

대칭 팁 간극에 기인한 고속으로 회전하는 압축기에서의 유동

주현석* · 송성진**

Flow in a High Speed Compressor Due to Axisymmetric Tip

Hyun Suk Joo*, Seung Jin Song**

Key Words : Axial compressor(축류 압축기), Tip Clearance (팁 간극), Compressibility (압축성)

ABSTRACT

The effects of finite gap at the tip of turbomachinery blades have long been topics of both theoretical and experimental research because tip clearance degrades turbomachinery performance. This paper presents an analytical study of radial flow redistribution in a high speed compressor stage with axisymmetric tip clearance. The flow is assumed to be inviscid and compressible. The stage is modeled as an actuator disc and the analysis is carried out in the meridional plane. Upon going through the stage, the radially uniform upstream flow splits into the tip clearance and passage flows. The tip clearance flow is modeled as a jet driven by blade loading, or pressure difference between the pressure and suction sides. The model takes into consideration the detached shocks which occur in the rotor passage at the design point. This shock model is used to calculate the density ratio across the stage. Thus, the model is capable of predicting the kinematic effects of tip clearance in the high speed compressor flow field.

1. 서론

팁 간극 유동은 블레이드 팁과 끝벽(endwall) 사이의 간극에 의해 유출되는 유동을 말한다. 과거에 여러 논문에서 축류터보기계의 성능에 관련되어 팁 간극 유동 효과를 연구하였다. Rain¹⁾과 Lakshminarayana²⁾는 팁 간극 유동에 관한 모델을 제시하였고, Chen³⁾은 팁 와류의 경로를 예측하였다. Martinez-Sanchez⁴⁾는 터빈에서 주흐름과 결합된 형태로 서로 상호 작용을 하는 팁 흐름에 관한 모델을 제시하였다. 고속으로 회전하는 터보기계에서도 많은 연구들이 이루어졌다. Chima⁵⁾와 Gerolymos⁶⁾는 실험 결과를 비교하면서 고속으로 회전하는 터보기계에서 팁 간극 유동을 계산하였다.

그러나 지금까지 CFD와 실험적인 연구는 이루어졌지만 압축성 효과를 고려한 팁 흐름에 관한 해석적인 연구는 없었다. 그러므로 본 논문은 고속으로 회전하는 압축기에서의 압축성 효과를 고려하여 팁 흐름에 의한 유동 재분포를 해석적인 방법으로 모델링을 하였다.

2. 팁 모델링

Martinez-Sanchez⁴⁾는 비압축성, 비점성 환경에서 터빈 팁 간극 유동에 관한 모델을 세웠고 Chen³⁾의 실험 결과와 비교 하여 일치되는 결론을 이끌었다(Fig. 1). Rain¹⁾이 제안한 바에 의하면 팁 간극 유동은 블레이드의 압력면과 흡입면 사이의 압력차에 의해 생성된 제트이고 주흐름과 일정 양으로 섞여서 와류를 형성한다. 이러한 모델은 후에 Roh⁷⁾에 의해 압축기에서의 팁 간극 유동 모델로 수정되었다(Fig. 2). Chima⁵⁾는 비압축성 팁 간극 모델을 적용한 천음속압축기에서의 팁

* 서울대학교 대학원

** 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : hsjo02@snu.ac.kr

간극 유동을 CFD로 계산한 후 실험과 비교하여 일치되는 결과를 보여주었다. 그러므로 본 연구에서 Roh⁷⁾의 비압축성 팁 간극 유동 모델을 사용하였다.

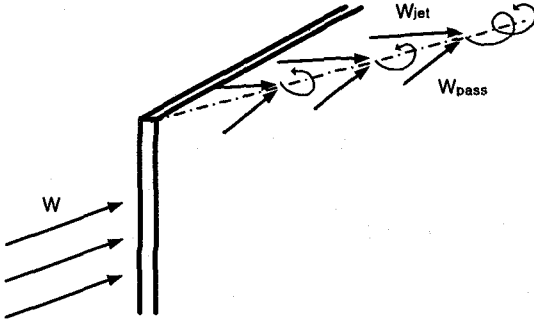


Fig. 1 The tip clearance flow model (Martinez-Sanchez)

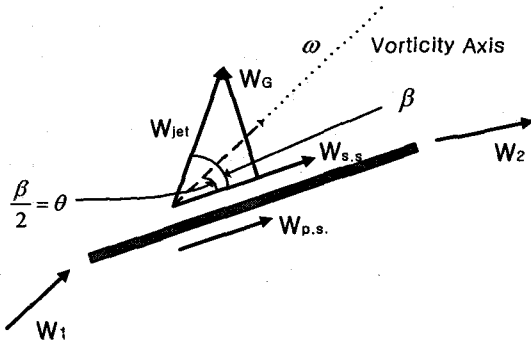


Fig. 2 Geometry of compressor tip vortex roll up (Roh)

베르누이 방정식에 의해 블레이드 압력면과 흡입면에서의 속도 성분과 팁 간극에서의 속도 성분은 다음과 같다.

$$W_{ps} = \sqrt{W_1^2 - 2 \frac{P_{ps} - P_1}{\rho}} \quad (1)$$

$$W_{ss} = \sqrt{W_1^2 - 2 \frac{P_{ss} - P_1}{\rho}} \quad (2)$$

$$W_G = \sqrt{\frac{P_{ps} - P_{ss}}{\rho}} \quad (3)$$

주 흐름과 팁 흐름이 같은 양으로 섞이므로 두 흐름에 의해 형성된 와류의 방향은 아래와 같다.

$$\tan 2\theta = \frac{W_g}{W_{ps}} = \sqrt{\frac{C_{P_{ps}} - C_{P_{ss}}}{1 - C_{P_{ps}}}} \quad (4)$$

여기서 압력계수 $C_p = \frac{P - P_1}{\rho W_1^2 / 2}$ 를 의미한다.

3. 유동장 해석

액츄에이터 디스크 이론을 기반으로하여 자오면에서 축대칭 2차원 해석을 하였다⁸⁾. 액츄에이터 디스크를 통과한 흐름은 주 흐름과 팁 흐름으로 나누어 지는데 + 는 팁 흐름, - 는 주 흐름을 나타낸다. 전체 유동은 비점성, 압축성이라고 가정하였고 고속 회전에 의해서 동익을 통과하면서 충격파가 발생하는 것을 고려하였다.

해석에 사용된 압축기는 IGV, 동익, 정익으로 구성 되어있다. 그리고 동익에만 팁 간극이 존재한다(Fig. 3). x, z는 각각 축방향, 반경방향을 나타내며, IGV 상류는 0, 동익 입구와 출구는 1과 2, 그리고 정익 하류는 3으로 표시된다. +∞는 먼 하류, -∞는 먼 상류를 의미한다(Fig. 3).

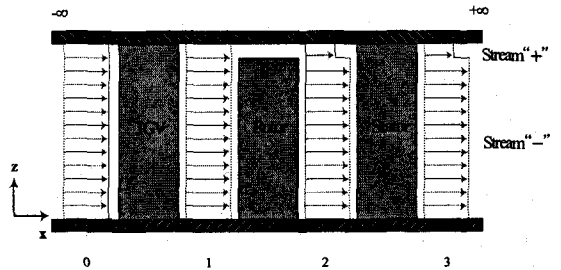


Fig. 3 A compressor stage with rotor tip clearance

압축성 유동에서의 모멘텀방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla H_t + \vec{\omega} \times \vec{C} = 0 \quad (5)$$

여기서 H_t 는 전엔탈피, $\vec{\omega}$ 는 와도, \vec{C} 는 절대속도를 나타낸다. 전체 유동은 축대칭이고($\partial/\partial y = 0$) 자오면을 고려했을 때 위 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{C}_1 \cdot \nabla H_1 = 0 \quad (6)$$

$\vec{C}_1 = \hat{i}C_x + \hat{j}C_z$ 는 자오면에서의 속도성분을 나타내고, $H_1 = H_t - C_y^2/2$ 는 자오면에서의 전엔탈피를 나타낸다. 자오면에서의 연속방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla \cdot (\rho \vec{C}_1) = 0 \quad (7)$$

위 (6), (7) 식으로부터 x, z 방향의 속도 성분을 유동함수(Ψ)를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$C_x = \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (8)$$

$$C_z = -\frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (9)$$

그러므로 하류에서 형성되는 와류는 (8), (9)식으로부터,

$$\omega_{y3} = \frac{\rho_3}{\rho_1} \frac{\partial H_{13}}{\partial \Psi} \quad (10)$$

팁 간극 영향을 계산하기 위해 유선좌표계를 z 축 좌표계로 변환시키고 주 흐름과 팁 흐름이 만드는데 단층(shear layer)의 와류강도, Q , 를 계산하면,

$$\frac{\rho_1}{\rho_3} Q = U(C_{y2}^+ - C_{y1}) - U(C_{y2}^- - C_{y1}) - \frac{1}{2} \left(C_{x3}^+ + \left(C_{z2}^+ \frac{\sin \theta}{\cos \beta_m} \right)^2 - C_{x3}^- \right) \quad (11)$$

여기서 θ 는 언더터닝된 각, β_m 는 평균유동각을 나타낸다. 그리고 언더터닝(underturning)된 흐름의 무차원된 질량비, λ , 를 이용하여 정익출구에서의 각 흐름의 축방향 속도비를 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{C_{x1}^+}{C_{x1}^-} = \frac{\rho_1}{\rho_3} \left(1 + \frac{1-\lambda}{2} \frac{\rho_3}{\rho_1} q \right) \quad (12)$$

$$\frac{C_{z3}^-}{C_{z1}^-} = \frac{\rho_1}{\rho_3} \left(1 - \frac{\lambda}{2} \frac{\rho_3}{\rho_1} q \right) \quad (13)$$

여기서 $q = Q/C_{x1}^2$ 이다. 정익출구에서의 각 흐름의 축방향 속도비는 연속방정식으로부터 구해진다.

$$\frac{C_{z2}^+}{C_{x1}^-} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \left(1 + \frac{1-\lambda}{2} \frac{\rho_3}{\rho_1} q \right) \quad (14)$$

$$\frac{C_{z2}^-}{C_{x1}^-} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \left(1 + \frac{1-\lambda}{2} \frac{\rho_3}{\rho_1} q \right) \quad (15)$$

(12) ~ (15)식을 (11)식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 q 에 관한 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \left[(1-\lambda)^2 \left(\frac{\sin \theta}{\cos \beta_m} \right)^2 + (1-2\lambda) \tan^2 \alpha_3 \right] \left(\frac{q}{2} \right)^2 \\ & + 2 \left[\frac{1}{\phi} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \left(\frac{\rho_3}{\rho_1} \right) (\lambda \tan \beta_2 + (1-\lambda) T) \right. \\ & \left. + \left((1-\lambda) \left(\frac{\sin \theta}{\cos \beta_m} \right)^2 + \tan^2 \alpha_3 \right) + 2 \left(\frac{\rho_1}{\rho_3} \right) \right] \left(\frac{q}{2} \right) \\ & + \left[\left(\frac{\rho_1}{\rho_3} \right)^2 \left(\frac{\sin \theta}{\cos \beta_m} \right)^2 + \frac{2}{\phi} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right) (T - \tan \beta_2) \right] = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

여기에서 $T = \frac{\cos \theta \cdot \sin(\beta_m + \theta)}{\cos \beta_m}$ 이다.

언더터닝(underturning)된 질량비, λ , 는 주어진 팁 간극(t/H)에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$\lambda = \frac{4 \left(\frac{t}{H} \right)}{\left(1 - \frac{q}{2} \frac{\rho_1}{\rho_3} \right) + \sqrt{\left(1 - \frac{q}{2} \frac{\rho_1}{\rho_3} \right)^2 + 4 \frac{q}{2} \frac{\rho_1}{\rho_3} \frac{t}{H}}} \quad (17)$$

주어진 밀도비를 구하기 위해서 이탈충격과를 고려한 로터 전체 유로에서 검사체적방법을 사용하였다. 이는 Freeman등⁹⁾이 세운 모델로 본 연구에서는 전체 유로를 고려한 확장된 검사체적을 사용하였다(Fig. 4). 우선 검사체적을 통하여 질량이 보존되고 상대전엔탈피값이 일정하다. 그리고 블레이드 익현방향으로 모멘텀이 보존되므로 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$\frac{\cos \chi + \gamma M_{r1}^2 \cos \beta_1}{M_{r1} \cos \beta_1} \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{r1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\cos \chi + \gamma M_{r2}^2 \cos \beta_2}{M_{r2} \cos \beta_2} \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{r2}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (18)$$

M_{r1} 과 M_{r2} 는 정익 입구와 출구의 마하수, χ 는 블레이드 익현각, β_1 과 β_2 는 각각 블레이드의 입구와 출구의 각을 나타낸다. 위 식으로부터 정익출구의 상대마하수를 구하고 이로부터 밀도비를 구한다.

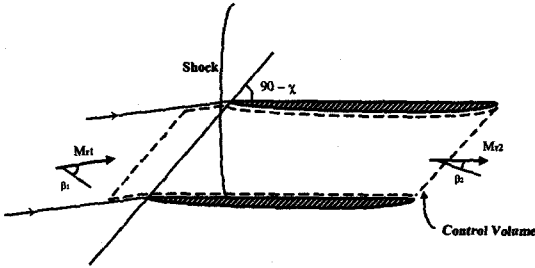


Fig. 4 An extended control volume in the rotor passage with shock

정익에서는 충격파가 발생하지 않는다. 그러므로 전엔탈피가 입구와 출구에서 일정한 것을 이용하여 정익 입구와 출구의 밀도비를 구할 수 있다.

$$\left(\frac{\rho_3}{\rho_2} \right)^{\gamma-1} + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \left(\frac{\rho_3}{\rho_2} \right)^{-2} \frac{\cos^2 \alpha_2}{\cos^2 \alpha_3}$$

$$= 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \quad (19)$$

(18), (19)식으로부터 밀도비를 구하고 (16), (17)식에 대입하여 λ 와 q 값을 구하여 전체 유동장을 푼다.

4. 결과

계산에 사용된 테스트 압축기의 상류 전압력은 99.3 KPa, 전온도는 288.2 K, 상류마하수는 0.634, 흐름계수는 0.632이다. 그리고 팁 간극은 0.02로 주어졌다. 반경방향으로 일정한 상류 흐름은 동익을 통과하면서 팁 흐름과 주 흐름으로 나뉘어진다. Fig. 5는 축방향으로의 상대속도를 나타내고 Fig. 6는 회전방향으로의 상대속도를 의미한다.

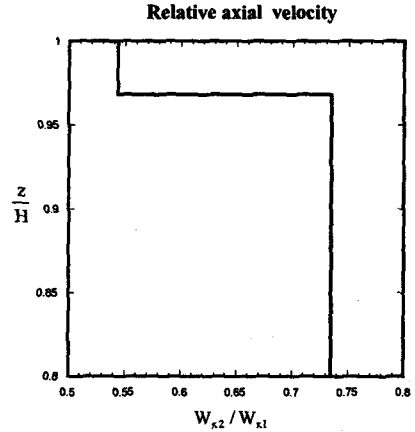


Fig. 5 Radial distribution of relative axial velocity at rotor exit

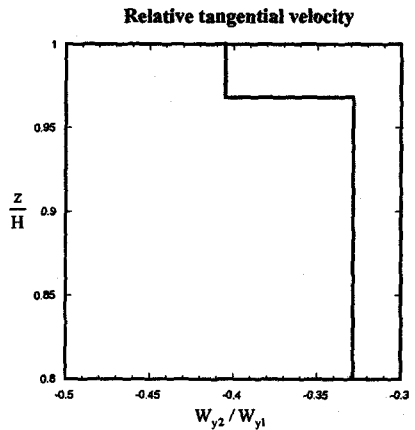


Fig. 6 Radial distribution of relative tangential velocity at rotor exit

위 그림에서 보는 것처럼 팁 흐름은 주 흐름에 대해서 축방향으로는 적은 속도를 가지고 회전방향으로는 큰 더 큰 속도를 가진다. 이는 동익을 통과하면서 모멘텀 결핍이 발생되기 때문이다. 그리고 팁 흐름은 언더터닝(underturning)된다. 이와 같은 현상은 비압축성 모델에서도 같게 나타난다.

위 결과를 간단히 나타내면 아래와 같은 그림으로 표현할 수 있다.

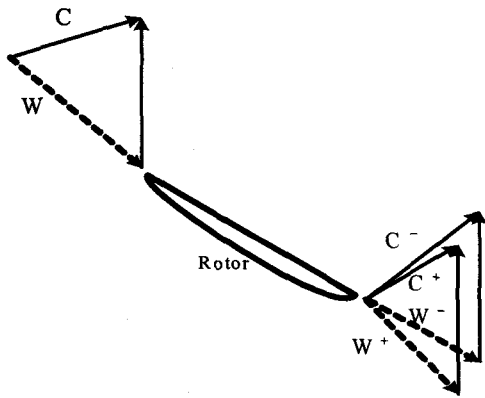


Fig. 7 Tip clearance and passage flows at rotor exit

Fig. 8은 팁 간극과 팁 유출 유량(λ)의 관계를 나타내고 있다. 팁 유출 유량에 직접적인 영향을 주는 것은 팁 간극의 변화이고 이는 선형적인 관계를 가진다.

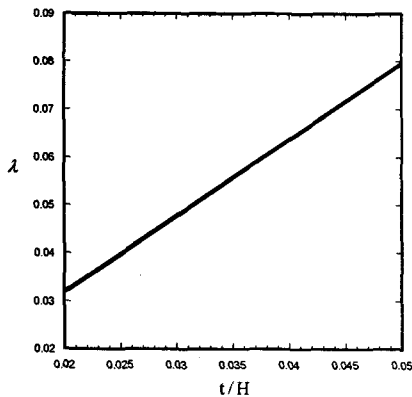


Fig. 8 Leakage mass flow amount vs. tip clearance for the test compressor

5. 결론

본 연구의 목적은 고속으로 회전하는 압축기에서 동익 팁 간극에 의해 발생하는 여러 가지 현상에 대한 물리적인 이해를 얻는 것이다. 그리고 액츄에이터 디스크 이론이 이를 뒷받침하기 위해서 사용되었다.

본 연구를 통해 내린 결론은 아래와 같다.

- 1) 압축성 유동에서 언더터닝(underturning)된 팁 흐름은 주 흐름보다 축방향 및 회전방향으로 모멘트 결핍을 가진다.
- 2) 팁 간극의 변화는 팁 흐름의 유출량에 주요하게 영향을 끼치고, 이는 선형적인 결과를 갖는다.

참고문헌

- (1) Rain, D. A., 1954, "Tip Clearance Flows in Axial Flow Compressors and Pumps," CalTech Hydrodynamic Lab. Report No. 5.
- (2) Lakshminarayana, B., 1970, "Method of Predicting the Tip Clearance Effects in Axial Flow Turbomachinery," ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 104, pp. 467-481.
- (3) Chen, G. T., 1991, "Vortical Structures in Turbomachinery Tip Clearance Flows," Ph. D Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, MIT.
- (4) Martinez-Sanchez, M., and Gauthier, R. P., 1990, "Blade Scale Effects of Tip Leakage," GTL Report 202, MIT.
- (5) Chima, R. V., 1998, "Calculation of Tip Clearance Effects in a Transonic Compressor Rotor," ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 120, No. 1, pp. 120-140.
- (6) Gerolymos, G. A., and Vallet, I., 1999, "Tip-Clearance and Secondary Flows in a Transonic Compressor Rotor," ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 121, No. 4, pp. 751-762.
- (7) Roh, H. Y., 1997, "Blade Scale Effects of Tip Leakage Flow in Axial Compressors," B.S. Thesis, Department of Aerospace Engineering, Inha University.
- (8) Horlock, J. H., 1978, "Actuator Disc Theory," McGraw-Hill
- (9) Freeman, C. and Cumpsty, N. A., 1992, "Method for the Prediction of Supersonic Compressor Blade Performance," Journal of Propulsion and Power, Vol. 8, No. 1, pp. 199-208.