

임계노즐 유동에 미치는 노즐 곡률의 영향

김재형* · 김희동** · 박경암***

Effect of the Nozzle Curvature on Critical Flows

Jae-Hyung Kim*, Heuy-Dong Kim** and Kyung-Am Park***

Key Words: Critical Nozzle(임계노즐), Nozzle Curvature(노즐곡률), Discharge Coefficient(유출계수), Boundary Layer(경계층), Compressible Flow(압축성유동)

ABSTRACT

Recently the critical nozzles with small diameter are being extensively used to measure mass flow in a variety of industrial fields and these have different configurations depending on operation condition and working gas. The curvature radius of the critical nozzle throat is one of the most important configuration factors promising a high reliability of the critical nozzle. In the present study, computations using the axisymmetric, compressible, Navier-Stokes equations are carried out to investigate the effect of the nozzle curvature on critical flows. The diameter of the critical nozzle employed is $D=0.3\text{mm}$ and the radius of curvature of the critical nozzle throat is varied in the range from $1D$ to $3D$. It is found that the discharge coefficient is very sensitive to the curvature radius(R) of critical nozzle, leading to the peak discharge coefficient at $R = 2.0D$ and $2.5D$, and that the critical pressure ratio increases with the curvature radius.

1. 서 론

유체가 유로를 따라 흐르는 경우, 유체의 유동은 고체 벽면에 의해 제한된다. 이러한 내부유동은 여러 요인들에 의해 유동상태가 결정된다. 특히, 노즐이나 오리피스 등과 같이 유로의 단면적이 변하는 유체기구를 작동유체가 통과하는 경우에는 마찰이나 열전달 등의 요인들보다 단면적 변화에 따른 유체의 물성치 변화가 주된 요인으로 작용한다. 이러한 단면적의 변

화는 유체의 속도에 영향을 미치게 되는데, 특히 압축성 유동은 비압축성 유동과는 달리 유체의 속도변화가 발생할 경우에 밀도에 영향을 미치게 되므로, 유체의 물성치 변화를 초래한다. 또 압축성 유동은 밀도의 변화에 대한 압력변화의 상대적 비로 정의되는 음속(sonic)이 작기 때문에 유속이 쉽게 초음속으로 가속될 수 있다. 기체의 유동이 초음속으로 가속하면 기체 분자의 무작위적인 운동에너지가 유속보다도 작아지게 되어, 하류의 유동정보가 상류로 전파하지 못하는 초크(choke)현상이 발생하게 된다.

임계노즐은 이러한 초크현상을 적절히 이용하여, 기체의 유량을 용이하게 예측하기 위한 기구로서, 사

* 안동대학교 기계공학과 대학원
** 안동대학교 기계공학부
*** 한국표준과학연구원 유체유동그룹

용의 편의성과 높은 정확도에 인해 사용량이 급증하고 있다.

임계노즐을 통한 질량유량은 노즐 상류의 상태량과 노즐 목의 직경에 의해 쉽게 예측될 수 있다. 이것은 일차원 등엔트로피 관계식에 의해 얻어진 결과로서, 실제 질량유량과는 다소 차이를 보인다. 즉, 유동의 점성효과, 벽면을 통한 열전달, 비정상성 등으로 인해 이론질량유량과 실제유량의 비로 정의되는 유출계수(discharge coefficient)는 1.0이 되지 못한다.

종래 임계노즐에 관한 연구들을 살펴보면, Park 등⁽¹⁾은 저 레이놀즈수 영역에서 임계노즐 유동의 유출계수와 임계압력비(critical pressure ratio)를 실험적으로 조사한 바 있으며, von Lavante 등⁽²⁾은 임계노즐의 비정상효과를 실험 및 수치해석적 방법으로 연구하였다. 최근에 Kim 등^(3,4)은 작동기체와 노즐목 직경변화가 유출계수에 미치는 영향에 대해 수치해석적 방법으로 연구하였다. 또 디퓨저의 확대각의 변화가 임계압력비에 미치는 영향에 대해서도 조사된 바 있다.⁽⁵⁾

종래 연구들에 따르면, 노즐을 통한 질량유량은 레이놀즈수만의 함수로 주어질 수 있다고 보고하고 있다⁽⁶⁾. 다시 말해, 노즐을 통한 질량유량은 노즐 상류의 상태량에 의해 결정될 수 있다는 것을 의미한다. 임계노즐을 통한 실제유동에서 질량유량은 경계층과 상당히 밀접한 관계를 가지므로^(7,8), 유출계수를 최대 유지하기 위해서는 노즐목에서 경계층의 발달을 최소화하여야 한다. 그러나 아직까지 노즐목 상류의 축소부 형상이 노즐목에서의 경계층 발달에 미치는 영향에 대한 연구는 미흡한 실정이다.

따라서, 본 연구에서는 수치해석적 방법을 이용하여 경계층의 발달을 억제하여, 유출계수를 1.0에 근접시킬수 있는 최적의 노즐 목 곡률을 조사하였다. 또 노즐목의 곡률변화가 임계압력비의 변화에 미치는 영향에 대해서 조사하였다.

2. 수치해석 방법

본 연구에서는 임계노즐 목의 곡률반경이 유출계수와 임계압력비에 미치는 영향을 수치적으로 모사하기 위해 $\kappa - \epsilon$ 난류모델을 사용하는 축소칭, 압축성 Navier-Stokes 방정식에 유한체적법을 적용하였다. 수치계산에 적용된 지배방정식의 적분형태는 다음과 같다.

$$\Gamma \frac{\partial}{\partial t} \int_V Q dV + \oint [F - G] dA = 0 \quad (1)$$

여기에서 F와 G는 각각 점성, 비점성, 유속벡터, Q는 주요변수들의 시간중속 벡터를 의미하며, 식(2)와 같이 정의된다.

$$F = \left[\rho v, \rho v v_x, + p \hat{i}, \rho v v_y, + p \hat{j}, \rho v v_z, + p \hat{k}, \rho v H \right]^T$$

$$G = \left[\hat{0}, \tau_{xi}, \tau_{ji}, \tau_{zi}, \tau_{ij} v_j + q \right]$$

$$Q = \left[\rho, v_x, v_y, v_z, T \right] \quad (2)$$

위의 식에서 H는 단위질량당 전엔탈피, E는 내부에너지와 운동에너지를 포함하는 전에너지를 의미하며, 이들의 관계는 다음과 같다.

$$H = E + p / \rho \quad (3)$$

식(1)에 나타나 있는 행렬 Γ 는 다음과 같다.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \theta & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \theta v_x & \rho & 0 & 0 & \rho_T v_x \\ \theta v_y & 0 & \rho & 0 & \rho_T v_y \\ \theta v_z & 0 & 0 & \rho & \rho_T v_z \\ \theta H - \delta & \rho v_x & \rho v_y & \rho v_z & \rho_T H + \rho C_p \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 ρ_T 는 일정압력에서 온도와 관련된 밀도이며, 압축성 유동에서 $\delta=0$ 이다. 매개변수 θ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\theta = (1/U_r^2) - (\rho_T H + \rho C_p) \quad (5)$$

식(5)에서 U_r 은 기준속도, C_p 는 정압비열을 의미한다.

Fig.1은 본 연구에서 적용된 임계노즐의 개략도와 경계조건을 나타낸다. 노즐 목의 직경을 D로 하였을 경우, 작동기체는 노즐 입구를 통해 유입되며, 곡률반경이 R, 길이가 1D인 노즐 축소부를 지나 노즐목을 통과한다. 노즐목을 통과한 유동은 디퓨저의 확대반각이 4, 길이가 4D인 확대부를 지나 노즐 출구를 통해 유출된다. 경계조건으로는 노즐 벽면에 단일 no-slip 벽조건을 적용하였으며, 노즐 입구에는 pressure inlet 조건, 출구에는 pressure outlet 조건을 적용하였다. 본 수치계산에서 사용된 작동기체는 공기이다.

Table 1에는 본 수치계산에서 적용된 임계노즐의 상세치수와 운전조건을 나타내었다. 노즐목 직경은 D = 0.3mm이며, 노즐목의 곡률반경은 R = 1.0 ~ 3.0D까지 변화시켰다. 노즐 상류의 전압은 $p_0 = 0.2 \sim 2\text{MPa}$, 전온도는 $T_0 = 300\text{K}$ 로 설정하였으며, 본 연구에서 적용된 레이놀즈수의 범위는 대략 $2.9 \times 10^4 < Re < 7.4 \times 10^4$ 이다.

Fig. 2는 본 수치계산에 적용된 정렬격자계를 나

타낸다. 격자점은 대략 40,000개 정도이며, 유동이 초크하는 노즐 목부분과 경계층 유동이 지배적인 노즐 벽면에 격자점을 집중시켰다. 유동은 임계노즐의 중심축에 대하여 대칭형태이므로, 유로의 상반부에 대해서만 계산을 수행하였다.

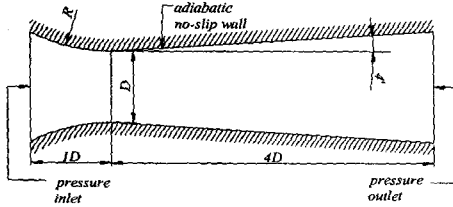


Fig. 1 Schematic diagram of a critical nozzle

Table 1 Dimension of nozzles and operation condition

Throat Diameter (D)	Radius of curvature (R)	Total Pressure (p_0)	Back Pressure (p_b)	Total Temp. (T)
0.3mm	1D	0.2MPa	0.80 p_0	300K
	3D	2MPa	0.125 p_0	



Fig. 2 Structure grid system

3. 결과 및 토의

3. 1 경계층

Fig. 3은 레이놀즈수 변화에 따른 경계층의 배제두께 변화를 나타낸다. 그림에서 Re_{th} 는 노즐목을 특성 길이로 하는 레이놀즈수이며, δ^* 는 경계층의 배제두께(displacement thickness)를 의미한다. 여기에서 경계층의 두께는 질량유속(mass flux)를 이용한 적분상태량으로 산출하였다. 먼저 $R/D = 2.0$ 인 경우, 경계층의 배제두께는 $1/(Re_{th})^{1/2}$ 가 증가함에 따라 선형적으로 증가하고 있다. 이러한 경향은 다른 곡률의 노즐에서도 유사하게 나타나고 있다. 동일한 레이놀즈수에 대해서, R/D 가 증가할수록 배제두께는 증가하지만, $1/(Re_{th})^{1/2}$ 가 0.006보다 작은 범위에서는 $R/D = 2.5$ 인 경우의 배제두께가 $R/D = 2.0$ 인 경우보다도

작게 예측된다. 이것은 레이놀즈수가 증가할수록 관성력이 증가하므로, 반경방향으로의 운동량이 증가하여 노즐 목에서의 경계층의 성장에 영향을 미치기 때문이다. 따라서 높은 레이놀즈수의 경우, 경계층의 영향을 최소화하기 위해서는 노즐목의 곡률반경이 큰 노즐을 사용하는 것이 효과적일 것으로 판단된다. $0.004 < 1/(Re_{th})^{1/2} < 0.012$ 의 범위에서 임계노즐을 통한 경계층의 배제두께는 노즐목 직경의 약 0.8%에서 2.0%까지 변화된다.

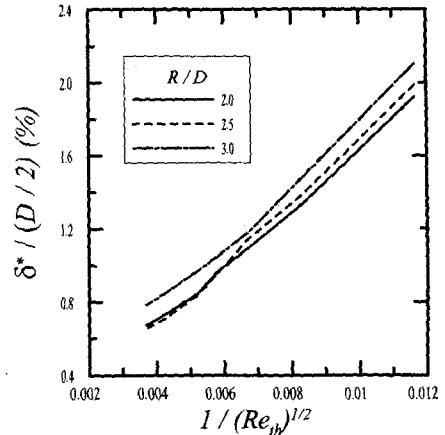


Fig. 3 Variation of displacement thickness with Reynolds number

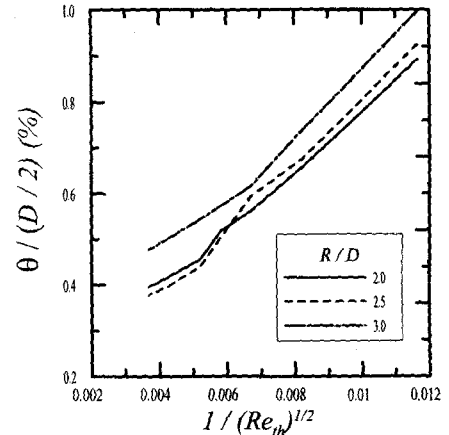


Fig. 4 Variation of momentum thickness with Reynolds number

Fig. 4는 레이놀즈수 변화가 경계층의 운동량두께(momentum thickness)에 미치는 영향을 나타낸다. 그

림에서는 경계층의 운동량두께를 의미한다. Fig. 3의 경우와 마찬가지로, $1 / (Re_{th})^{1/2}$ 이 증가할수록 경계층의 운동량 두께는 증가하는 경향을 보인다. 운동량 두께는 $0.004 < 1 / (Re_{th})^{1/2} < 0.012$ 범위에서 노즐목 직경의 약 0.4% ~ 0.9% 정도로 예측된다.

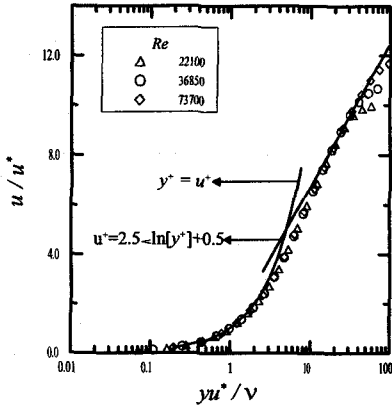


Fig. 5 Turbulent velocity profile at nozzle throat ($R / D = 2.0$)

그림 5는 $R / D = 2.0$ 의 경우, 노즐목에서의 경계층 유동의 상세를 나타낸다. 그림에서 기호 Δ , \circ 및 \diamond 는 각각의 레이놀즈수에서 얻어진 수치계산결과이며, 실선들은 그림에서 기술한 바와 같이 난류경계층의 벽법칙(law of wall)을 나타낸다. $y^* < 3.0$ 인 영역에서는 $y^* = u^*$ 의 점성저층(viscous sublayer)벽법칙으로, $y^* > 10.0$ 인 대수법칙역에서는 그림에서 제시한 벽법칙으로 경계층 유동을 충분히 예측할 수 있다. 대수법칙역과 점성저층구간 사이에서 나타나는 완충역(buffer zone)의 질량유속(mass flux)은 u^* 의 약 3.0 ~ 7.5배 정도로 예측된다. 레이놀즈수가 증가할수록 벽법칙을 만족하는 대수법칙역의 구간이 다소 길어짐을 확인할 수 있다. 즉, 레이놀즈수가 증가할수록 상대적으로 관성력이 커지므로, 난류경계층은 더욱더 충만하게 된다.

3. 2 유출계수

Fig. 6은 노즐목의 곡률반경이 유출계수의 예측에 미치는 영향을 나타낸다. 횡축의 R / D 는 노즐목의 곡률반경 R 을 노즐목의 직경 D 로 무차원한 값이며, 종축의 C_d 는 유출계수를 의미한다. 레이놀즈수가 73700인 경우, $R / D = 1.0$ 인 경우에는 유출계수가 0.955로 예측되며, 노즐목의 곡률반경이 증가할수록

유출계수는 급격히 증가한다. 이때 R / D 가 약 2.0에서 2.5사이에서 유출계수는 최대값을 가진 후, 곡률이 감소할수록 완만하게 감소한다. 동일한노즐목의 곡률반경에 대해서 레이놀즈수가 증가할수록 유출계수는 증가한다. 이것은 레이놀즈수가 감소할수록 경계층의 영향이 커지게 되므로, 노즐을 통과하는 질량유량은 감소하기 때문이다. 또 특정한 곡률반경을 가지는 노즐에서 유출계수의 최대값이 존재한다는 것은 경계층의 배제두께를 최소화할 수 있는 최적의 곡률반경이 존재한다는 것을 의미한다.

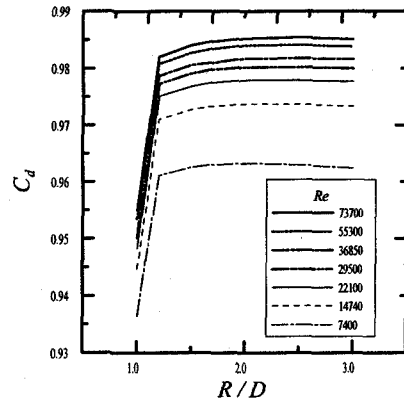


Fig. 6 Variation of mass flow rate with radius of curvature

Fig. 7은 레이놀즈수와 유출계수와의 관계를 나타낸다. $R / D = 1.5$ 인 경우, $1 / (Re_{th})^{1/2}$ 가 증가하면 유출계수는 감소한다. 그림에서 굵은 실선은 $4.0 \times 10^4 < Re < 2.0 \times 10^5$ 의 범위에서 얻어진 문헌(6)의 실험결과로 본 수치계산 결과와는 약 0.3%이내의 오차를 보인다. 동일한 $1 / (Re_{th})^{1/2}$ 에 대해서 입계노즐의 곡률반경이 커질수록 유출계수는 증가하며, 레이놀즈수의 변화에 따른 유출계수 변화의 기울기는 거의 동일하다. 그러나 $R / D = 2.0$ 인 실선과 $R / D = 2.5$ 인 점선을 비교한 결과, 저 레이놀즈수의 범위에서는 $R / D = 2.5$ 인 경우의 유출계수가 $R / D = 2.0$ 에 비해 더 낮은 값으로 예측되지만, $1 / (Re_{th})^{1/2} < 0.6$ 의 영역에서는 $R / D = 2.0$ 의 유출계수에 비해 더 높아진다. Fig. 3에서 나타낸 레이놀즈수와 배제두께와의 관계에서 $R / D = 2.0, 2.5$ 인 두 경우의 수치계산 결과로부터, $1 / (Re_{th})^{1/2} < 0.006$ 인 레이놀즈수 영역에서 경계층의 배제두께는 서로 역전되는 것을

확인할 수 있다. 즉 경계층의 배제두께와 유출계수와는 서로 밀접한 관계가 있음을 알 수 있다.

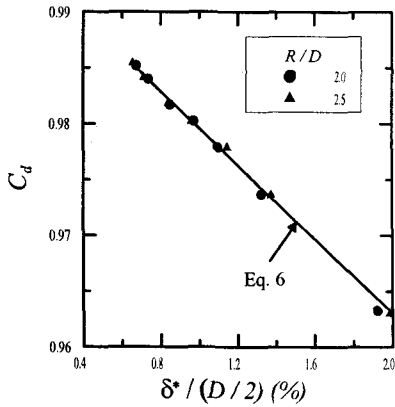


Fig. 7 Discharge coefficient(C_d) vs $1 / (Re_{th})^{1/2}$

Fig. 8은 경계층의 배제두께와 유출계수와의 관계를 나타낸다. 그림에서 경계층의 배제두께가 노즐목 직경의 0.6% ~ 2.0%까지 변화되면, 유출계수는 약 0.985에서 0.963정도로 감소한다. 그림에서의 실선은 경계층의 배제두께와 유출계수와의 관계를 나타낸 선이며, 식(6)과 같은 경험식으로 표현된다.

$$C_d = -1.6538 \times \frac{\delta^*}{(D/2)} + 0.996 \quad (6)$$

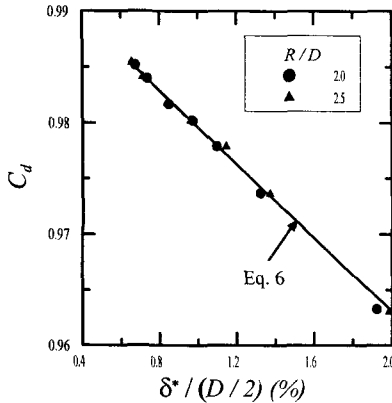


Fig. 8 Discharge coefficient(C_d) vs δ^* / D

3.3 입계압력비

Fig. 9와 10은 입계노즐의 작동 압력비(p_b / p_o) 변화에 따른 질량유량의 변화를 나타낸다. 그림에서 횡

축은 노즐 하류의 배압 p_b 를 상류의 전압 p_o 로 무차원한 값으로 입계노즐의 작동압력비를 의미하며, 종축의 \dot{m} / \dot{m}_c 는 노즐을 통한 질량유량 \dot{m} 를 유동이 초크한 경우의 질량유량 \dot{m}_c 로 무차원한 값이다. Fig. 9에서 $R / D = 1.0$ 인 경우, 작동압력비가 감소할수록 질량유량은 점차적으로 증가하며, p_b / p_o 가 약 0.8이하가 되면 유동은 초크하게 된다. 즉 $R / D = 1.0$ 인 노즐의 입계압력비는 약 0.80이다. R / D 가 증가할수록 입계압력비는 증가하며, $R / D > 2.0$ 인 Fig. 9의 경우에서도 Fig. 8의 경우와 동일한 경향을 나타내지만, 유동이 초크하기 이전의 높은 작동압력비에서의 질량유량의 변화와 입계압력비는 큰 차이가 없다.

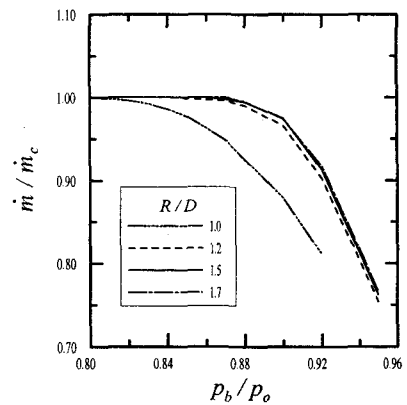


Fig. 9 Variation of mass flow rate with pressure ratio ($R / D = 1.0, 1.2, 1.5, 1.7$)

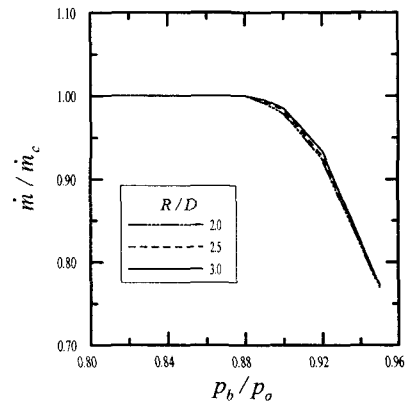


Fig. 10 Variation of mass flow rate with pressure ratio ($R / D = 2.0, 2.5, 3.0$)

Fig. 11은 노즐목의 곡률반경과 임계압력비와의 관계를 나타낸다. 그림에서 종축의 p_{cr} 은 임계압력비를 의미한다. 임계노즐목의 곡률반경이 변하면, 노즐 입구에서 노즐목까지의 경계층의 발달 정도와 노즐목 하류의 디퓨저 부분에서의 경계층의 성장은 달라진다. 노즐목의 곡률반경이 매우 작은 경우에는 원심력의 영향이 크게 작용하여, 노즐목을 통과한 유동은 반경 방향으로의 운동량이 증가하게 된다. 즉, 임계노즐의 유효단면적비는 실제 단면적비에 비해 상당히 작아지는 것으로 판단된다. 그림에서 점선과 일점쇄선은 일차원 등엔트로피 관계식에 의해 얻어진 이론 임계압력비와 ISO9300에서 제시한 임계압력비로서, 본 연구에서 적용된 임계노즐의 단면적비와 동일한 조건에서의 결과들이다. 본 연구에서 적용된 R/D 의 범위에서는 노즐의 곡률이 커질수록 임계압력비는 이론 임계압력비에 가까워지며, $R/D > 1.5$ 의 곡률반경을 가진 노즐은 ISO9300에서 제시된 임계압력비보다 높은 압력비를 예측한다.

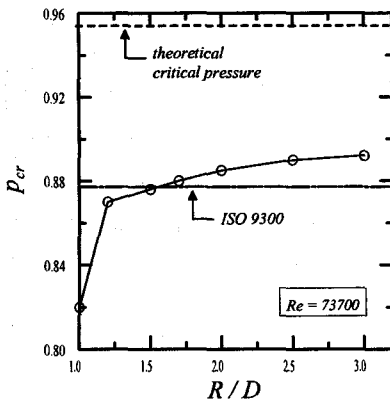


Fig. 11 Effect of nozzle curvature on the critical pressure ratio (p_{cr})

4. 결론

본 연구에서 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

- (1) 임계노즐의 난류경계층은 $y^+ < 3$ 의 영역은 점성저층, $y^+ > 10.0$ 의 영역에서는 대수법칙역으로 예측되었다.
- (2) 임계노즐의 유출계수는 노즐목의 곡률반경이 2.0D에서 2.5D사이일 경우가 가장 크게 나타났다.
- (3) 임계노즐 목에서 발생하는 경계층의 배제두께로 유출계수를 예측하기 위한 경험식을 도출하였다.

(4) 본 연구에서 적용된 곡률반경의 범위에서 임계압력비는 곡률반경이 커질수록 증가하였다.

후기

본 연구는 한국 표준과학연구원의 연합협동사업의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Park, K. A., Choi, Y. M., Cha, T. S. and Yoon, B. H., 2001, "Evaluation of Critical Pressure Ratio of Sonic Nozzles at Low Reynolds Number," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 12, pp. 37~41.
- (2) von Lavante, E., Zachcial, A. Nath, B. and Dietrich, H., 2000, "Numerical and Experimental Investigation of Unsteady Effects in Critical Venturi Nozzles," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 11, pp. 257~264.
- (3) Kim, H. D., Kim, J. H., Park, K. A., Setoguchi, T. and Matsuo, S., 2002, "Study for the Gas Flow through a Critical Nozzle," Jour. IMechE (in press).
- (4) Kim, J. H., Woo, S. H., Kim, H. D. and Park, K. A., 2002, "Study of the Discharge Coefficient and Critical Pressure Ratio of Gas Flow through a Critical Nozzle," 대한기계학회 추계발표논문집, pp. 1654~1659.
- (5) Kim, J. H., Kim, H. D. and Park, K. A., 2002, "The Influence of the Diffuser Divergence Angle on the Critical Pressure of a Critical Nozzle," Proceedings of the 2nd NCFE, pp. 131~134.
- (6) Miralles, B. T., 1998, "On the Experimental Determination of the Discharge Coefficient of sonic Nozzle for Reynolds Numbers from 4104 to 2105," Flowmeco, pp. 227~232.
- (7) Kim, J. H., Woo, S. H. and Kim, H. D., 2001, "A CFD Prediction of a Micro Critical Nozzle Flow," 대한기계학회 추계발표논문집(B), pp. 652~657.
- (8) Nakao, S. and Takamoto, M., 1999, "Development of the Calibration Facility for Small Mass Flow Rates of Gases and the Sonic Venturi Nozzle transfer Standard," JSME, Series B, Vol. 42, pp. 667~673.