

지형을 포함한 MT 자료의 2차원 모델링과 역산

이성곤¹⁾ · 송윤호¹⁾ · 김정호¹⁾ · 정승환¹⁾

1. 서론

MT(magnetotelluric) 탐사는 일반적으로 자연적인 전자기장을 이용하여 탐사하는 방법으로 주로 심부 탐사에 주로 이용되는 방법이다. 이 방법은 전자기파의 평면파 가정을 이용하기 때문에 다른 전자탐사 자료보다 해석이 비교적 쉬운 장점을 갖고 있으나, 고주파수로 갈수록 인공적인 전자기적 잡음으로 인하여 자료 획득 및 해석이 어려운 단점을 지니고 있다. 그러나, 수년 전부터는 고주파수 대역의 자연전자기장의 신호 수준을 보완한 CSMT (controlled source MT)법이 전기비저항 탐사법 보다 비교적 깊은 탐사 심도가 요구되는 현장에서 지반 조사 등의 목적으로 이용되고 있으며, 2차원적인 수평탐사를 수행하는 사례도 많아지고 있다. 이에 따라 2차원 탐사자료에 대한 해석 도구의 필요성이 제기되고 있으며, 특히 우리나라와 같이 지형의 기복이 심한 현장 여건에서는 지형에 의한 정적효과 때문에 MT 자료 해석에 주의가 필요하다. 따라서, 본 연구에서는 지형의 기복이 있는 현장 자료 해석을 위하여 이를 포함한 MT 자료에 대한 2차원 모델링 및 역산 알고리즘을 유한요소법을 이용하여 구현하여 성능을 검증하였다.

2. 지형을 포함한 MT 2차원 모델링

주향 방향이 x 이고 시간에 대한 의존성을 $e^{i\omega t}$ 라고 가정할 때 MT장의 TE 및 TM모드에 관한 지배방정식으로부터 변분식을 유도하면 식 (1)과 같다 (Rodi, 1976).

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\tau} \nabla U \cdot \nabla V dS + \int_{\Omega} \gamma UV dS = \int_{\partial\Omega} \frac{1}{\tau} U \frac{\partial V}{\partial n} dl \quad (1)$$

여기서, U 는 시험함수(test function)이다. 또한 모델링에서 구해지는 V 와 임피던스(impedance) 등의 계산을 위하여 필요한 각 모드의 나머지 전기장(TM 모드) 혹은 자기장(TE 모드)등의 보조장(auxiliary field; Rodi, 1976) I, J 는 식 (2), (3)과 같이 V 의 미분에 의하여 계산된다.

$$\frac{\partial V}{\partial y} = -\tau I \quad (2) \qquad \frac{\partial V}{\partial z} = -\tau J \quad (3)$$

여기서, V, I, J, γ, τ 는 TE 모드에서는 $I = -H_x, J = H_y, V = E_x, \gamma = \sigma, \tau = i\omega\mu$ 이고, TM 모드에서는 $I = E_x, J = -E_y, V = H_x, \gamma = i\omega\mu, \tau = \sigma$ 이다.

식 (1)을 유한요소법을 이용하여 모델링을 하기 위하여 적용된 경계조건은 1차원 층서 구조의 조건을 사용하였다(Rodi, 1976). 그림 1은 본 연구에서 구현한 모델링 및 역산에서 설정된 격자 구조를 나타내고 있는데, 지형은 사각형 요소를 좌표 변환(mapping)을 이용하여 구현하였으며, $z = z_{\min}, z = z_{\max}$ 로 갈수록 지형의 기복을 점차로 감소시켜 1차원 경계조건이

주요어: MT, 지형, 모델링, 역산, 유한요소법

1) 한국지질자원연구원 탐사개발연구부

성립하도록 설계하였다.

특히, 본 연구에서는 Rodi(1976)가 제안한 알고리즘을 지형이 존재하는 경우에 적합하도록 변형하여 식 (3)의 보조적인 전기장(TM) 혹은 자기장(TE) J 를 구하였다. 이를 위하여 유한요소식의 해와 식 (1)의 우변에 포함된 지표면에 대한 수직 미분 값에 관한 또 하나의 방정식을 구성하여 수직 미분값을 구하였으며, 식 (4)의 변환식을 이용하여 y, z 에 대한 미분을 구하였다 (그림 2). 이 방법은 특히 경사에 나란한 방향으로 변화가 없는 자기장을 이용하는 TM 모드의 경우 매우 유용한 방법임을 알 수 있으며, 전방차분이나 후방 차분의 수치적 방법을 이용하는 방법보다 격자 간격을 넓게 하여도 정확도를 높일 수 있는 장점이 있다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial n} & \frac{\partial z}{\partial n} \\ \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial n} \\ \frac{\partial V}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial n} \\ \frac{\partial V}{\partial t} \end{pmatrix} \quad (4)$$

그림 3은 본 연구에서 구현된 모델링 및 보조장 계산 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 지형이 있는 모델에 대하여 모델링을 수행된 결과를 나타내고 있다. 삼각형 요소를 사용하여 지형을 구현한 Wannamaker(1984)의 알고리즘을 채택한 결과(손정술, 1996)와 잘 일치되고 있다.

3. 지형을 포함한 역산

지형을 포함한 MT 자료의 2차원 역산을 위하여 본 연구에서는 공간적 함수로서의 Lagrange 곱수를 적용한 최소자승역산법을 이용하였다(Active Constraint Balancing; Yi and Kim, 1998). 자료 오차 벡터를 $\Delta \mathbf{d}$ 라하고 자코비안(Jacobian) \mathbf{J} , λ 를 Lagrange 곱수, \mathbf{C} 를 모델 변수에 대한 제한을 가하기 위한 평활화 연산자 행렬이라 할 때, 각 반복 단계에서 모델 변수 증분 벡터를 $\Delta \mathbf{p}$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\Delta \mathbf{p} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{J}^T \Delta \mathbf{d} \quad (5)$$

식 (5)의 Lagrange 곱수 λ 는 변수분해능 행렬(parameter resolution matrix)으로부터 정의되는 분산함수(spread function)로부터 공간적 함수로서 설정되게 되는데, 이 방법은 해상도 및 안정성의 두가지 상반된 목표를 얻도록 고안되었으며, 전기비저항 탐사 자료의 3차원 역산, 전자 탐사자료의 역산에 성공적으로 적용되었다.(Yi and Kim, 1998; 유진상 등, 2001)

그림 4는 좌우에 지형 기록이 있고, 중심에 10ohm-m의 저비저항대가 존재하는 모델에 대한 2차원 MT 자료의 TE 모드와 TM 모드 복합 역산 결과를 나타내고 있으며, 지형이 존재하는 경우에도 지하 전기비저항 이상대를 잘 영상화하였다.

4. 결론

본 연구에서는 지형을 포함한 MT 자료에 대한 2차원 모델링 및 역산 알고리즘을 개발하였다. 모델링 알고리즘에서는 Rodi(1976)가 제안한 보조장 알고리즘을 지형이 포함되어 있을 때에도 적합하도록 변형하여 사용하였으며, 이론적인 모델에 적용한 결과 정확도가 향상되었음을 알 수 있었다. 또한, 역산에 있어서는 Yi and Kim(1998)이 제안한 ACB를 이용하였으며, 지형이 있는 모델에 대하여 적용한 결과 지형이 있는 경우에도 지하의 전기비저항의 분포를 잘 영상화하였다.

참고문헌

손정술, 1996, 유한요소법을 이용한 MT 탐사자료의 지형보정, 공학석사 학위논문, 서울대학교, 서울.

유진상, 송운호, 설순지, 송영수, 2001, "지반조사를 위한 loop-loop 전자탐사 기법의 적용", 물리탐사, 제4권 2호, pp. 25-33.

Rodi W. L. 1976., "A technique for improving the accuracy of finite element solutions for magnetotelluric data", *Geophys. J. R. astr. Soc.* Vol. 44, pp. 483-506.

Wannamaker P. E. Stodt J. A. and Rijo L., 1986, "Two-dimensional topographic responses in magnetotellurics modeled using finite elements", *Geophysics*, Vol 51, pp. 2131-2144.

Yi M.-J. and Kim J.-H., 1998, "Enhancing the resolving power of the least-squares inversion with active constraint balancing", *Expanded Abstracts of 68th SEG meeting*, New Orleans, USA, pp. 485-488.

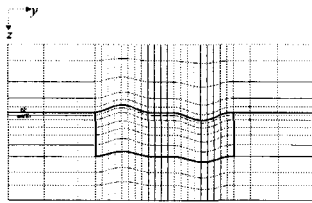


Fig. 1. FEM mesh used in this study.

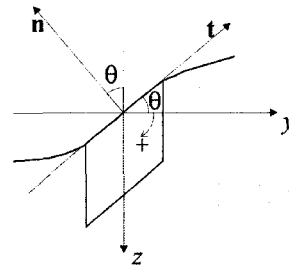
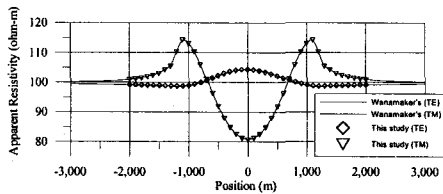
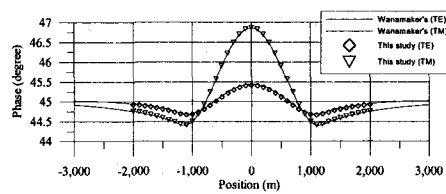


Fig. 2. Normal (\mathbf{n}) and tangential (\mathbf{t}) vectors with respect to slope in y - z coordinate.



(a)



(b)

Fig. 3. Comparisons of the results for validity. Lines represent the results of Wannamaker et al. (1986) and symbols are those from our algorithm. Triangles denote TE mode and diamonds indicate TM mode. (a) Apparent resistivity (b) Phase.

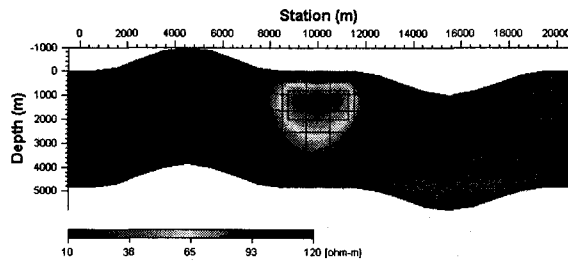


Fig. 4. The inversion results of synthetic data considering topography. The original model is marked as a rectangle.