

천음속 회전익에서의 누설유동

박준영*·정희택**·백제현***

Tip Leakage Flow on the Transonic Compressor Rotor

JunYoung Park*, HeeTaeg Chung** and JeHyun Baek***

Key Words: Tip Clearance(팁 간극), Rotor(회전익), Navier-Stokes(나비에 스톡스), Leakage Flow(누설유동), Leakage vortex(누설와류), Shock-Wave(충격파)

ABSTRACT

It is known that tip clearance flows reduce the pressure rise, flow range and efficiency of the turbomachinery. So, the clear understanding about flow fields in the tip region is needed to efficiently design the turbomachinery. The Navier-Stokes code with the proper treatment of the boundary conditions has been developed to analyze the three-dimensional steady viscous flow fields in the transonic rotating blades and a numerical study has been conducted to investigate the detail flow physics in the tip region of transonic rotor, NASA Rotor 67. The computational results in the tip region of transonic rotors show the leakage vortices, leakage flow from pressure side to suction side and their interaction with a shock. Depending on the operating conditions, the position of shock-wave on the blade surface are very different close to the blade tip of the transonic compressor rotor. The shock-wave position close to the blade tip had the close relationship with the starting position of leakage vortex and the direction of leakage flow.

서론

축류 압축기의 팁 간극을 통한 누설유동과 통로 2차 유동과의 상호작용은 압축기 성능과 안정성에 크게 영향을 미치며, 압축기의 압력 상승과 성능을 저하시키는 것으로 알려져 있다. Smith와 Cumpsty(1)는 팁 간극이 코드길이의 1%에서 6%로 증가함에 따라 큰 저속 압축기에서 최대 압력 상승비가 23% 줄어들고 스톨에서 유동계수는 15% 증가하는 것을 보였다. Wisler(2)는 팁 간격이 두배로 증가할 때 저속 압축기의 효율이 1.5% 줄어들음을 보였다. 그러나, 팁 부근에서의 상세한 유동 특성은 아직 명확히 밝혀지지 않았으며 이에 관한 많은 연구가 진행 중이다.

초기에는 누설유동의 특성을 설명하기 위하여 몇 가지 해석적 모델이 개발되었다. Chen 등(3)은 누설와류의 궤적을 예측하는 모델을 제안하였으며, Denton(4) 그리

고 Storer와 Cumpsty(5)는 자유영역 유동과 누설 제트와의 혼합에 의한 팁 간극에서의 손실을 예측하는 모델을 개발하였으며 이외에도 많은 연구가 진행되었다. 이러한 모든 해석적 방법에 기인한 모델들은 무한히 얇은 블레이드, 비점성, 비압축성 유동 그리고 블레이드 팁에서의 압력차가 누설 유동을 야기한다는 가정하에서 개발되었다.

팁 누설유동은 수치해석 방법으로도 많은 연구가 수행되었다. Adamczyk 등(6)은 누설유동을 계산하는데 있어 팁 간극 내에서 유동의 주기적 조건을 적용하는 Kirtley 등(7)에 의해 제안된 단순화된 모델을 사용함으로써 팁 간극내의 상세한 유동해석을 피하기 위하여 노력하였으며 Hah(8), Jennions 와 Turner(9)는 블레이드 팁 형상을 예리한 쉘기 형태로 수정하는 방법을 이용하여 팁 간극에서의 누설유동을 해석하였다. 이러한 방법들은 누설질량 유동 만이 중요한 변수라고 가정함으로써 주유동에 미치는 누설유동의 영향을 모델링 하는 것을 주목적으로 삼았다. 그러므로, 팁 간극에서의 매우 느슨한 정확도로 누설유동의 전반적인 영향과 유동구조에 미치는 영향을 충분히 정확하게 예측할 수 있는지 자주 논의되

* 회원, 포항공대 기계산업공학부

** 회원, 경상대학교 기계공학과

*** 회원, 포항공과대학교 기계공학과

었다. 이러한 논의에 대하여 유동구조와 성능에 있어서 팁 누설 유동의 효과에 대한 만족할 만한 결과가 Adamczyk(6) 그리고 Suder 와 Celestina(10) 에 의해 제시되었다.

그러나, 이러한 방법들은 충분한 정확성을 가지고 주 유동에 대한 누설유동의 영향을 이해하는데 많은 도움을 줄 수 있으나, 팁 간극에서의 누설 유동 자체는 정확하게 해석 할 수 없는 단점이 있다. 그러므로, 최근에 Chima(11), Gerolymos 와 Vallet(12)등은 천음속 회전익인 NASA rotor 37에 대하여 다중블럭 기법을 이용하여 보다 정확하게 누설유동 자체를 해석하였다. 특히 천음속 회전익에서의 누설유동에 관한 연구는 실험에 의해 유동특성을 파악하기 매우 어려워 대부분의 연구는 수치 해석 방법을 이용하여 수행되었다.

한편 국내에서도 이러한 누설유동에 관심을 가지고 노수혁(13)등은 저속의 축류 회전차에서 팁 간극 변화에 따른 누설유동의 특성에 관하여 연구를 수행하였다. 정주현과 고성호(14)는 팁 간극에 대하여 주기조건을 적용한 NASA rotor 67에 대한 수치해석을 수행하여 계산 결과를 실험결과와 비교하여 코드의 정확성을 검증하였다. 그러나, 아직 국내에서 고속 천음속 회전익에서의 누설유동에 관한 연구는 미비하다.

그러므로, 본 연구에서는 회전 좌표계에서 천음속 회전익에 대한 3차원 압축성 점성 유동 해석을 수행하여 계산결과와 실험결과를 비교하여 코드의 정확성을 검증하고 팁 간극의 처리를 위한 모델링을 사용하지 않고, 블레이드의 두께를 고려한 천음속 압축기 회전익(NASA rotor 67)에서의 누설유동 및 누설 와류를 해석하였다.

지배방정식

압축성 방정식에 대한 가장 일반적인 운동 방정식의 표현방법인 연속 방정식과 운동량 방정식 그리고 에너지 방정식으로 구성된 Navier-Stokes 방정식을 이용하였다.

압력은 이상기체상태 방정식으로부터 구해지며, 점도는 층류와 난류 점도의 합으로 나타내어지며 층류 점도는 Sutherland의 식으로 구하여지며, 난류 점도는 혼합길이를 기본 개념으로 하는 2층 대수 모델인 Baldwin-Lomax[11] 대수 모델을 이용하여 구하였다

수치해석 기법

지배 방정식은 유한체적법으로 공간이산화되었으며 정상 상태의 해를 얻기 위해 1차의 내재적오일러 시간전진법을 사용하였다. 비점성 플럭스에 대해 풍상차분적 TVD 기법인 Roe[12]의 FDS(Flux Difference Splitting)기법을 사용하고, 고차의 정확도를 유지하기 위해 MUSCL기법을 이용하였다. 점성 플럭스에 대해서는 확산이나 소멸 현상에 적절한 2차의 중앙 차분법을 사용하였다.

해석 압축기 회전익

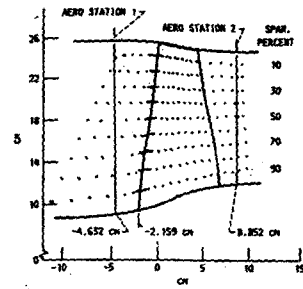


Fig. 1 Meridional view of Rotor67 showing measurement locations

해석 대상인 NASA rotor67은 NASA Lewis 연구소에서 설계되었으며, Strasizer등(17)에 의해 레이저 측정장치 등을 이용하여 많은 실험결과가 제공되었다.

Rotor 67은 22개의 블레이드를 가지며, 종횡비(aspect ratio)는 1.56, 솔리디티(solidity)는 허브에서 3.11 팁에서 1.29로 변하며 설계 압력비 1.63, 유량 33.25kg/s이며 회전수는 16,043rpm, 팁 간격은 0.061cm 이다. 대략적인 형상은 Fig. 1 에 나타나 있으며 자오면상에서의 블레이드의 위치 그리고 상대 마하수분포를 보여줄 스패의 위치가 보여진다.

격자계

계산 격자는 H-형태의 격자계를 이용하여 만들어졌다. Figure 2(a)에서 (c)까지는 자오면상의 격자계, 블레이드 표면과 허브위에서의 격자계에 대한 3차원 형상 그리고 팁 간극내에서의 격자계를 보여준다. 이때 격자의 수는 축방향으로 117개, 피치방향으로 57개 그리고 스패

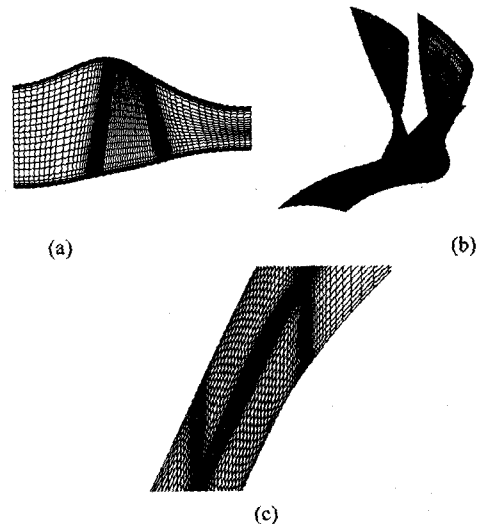


Fig. 2 Computational grid for NASA Rotor67; (a) Meridional plane (b) Blade surfaces and hub wall (c) Tip clearance region

방향으로 53개의 격자가 사용되었으며, 블레이드 팁 표면에서의 격자의 수는 축방향으로 53개, 피치방향으로 8개 블레이드 팁과 케이싱사이에는 9개를 분포시켰다.

경계 조건

입구에서는 전온도, 전압 그리고 유동각이 주어졌으며 이로부터 각 속도성분과 밀도와 압력이 얻어진다. 이때, 전온도는 입구에서 일정한 값으로 설정하였으며 전압은 중앙 스패 영역에서는 일정한 값을 주었으며 벽면근처에서는 실험에서 측정된 경계층의 두께를 고려하여 1/7속도 분포에 일치하는 전압력 분포를 설정하였다.

출구에서는 허브에서의 정압이 주어지며 반경방향 평형 방정식을 이용하여 각 반경위치에서의 정압이 결정되어진다. 다른 변수들은 내부값들로부터 외삽되어진다.

비점성유동해석과는 달리 점성유동해석에 있어 벽에서는 no-heat flux 조건으로부터 밀도를 계산하였고, 속도에 대해서 점착조건(no-slip condition)을 주었다. 압력은 벽에서의 플릭스 흐름이 존재하지 않음을 이용하여 유도한 압력보정식에 점착조건을 더해서 내부값으로부터 외삽하였다.

주기 경계면은 계산영역이 회전익의 블레이드 사이의 구간만으로 설정함에 따라 생겨나는 경계면으로써 이 면에서의 물리적인 양들이 주기적으로 반복되므로 두 면사이에 조건이 같다는 주기 조건을 적용하였다. 주기 경계면은 입구 경계면에서 블레이드 앞전까지와 블레이드 뒷전에서 출구 경계면까지이다. 주기 경계면에서는 가상 격자점을 이용하여 서로 상대되는 변수들이 서로 상대되는 주기 경계면으로부터 결정된다.

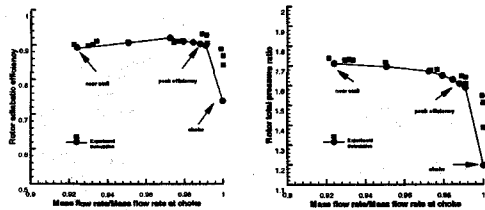


Fig. 3 NASA Rotor67 performance at design speed

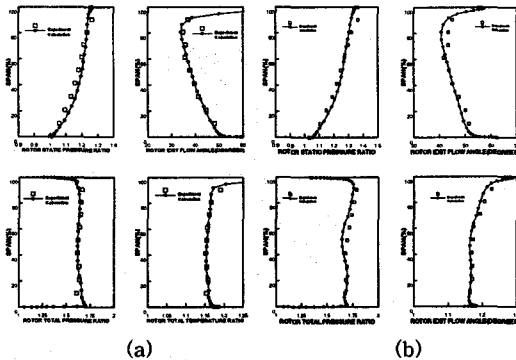


Fig. 4 Predicted and measured exit survey data (a) peak efficiency operating point (b) near stall operating point

코드검증

Pierza와 Wood(18)에 의해 제안된 방법에 따라 초경유량으로 무차원화된 유량을 이용하여 실험과 계산 결과를 비교하였다. 이러한 무차원화는 실험에서 측정된 유량의 불확실성을 제거한다. 실험에서의 초크 유량은 34.96kg/s 이나 본 계산에서의 초크 유량은 34.54kg/s로 실험값에 비하여 작으나 다른 점성 해석(Chima(19), Arnone(20))에서 얻어진 초크유량과는 거의 비슷하다. 최고 효율점에서의 무차원화된 유량은 0.989이고, 스톨영역 가까이에서의 무차원화된 유량은 0.979이다.

수치해석 결과의 정확성에 대한 검증은 설계 회전속에서의 성능 곡선의 비교, Fig. 1에서 회전익 하류(Aerostation 2)의 각 반경 위치에서 에너지 평균된 열역학적 특성치의 실험결과와의 비교와 10%, 30%, 70% 스패에서의 상대 마하수의 수치해석결과와 실험결과를 비교를 통하여 이루어졌다.

Figure 3은 무차원화된 유량에 대한 실험과 계산결과에 의한 회전익의 단열 효율과 전압비의 비교를 보여준다. 설계 속도에서 성능 곡선을 얻기 위하여 8개의 각기 다른 유량에 대하여 계산이 수행되었다. 그림에서 보여지듯이 실험과 수치해석을 통해 얻어진 전압비와 단열효율은 전반적으로 잘 일치한다.

Figure 4는 최고 효율점과 스톨영역 가까이 회전익 하류에서의 정압, 유동각, 전온도, 전압의 분포를 보여준다. 여기에서 전압은 각 반경 위치에서 피치방향으로 에너지 평균 하였으며 전온도, 유동각 그리고 정압은 각 반경 위치에서 피치방향으로 질량 평균하였다. 최고 효율점에서는 허브 근처에서 전온도와 전압이 크게 예측되어지는 것과 정압이 실험값보다 조금 크게 예측되는 점이 있지만 전반적으로 실험결과와 수치해석 결과는 잘 일치한다. 스톨근처 운전점에서는 50% 스패지점에서 계산에서 얻어진 전압이 실험결과보다 조금 낮게 예측되지만 전반적으로 실험결과와 수치해석 결과는 잘 일치한다.

천음속 압축기 팁 간극에서 누설유동 및 누설와류에 충격파가 중요한 역할을 수행하므로 충격파의 정확한 위치와 세기를 수치해석을 통하여 얻는 것이 중요하다. Figure 5는 최고 효율점에서 케이싱으로부터 케이싱으로부터 10, 30, 70%지점에서의 실험과 수치해석에 의한 상대 마하수 분포를 보여준다.그림에서 실험과 계산을 통한 상대 마하수 비교에서 보여지듯이 계산 결과에서 충격파의 구조가 잘 나타나있으며 충격파의 위치도 실험결과와 잘 일치한다. 이상의 실험결과와 수치해석 결과의 비교를 통하여 본 연구에서 얻어진 유동이 충분한 정확성을 유지함을 확신할수있다.

결과

천음속 압축기 회전익의 팁 부근에서의 유동장에 영향을 미치는 중요한 요소는 누설와류 및 누설유동 그리고 충격파이다. 누설와류 및 누설유동은 입자궤적을 통하

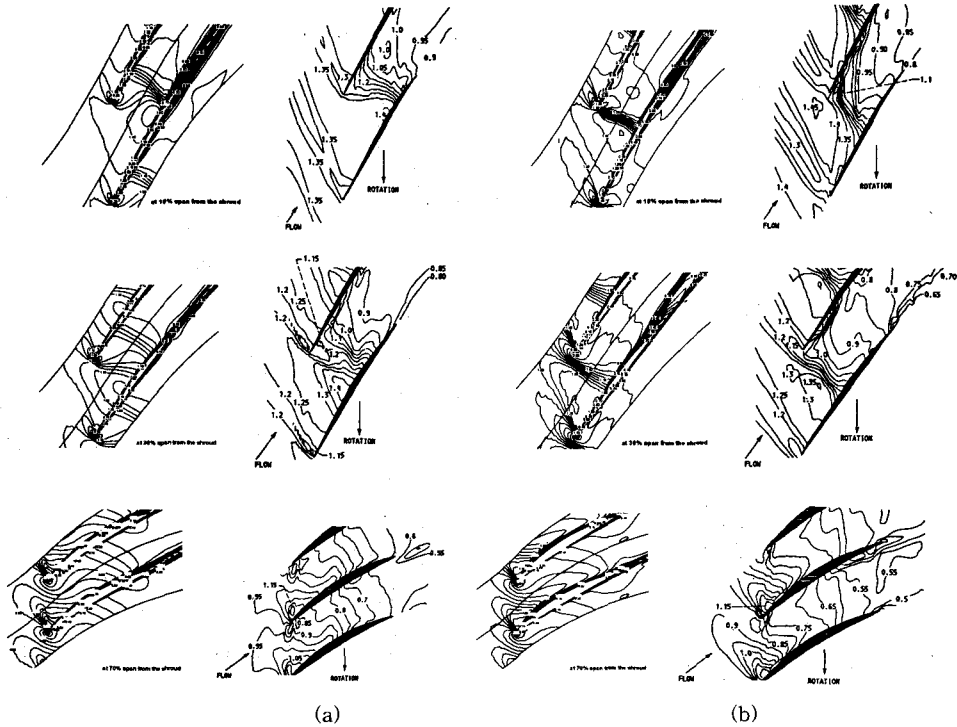


Fig. 5 Measured(right) and predicted(left) relative Machnumber contours near peak efficiency; (a)peak efficiency operating point (b)near stall operating point

여, 충격파는 케이싱에서의 정압 분포를 통하여 구제화되었다.

Figure 6(a)(b)는 케이싱에서 내려다 보았을 때 초킹 영역에서 입자궤적 및 케이싱에서의 정압분포를 보여준다. 이때 유동장과 블레이드 형상사이의 관계를 명확히 보여주기 위해 블레이드 형상을 함께 나타내었으며 Fig. 6(a)에서 입자는 블레이드 팁 흡입면 위에 놓여졌으며, Fig. 6(b)에서 입자는 회전입구에 놓여졌다. 블레이드 흡입면 위에 놓여진 입자의 궤적은 블레이드 뒷전부근에서 약한 누설와류가 발생함을 보여주며, 블레이드 뒷전부근을 제외한 영역에서 블레이드 압력면에서 흡입면으로의 누설유동은 나타나지 않는다. 케이싱에서의 정압 분포는 뚜렷한 충격파의 발생을 보여주지 않으며, 블레이드 통로내에서 누설와류와 충격파의 상호작용은 발생하지 않는다. Figure 6(b)는 블레이드와 블레이드 사이에 놓여진 입자의 궤적을 보여준다. 상류에서 유입되는 입자의 궤적은 블레이드 뒷전부근에서 발생하는 누설 와류와 만날 때 까지 블레이드에 평행하게 진행하며 누설 와류에 의해 진행방향이 바뀐다. 이때 블레이드 뒷전에서 형성된 누설와류는 주 방향유동에 대한 블록 효과(Blockage effect)를 유발한다.

Figure 7(a)-(c)는 최고 효율점에서 입자궤적 및 케이싱에서의 정압분포를 보여준다. 케이싱에서의 정압 분포는 팁 부근에서도 케이싱으로 10%, 30%지점에서의 충격

파의 구조와 같은 형태를 유지하며, 앞전 부근과 뒷전부근에 각각 최소 정압 골(pressure trough)이 형성됨을 보여준다. Inoue 와 Kuroumaru(22)에 의해 저속 압축기 회전기에 대한 실험결과에서 보여졌듯이 앞전 부근에서 형성된 최소 정압 골과 누설와류의 궤적은 잘 일치한다. 그러나, 뒷전부근에서 팁 간극을 통과하는 입자의 궤적은 누설와류를 형성하지 않는다. 뒷전부근에서 나타나는 최소 정압 골은 Fig. 7(c)에서 보여지듯이 팁 바로 아래 블레이드 흡입면 표면 가까이에서 통과하는

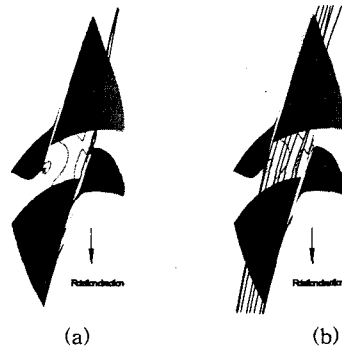


Fig. 6 Particle traces at choke operating point; (a)coming from the tip clearance, (b)coming from upstream

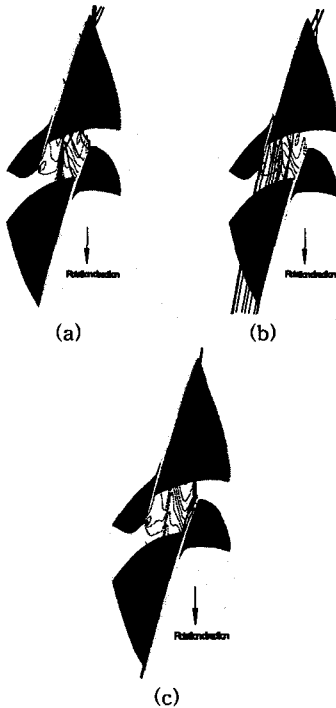


Fig. 7 Particle traces at peak efficiency operating point; (a)coming from the tip clearance, (b)coming from upstream, (c)coming from upstream close to blade surface

입자가 형성하는 와류의 궤적과 일치한다. 이러한 입자의 궤적과 정압 골이 블레이드 흡입면에서 충격파 위치 직후에 발생하는 것으로부터 뒷전부근에서의 정압 골은 충격파와 흡입면 경계층의 상호작용에 기인하는 것으로 판단된다. Figure 7(a)(b)로부터 팁 부근 블레이드 통로 내에서 공존하는 누설와류와 충격파는 서로 상호작용하는 것이 분명하다. 그러나 이러한 상호작용에 의하여 앞전 부근에서 발생한 누설와류의 궤적이 충격파를 통과하면서 급격하게 바뀌지는 않으며 충격파를 지난 후 옆 블레이드 압력면에 접근함에 따라 블레이드를 따라 진행방향이 바뀌게 된다. 팁 간극을 통해 유입되는 입자의 궤적은 코드 방향에 거의 수직하게 유입한다. 또한, 누설와류의 발생위치는 팁 부근 블레이드에 작용하는 부하가 급격하게 증가하는 압력면에서의 충격파의 위치와 일치한다.

Figure 7(b)에서는 허브로부터 99.45% 스펠지점에서 블레이드 입구를 통과하는 입자의 궤적을 보여준다. 그림에서 입자는 매우 작은 입사각을 유지한 채 블레이드 통로 내로 유입된다. 블레이드 흡입면 가까이에서 유입되는 입자는 다음 블레이드의 팁 간극을 통한 누설유동을 형성함을 보여준다.

Figure 8(a)(b)는 스톨영역 가까이에서의 입자의 궤적

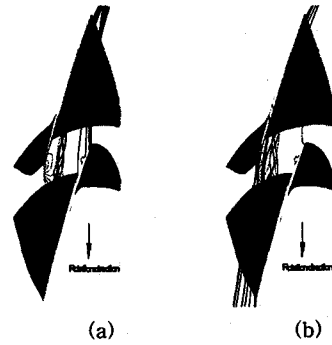


Fig. 8 Particle traces near stall operating point; (a) coming from tip clearance,(b)coming from upstream

및 케이싱에서의 정압 분포를 보여준다. 입자의 궤적으로부터 스톨영역 가까이에서는 누설와류가 하나 형성되며 최고 효율점에서보다 충격파가 상류로 이동함에 따라 누설와류가 블레이드 앞전에서 발생한다. 케이싱에서의 정압 분포로부터 케이싱으로부터 10%와 30% 스펠지점에서의 상대 마하수 분포에서 보여지는 충격파가 케이싱에서도 그대로 유지됨을 확인할 수 있다. 또한, 이러한 충격파를 가로질러 앞전 부근에서 형성된 누설와류가 하류로 진행함으로써 충격파와 누설와류의 상호작용이 발생한다. 최고 효율점에서와 같이 이러한 상호작용에 의하여 앞전 부근에서 발생한 누설와류의 궤적이 충격파를 통과하면서 급격하게 바뀌지는 않으며 충격파를 지난 후 옆 블레이드 압력면에 접근함에 따라 블레이드를 따라 진행방향이 바뀌게 된다. 또한, 최고 효율점에서와 같이 스톨영역 가까이에서도 최소 정압 골(pressure trough)과 누설와류의 궤적은 잘 일치한다.

앞전에서 70% 코드지점 사이에서 유입되는 입자의 궤적은 코드 방향에 거의 수직하게 진행하여 앞전부근에서 형성된 누설와류와 합쳐지며, 70% 코드에서 뒷전사이에 유입되는 입자는 팁 간극을 통과한 직후 진행방향이 주 유동방향으로 급격하게 바뀐다.

Figure 8(b)에서 보여지는 상류에서 유입되는 입자 궤적은 최고 효율점에서의 입자 궤적과 유사하다. 즉, 상류에서 유입되는 입자는 앞전부근에서 발생한 누설 와류를 만날 때 까지 블레이드에 평행하게 진행하며 누설와류를 만나면서 누설와류와 블레이드를 따라 진행하게 된다. 그러므로, 이러한 누설와류의 유입 유동에 대한 블록 효과는 Suder등(10)에 의해 보여지듯이 회전의익에 대한 손실을 초래한다. 또한, 그림에서 블레이드 입구에서 큰 입사각을 유지한 채 블레이드 통로 내로 유입되는 것을 볼 수 있으며, 이러한 큰 입사각은 충격파에 의해 형성된 블레이드 앞전 부근에서의 큰 부하에 기인한다. 블레이드 흡입면 가까이에서 유입되는 입자는 다음 블레이드의 팁 간극을 통한 누설유동을 형성함을 보여준다.

결론

본 연구에서는 천음속 압축기 회전의 익 팁 누설유동을

파악하기 위한 3차원 압축성 점성 수치해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

초크영역에서는 누설와류가 코드 방향에 있어서 상대적으로 큰 부하가 작용하는 블레이드 뒷전부근에 발생하며, 누설와류와 충격파의 상호작용이 존재하지 않는다. 최고 효율점에서는 큰 부하의 영향으로 누설유동은 블레이드 코드 방향에 거의 수직한 방향으로 향하며, 누설와류의 발생지점은 압력면에서 충격파의 위치와 일치한다. 스톨영역 가까이에서는 충격파가 최고 효율점에서보다 상류로 이동하여 앞전부근에서 부하가 가장 최대가 되어 누설와류가 앞전에서 발생하며, 블레이드 코드를 따라 부하의 크기가 변함에 따라 누설유동의 방향도 변한다. 최고 효율점과 스톨영역 가까이에서 앞전 부근에서 발생한 누설와류와 통로내의 충격파는 상호작용하며, 이때 누설와류가 충격파를 통과하면서 누설와류의 급격한 방향전환은 발생하지 않는다.

참고문헌

(1)Smith, G. D. J., and Cumpsty, N. A., 1984, "Flow Phenomena in Compressor Casing Treatment," J. of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 106, pp. 532-541.

(2)Wisler, D. C., 1985, "Loss Reduction in Axial-Flow Compressors Through Low-Speed Model Testing," J. of Turbomachinery, Vol. 107, pp.354-363.

(3)Chen, G. T., Greitzer, E. M., Tan, C. S., and Marble, F. E., 1991, "Similarity Analysis of Compressor Tip Clearance Flow Structure," J. of Turbomachinery, Vol. 113, pp. 260-271.

(4)Denton, J. D. 1993, "Loss Mechanism in Turbomachines," J. of Turbomachinery, Vol. 115, pp. 621-656.

(5)Storer, J. A. and Cumsty, N. A., 1993, "An approximate Analysis and Prediction Method for Tip Clearance Loss in Axial Compressors," J. of Turbomachinery, Vol. 116, pp. 648-656.

(6)Adamczyk, J. J., Celestina, M. L., and Greitzer, E. M., 1993, "The Role of Tip Clearance in High-Speed Fan Stall," J. of Turbomachinery, Vol. 115, pp. 28-39.

(7)Kirtley, K.R., Beach, T. A., and Adamczyk, J. J., 1990, "Numerical Analysis of Secondary Flow in a Two-Stage Turbine," AIAA Paper No. 90-2356.

(8)Hah, C., Reid, L., 1992, "A Viscous Flow Study of Shock Boundary Layer Interaction, Radial Transport, and Wake Development in a Transonic Compressor," J. of Turbomachinery, Vol. 114, pp. 538-547.

(9)Jennions, I. K., Turner, M. G., 1993, "Three-Dimensional

Navier-Stokes Computation of Transonic Fan Flow Using an Explicit Flow Solver and an Implicit $k-\epsilon$ Solver," J. of Turbomachinery, Vol. 115, pp. 261-272.

(10)Suder, K. L., and Celestina, M. L., 1996, "Experimental and Computational Investigation of the Tip Clearance Flow in a Transonic Axial Compressor Rotor," J. of Turbomachinery, Vol. 118, pp. 218-229.

(11)Chima, R. V., 1999, "Calculation of Tip Clearance Effects in a Transonic Compressor Rotor," J. of Turbomachinery, Vol. 120, pp. 131-140.

(12)Gerolymos, G. A., and Valet, I., 1999, "Tip-Clearance and Secondary Flows in a Transonic Compressor Rotor," J. of Turbomachinery, Vol. 121, pp. 751-762.

(13)조강래, 노수혁, 1998, "축류회전차 익말단 틈새 유동에 관한 수치해석[틈새변화에 따른 누설와류의 변화]," 대한기계학회 논문집(B) 제 2권 제3호, pp.336-345.

(14)정 주현, 고성호, 1999, "천음속 팬의 3차원 유동에 관한 수치해석," 대한기계학회논문집 B권, 제 23권 제 1호, pp. 82-91.

(15)Baldwin, B. S., Lomax, H., "Thin Layer Aproximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257.

(16)Roe, P. L., 1981, "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes," Journal of Computational Physics, Vol. 43, pp. 357-372.

(17)Strazisar, A. J., Wood, J. R., Hathaway, M. D., Suder, K. L., 1989, "Laser Anemometer Measurements in a Transonic Axial-Flow Fan Rotor," NASA Technical Paper 2879.

(18)Pierzga, M. J., and Wood, J. R., 1985, "Investigation of the Three-Dimensional Flow Field Within a Transonic Fan Rotor : Experiment and Analysis." Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, Vol. 107, pp. 436-449.

(19)Chima, R. V., "Viscous Three-Dimensional Calculation of Transonic Fan Performance," NASA TM 103800.

(20)Arnone, A., 1994, "Viscous Analysis of Three-Dimensional Rotor Flow Using a Multigrid Method," J. of Turbomachinery, Vol. 116, pp. 435-445.

(21)Lakshminarayana, B., Pouagare, M. and Davino, R., 1982, "Three-Dimensional Flow Field in the Tip Region of a Compressor Rotor-Part 1: Mean Velocity Profiles and Annulus Wall Boundary Layer," Journal of Engineering for Power, Vol. 104, pp 760-771.

(22)Inoue, M., and Kurooumaru, M., 1989, "Structure of Tip Clearance Flow in an Isolated Axial Compressor Rotor," Journal of Turbomachinery, Vol. 111, pp. 250-256.