrot, B.B. and Van Ness, J.W., 1968, "Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications," *Siam Review*, Vol. 10, No. 4, p. 422-437.

4) Pinigping, S., "Application of Fractal Techniques in Reservoir Development," SPE 50878 presented at the 1988 SPE International Conference and Exhibition, Beijing, China, 2-6 Nov. 1998.

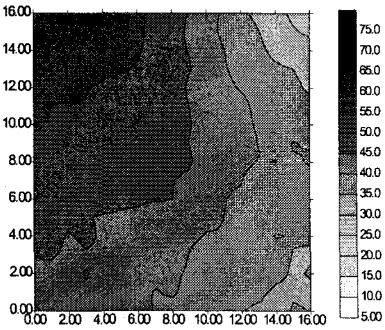
5) Rumelin, W., 1992, "Fractal Interpolation of Random Fields of Fractional Brownian Motion", in: Encarnacao, J.I., Peitgen, H.O., Sakas, G., and Englert, G., *Fractal Geometry and computer Graphics*, Springer, Berlin, p. 122-134.



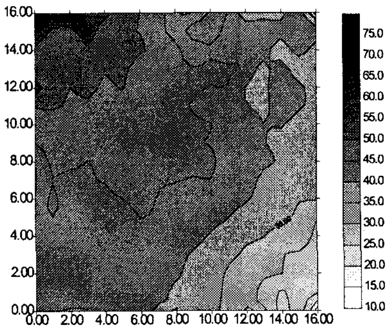
<그림 1> 참조필드.



<그림 2> 샘플링 위치.



<그림 3> 기존연구.



<그림 4> 분산보정한 필드.

<표 1> 각 필드의 평균과 표준편차

	평균	간헐도지수	표준편차	표준편차비율
참조필드	42.36	0.90	8.51	1
기존연구의 필드	43.44	0.91	7.23	0.85
분산보정한 필드	41.15	0.92	8.38	0.98