

천음속 축류 압축기 동익의 유동장에 대한 난류 모델의 성능비교

한용진*, 김광용**, 고성호***

The Comparison of Performance of Turbulence Model for a Transonic Axial Compressor Rotor

Yong-Jin Han*, Kwang-Yong Kim**, Sung-Ho Ko***

Key Words : Axial Compressor(축류 압축기), Navier-Stokes Equation(Navier-Stokes 방정식), Baldwin-Lomax Turbulence Model (Baldwin-Lomax 난류 모델), $k-\omega$ Turbulence Model($k-\omega$ 난류 모델)

ABSTRACT

The present study is to compare the performance of turbulence models in the analysis of the complex flowfield of an axial flow compressor. Baldwin-Lomax turbulence model and $k-\omega$ turbulence model were selected for the comparison. The thin-layer Navier-Stokes equation was calculated by explicit, finite-difference numerical scheme. A spatially-varying time-step and an implicit residual smoothing were used to improve convergence. Experimental measurements for NASA rotor 37 were cited for the comparison with numerical data. The compared two turbulence models gave similar performance over all except for total pressure.

1. 서론

축류 압축기의 내부 유동은 간극(tip clearance)에서 발생하는 누수 유동과 벽면 및 블레이드에서 발생하는 경계층 유동, 박리 및 이차 유동 등 아주 복잡한 유동현상을 보인다. 특히 천음속 축류 압축기에서 발생하는 충격파는 반경 방향에 커다란 압력 구배와 경계층의 성장 및 축방향 유동의 증가 등의 결과를 가져온다. 이러한 다양하고 복잡한 유동 현상들은 압축기의 성능 및 효율에 직접적인 영향을 미친다. 따라서 유동장의 정확한 해석은 축류 압축기 설계에 있어서 중요한 요소라 할 수 있다.

이러한 복잡한 유동장의 해석을 위해서 그 동안 실험적인 연구가 많이 이루어져 왔으며 근래에 들어 컴퓨터의 발전과 함께 저비용·고효율 축류 압축기의 개발을 위하여 전산유체역학적 연구 또한 많이 활용되고 있다. 전산유체역학적 연구는 유동장의 종합적인 해석 및 실험적으로 해석하기 어려운 복잡한 유동장도 해석 가능하며, 해석 결과 또한 비교적 좋다.

그러나 전산유체역학적 연구는 격자 생성, 알고리즘 기법 및 난류 모델 등에 따라 유동장 해석에 차이를 보이며, 종종 정확한 유동장 해석에는 실패하는 경우가 많다. 그 중 난류 모델은 유동장 해석에 가장 큰 영향을 미치는 주요 요소로서 축류 압축기의 유동장 해석을 위한 다양한 연구가 이루어져 왔다.⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾

본 연구에서는 천음속 축류 압축기 동익의 유동장을 B-L (Baldwin-Lomax) 난류 모델과 $k-\omega$ 난류 모델을 적용하여 수치해석하고, 전압, 단열효율 및 유동장 등을 실험 결과와 비교하여 두 난류 모델의 성능을 비교·평가하였다.

2. 지배 방정식 및 수치 해석 방법

2.1. 지배방정식

Navier-Stokes 방정식은 직교 좌표계(x, y, z)에서 일반화된 비직교 곡선 좌표계(ξ, η, ζ)로 변환했으며 유한 차분법으로 이산화하였다. 또한 계산 시간 절감을 위해 주 유동 방향인 ξ 방향의 점성항을 무시하는 thin-layer Navier-Stokes 방정식을 적용하였다. 그 결과 지배방정식은 다음과 같이 나

* 충남대학교 대학원, zeno3824@hanmail.net

** 인하대학교 기계공학부, kykim@inha.ac.kr

*** 충남대학교 기계설계공학과, sunghoko@cnu.ac.kr

타낼 수 있다.

$$\partial_i q + J[\partial_\xi \hat{E} + \partial_\eta \hat{F} + \partial_\zeta \hat{G} - \text{Re}^{-1}(\partial_\eta \hat{F}_v + \partial_\zeta \hat{G}_v)] = H \quad (1)$$

식(1)의 각 항을 자세히 살펴보면 다음과 같다.

$$q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} \quad \hat{E} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho U' \\ \rho u U' + \xi_x p \\ \rho v U' + \xi_y p \\ \rho w U' + \xi_z p \\ e U' + p U \end{bmatrix}$$

$$H = Q \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho w \\ \rho v \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{F} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho V' \\ \rho u V' + \xi_x p \\ \rho v V' + \xi_y p \\ \rho w V' + \xi_z p \\ e V' + p V \end{bmatrix}$$

$$\hat{G} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho W' \\ \rho u W' + \xi_x p \\ \rho v W' + \xi_y p \\ \rho w W' + \xi_z p \\ e W' + p W \end{bmatrix} \quad (2)$$

본 유동 해석에서는 x, y, z 방향의 절대 속도 성분인 u , v , w 가 계산되며, 상대 속도 성분(u' , v' , w')은 다음 식으로 계산된다.

$$\begin{aligned} u' &= u \\ v' &= v - \Omega z \\ w' &= w + \Omega y \end{aligned} \quad (3)$$

또한 식(1)에서 U' , V' , W' 는 비직교 좌표계의 한 점 에서 정의되는 상대 반변(contravariant) 속도 성분이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U' &= \xi_x u + \xi_y v' + \xi_z w' \\ V' &= \eta_x u + \eta_y v' + \eta_z w' \\ W' &= \zeta_x u + \zeta_y v' + \zeta_z w' \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $u' = u$, $U' \neq U$ 이며, 에너지(e)와 정압(p)은 다음 식에 의해 계산된다.

$$\begin{aligned} e &= \rho [C_v T + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)] \\ p &= (\gamma - 1)[e - \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2 + w^2)] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, C_v 는 정적비열이고, T 는 절대온도, γ 는 비열비다.

Stokes의 가설에 의해 점성 유량(viscous flux), \hat{F}_v 은 다음 식과 같다.

$$\hat{F}_v = J^{-1} \mu [0, F_2, F_3, F_4, F_5]^T \quad (6a)$$

여기서,

$$\begin{aligned} F_2 &= C_1 \partial_\eta u + C_2 \eta_x + C_3 \partial_\zeta u - C_4 \eta_x + C_5 \zeta_x \\ F_3 &= C_1 \partial_\eta v + C_2 \eta_y + C_3 \partial_\zeta v - C_4 \eta_y + C_5 \zeta_y \\ F_4 &= C_1 \partial_\eta w + C_2 \eta_z + C_3 \partial_\zeta w - C_4 \eta_z + C_5 \zeta_z \\ F_5 &= \frac{\mu \gamma}{\text{Pr}} (C_1 \partial_\eta (C_v T) + C_3 \partial_\zeta (C_v T)) \\ &\quad + u F_2 + v F_3 + w F_4 \end{aligned} \quad (6b)$$

그리고,

$$\begin{aligned} C_1 &= \eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2 \\ C_2 &= \frac{1}{3}(\eta_x \partial_\eta u + \eta_y \partial_\eta v + \eta_z \partial_\eta w) \\ C_3 &= \eta_x \zeta_x + \eta_y \zeta_y + \eta_z \zeta_z \\ C_4 &= \frac{2}{3}(\zeta_x \partial_\zeta u + \zeta_y \partial_\zeta v + \zeta_z \partial_\zeta w) \\ C_5 &= \eta_x \partial_\zeta u + \eta_y \partial_\zeta v + \eta_z \partial_\zeta w \end{aligned} \quad (6c)$$

방정식들은 표준 대기의 ρ_0 , c_0 과 μ_0 로 무차원화 하였으며 레이놀즈 수(Re)와 프란틀 수(Pr)는 이런 값에 의해 정의되었다. 정압비열(C_p)와 정적비열(C_v), 프란틀 수는 상수로 가정하였다.

2.2. 난류 모델

2.2.1. Baldwin-Lomax 난류 모델

Baldwin-Lomax algebraic two-layer 와점성 모델을 통과체널(η, ζ)에 적용하고, 표준 모델에서 다음의 몇 가지의 수정을 적용하여 벽면 및 블레이드의 경계층, 그리고 코너(corner)의 상호작용, 후류(wake) 등을 설명하였다.

첫째로 Cebici와 Chang⁽⁹⁾의 거칠기 모델을 적용하였고, 천이 영역(transition)은 각각의 블레이드(Blade)와 블레이드 사이의 격자선을 따라서 난류 점성(turbulent viscosity) 분포를 계산함으로써 나타내었다. 난류 점성 분포의 최대값이 층류 점성(laminar viscosity)보다 작을 때는 전체 난류 점성을 0으로 설정했으며, 여기서 층류 점성은 14로 가정하였다.

둘째로 난류 점성은 각각의 경계층 또는 후류 등을 분리하여 각각을 계산하였으며, 총 난류 점성은 다음과 같다.

$$\mu_{turb} = [\mu_{turb \eta}^2 + \mu_{turb \zeta}^2]^{1/2} \quad (7)$$

이 가정은 양쪽 벽면의 영향이 증폭되는 코너의 점성 효과를 고려하기 위하여 도입되었다.

셋째로 Granville의 inner/outer blending function을 적용하여 난류 점성의 매끄러운 변화를 가져왔으며 다음의 식과 같다.

$$\mu_{turb} = \mu_{turb-out} \tanh[\mu_{turb-in} + \mu_{turb-out}] \quad (8)$$

여기서 $\mu_{turb-in}$ 과 $\mu_{turb-out}$ 은 경계층 내부와 외부의 난류 점성이다.

넷째로 Chima⁽¹⁾가 적용한 표준 상수 $C_{cp}=1.216$ 과 $C_{deb}=0.646$ 을 동일하게 적용하였다.

2.2.2. k- ω 난류 모델

k- ω 난류 모델을 일반화된 비직교 곡선 좌표계 (ξ, η, ζ)로 변환하면 다음과 같다.

$$\partial_t q + U \partial_\xi q + V \partial_\eta q + W \partial_\zeta q - Re^{-1} \frac{1}{\rho} G = \frac{1}{\rho} (P - D) \quad (9)$$

여기서

$$q = [k, \omega]^T$$

$$\mu_{turb} = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (10)$$

thin-layer approximation에 따라서 분산항은 다음과 같다.

$$G = \frac{1}{J} \left[\begin{array}{l} (\mu + \sigma^* \mu_{turb}) [(\nabla \eta \cdot \nabla \eta) \partial_\eta k + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta) \partial_\zeta k] \\ (\mu + \sigma \mu_{turb}) [(\nabla \zeta \cdot \nabla \eta) \partial_\eta \omega + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta) \partial_\zeta \omega] \end{array} \right] \quad (11)$$

생성항은 Menter⁽⁶⁾의 언급에 따라 다음과 같이 계산하였다.

$$\frac{P}{\rho} = \left[\begin{array}{l} Re^{-1} \frac{\mu T}{\rho} (\nabla \times \vec{V})^2 - \frac{2}{3} k (\nabla \cdot \vec{V}) \\ \alpha \left[\alpha^* \frac{\mu T}{\rho} (\nabla \times \vec{V})^2 - \frac{2}{3} \omega (\nabla \cdot \vec{V}) \right] \end{array} \right] \quad (12)$$

소멸항은 다음과 같다.

$$\frac{D}{\rho} = \left[\begin{array}{l} \beta^* \omega k \\ \beta \omega^2 \end{array} \right] \quad (13)$$

여기서 상수 $\beta=3/40$, $\beta^*=9/100$, $\sigma=1/2$, $\sigma^*=1/2$, $\alpha=5/9$, $\alpha^*=1.0$ 이다.

2.3. 수치해석방법

지배방정식들은 격자점 중심의 유한 차분 방법으로 이산화되어, 4차 Runge-Kutta 시간진법으로 계산하였다.

인공점성(artificial viscosity)은 지배방정식의 비선형성과 충격파에 의한 해의 진동을 제거하고 안정성을 확보하기 위하여 2차와 4차의 인공 점성항을 이용했으며, 수렴성을 증대시키기 위하여 국부시간간격(spatially-varying time step)과 내재적 오차 평균법(implicit residual smoothing)을 이용하였다.

Courant 수는 5.6에서 계산하였다.

3. 결과 및 검토

수치해석에 사용된 천음속 압축기의 동익은 NASA rotor 37로 36개의 블레이드로 구성되어 20.19kg/sec의 질량 유동률에서 2.106의 압력비를 가지도록 설계되었다. 동익의 회전 속도는 171887rpm이며 팁(tip)의 휠 속도는 454m/s이다.

Rotor 37의 실험 결과는 Chima⁽¹⁾와 Jixian⁽⁴⁾ 등의 실험 자료를 인용했으며 station 2~station 4에서의 전압과 단열효율 및 상대 마하수(relative mach number) 등에 관한 자료를 제시하고 있다. Fig. 1은 station 1~station 4에서의 위치를 나타내며 station 1과 station 4는 수치해석상의 입구 및 출구와 일치하며 station 2는 20% chord선상에 위치해 있으며 station 3은 끝단(trailing edge)에서 후류가 시작하는 부분에 위치해 있다. 문헌상의 실험 자료는 스펜(span) 방향으로 50%, 90%, 95% 등이 제시되어 있으며, 본 연구에서는 50%와 90%의 실험 자료를 인용하였다.

계산영역을 입구영역, 블레이드와 후류 영역, 그리고 블레이드의 간극 영역, 이렇게 세 영역으로 나누어 각각의 격자를 구성하였다. 블레이드 입구에는 H형 격자 45×35×63를 사용하였고 블레이드 주위에는 C형 격자 181×46×63를 사용했으며 블레이드와 케이싱 사이의 간극에는 O형 격자 121×19×19를 사용하였다. Fig. 2는 50% 스펜에서의 2차원 형상의 격자를 보여주고 있다.

입구 경계면에서 전온도(T_0)는 상수로 가정했으며, 전압(P_0) 분포는 반경 방향의 평형 난류 속도 분포(equilibrium turbulent velocity profiles)에 맞추어 규정하였다. 입구의 경계층 두께는 Chima⁽¹⁾의 실험자료에 따라 팁과 허브에 10% 스펜을 주었다. 출구 경계면에서 접선 방향(θ 방향)의 평균 압력은 Gile⁽⁷⁾에 의해 묘사된 방법을 이용했으며 다른 물리량은 내부의 값에 의하여 외삽(extraploation)하였다. 벽면에는 점착 조건(no-slip boundary condition)을 적용했으며 블레이드 사이에는 주기 조건(periodic boundary condition)을 적용하였다.

수렴된 수치해석 결과를 얻기 위하여 B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델은 각각 4000회와 5000회를 반복 계산하

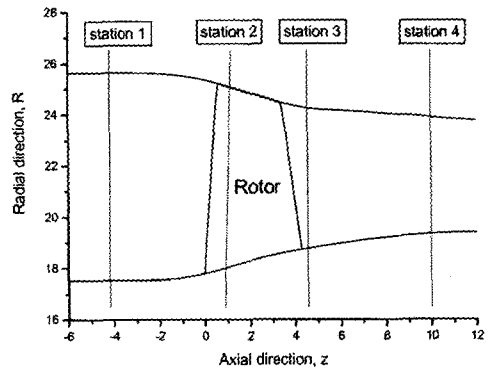


Fig. 1 Aerodynamic measurement stations

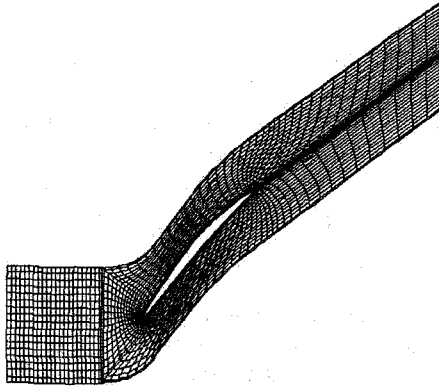


Fig. 2 H-C grid at 50% span. Grid lines have been omitted for clarity.

였으며 슈퍼 컴퓨터 NEC SX-5/8B 시스템으로 계산하는 경우 각각 약 5300초와 7400초 정도가 걸렸다.

압축기의 성능 평가를 위하여, 설계된 회전 속도에서 출구의 압력을 서서히 변화시키면서 최대 질량 유동율을 계산하였으며, $\dot{m}/\dot{m}_{(max)}=0.98$ 에서 B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델의 수치해석 결과를 실험 결과와 비교하였다.

Table 1은 station 4에서의 B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델을 이용한 수치해석 결과를 실험 결과와 비교한 것이다. P_{ref} 와 T_{ref} 는 입구 경계값으로 각각 1atm, 288.3K이다. 전압 및 전온도는 B-L 난류 모델이 실험 결과와 더 잘 일치했으며, 단일 효율은 k- ω 난류 모델이 실험 결과와 더 잘 일치하였다.

Fig. 3과 Fig. 4는 station 4에서 허브로부터 스펠 방향으로 전압 및 단일 효율 분포를 나타낸 것이다. 수치해석 결과는 격자를 따라서 운동에너지 평균법(Kinematic Energy Average)에 의해 접선 방향의 평균 특성값을 계산하였다.

Fig. 3의 전압 분포를 살펴보면 두 난류 모델은 실험 결과와 hub에서 20% 스펠 내에서는 잘 맞지 않았으며, 20% 스펠 이상에서는 B-L 난류 모델이 실험 결과와 잘 맞는 반면에 k- ω 난류 모델은 대체적으로 실험 결과보다 작은 압력 분포를 보였다. k- ω 난류 모델은 완전한 난류로 가정하고 유동장을 해석하므로, 익렬 주변의 손실이 크게 나왔기 때문이라 사료된다. 또한 허브 근처에서 실험 결과보다 높은 전압을 보인다.

Table 1 Result of turbulence model at station4

	B-L Turbulence Model	k- ω Turbulence Model	Experiment
Total pressure [P_0/P_{ref}]	2.096	2.070	2.10
Total temperature [T_0/T_{ref}]	1.265	1.262	1.270
Adiabatic efficiency(%)	88.7	88.1	87.2

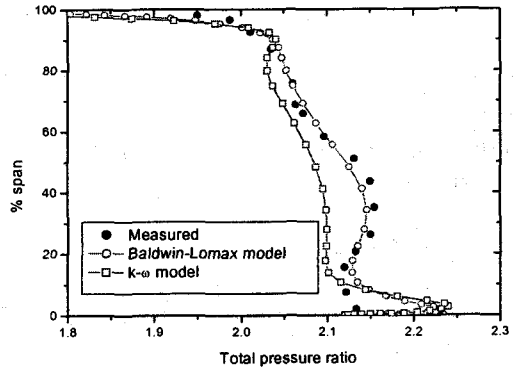


Fig. 3 Total pressure profiles at station4

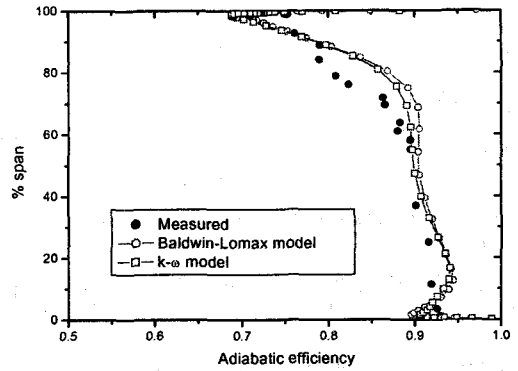


Fig. 4 Adiabatic efficiency profiles at station4

것은 로터의 회전에 따른 복잡한 유동을 충분히 반영하지 못하고 있기 때문이라 사료된다.

Fig. 4의 단일 효율을 살펴보면 k- ω 난류 모델이 실험 결과와 약간 더 잘 맞음을 알 수 있으나 전체적으로 k- ω 난류 모델과 B-L 난류 모델이 동일한 분포를 보였다.

Fig. 5~Fig. 7은 축류 압축기의 블레이드와 블레이드 사이의 상대 마하 속도 분포이다. Fig. 5와 Fig. 7은 각각 50%와 90% 스펠에서 station 2의 위치이며 B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델은 유사한 속도 분포를 보였다. 실험 결과와 비교하면 50% 스펠에서는 두 난류 모델이 실험 결과보다 작은 속도 분포를 보였으며, 90% 스펠에서는 실험 결과와 거의 유사한 속도 분포를 보였다. Fig. 6은 50% 스펠에서 station 3의 위치이며 B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델의 속도 분포는 거의 동일하였으나 실험 결과보다 좀더 좁고, 낮은 속도 분포를 보였다.

Fig. 8은 50% 스펠에서 B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델의 상대 마하 속도장을 비교한 것이다. B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델이 거의 동일한 속도장을 보였다. 또한 블레이드의 앞전(leading edge)에서 충격파가 발생하여 압력면(pressure surface)과 흡입면(suction surface)을 통과하면서 속

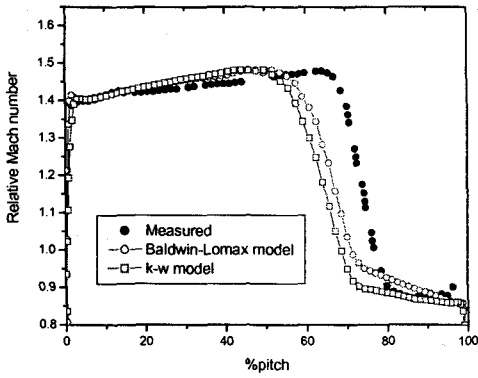


Fig. 5 Blade-to-blade relative Mach number at station2 and 50% span

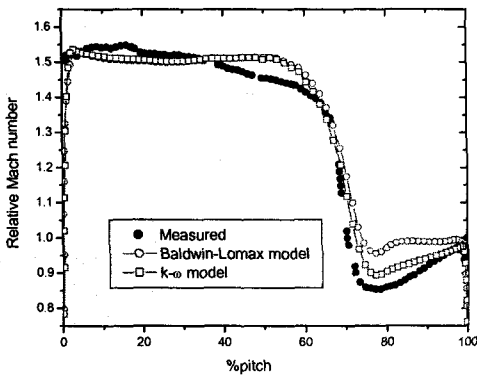


Fig. 6 Blade-to-blade relative Mach number at station2 and 90% span

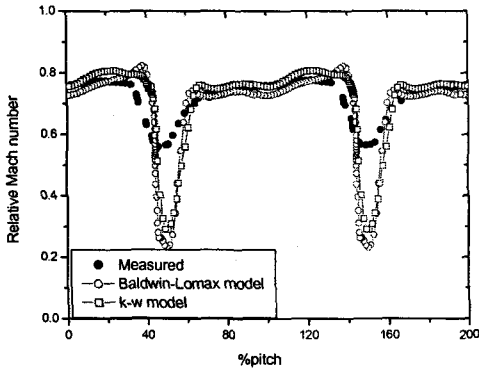
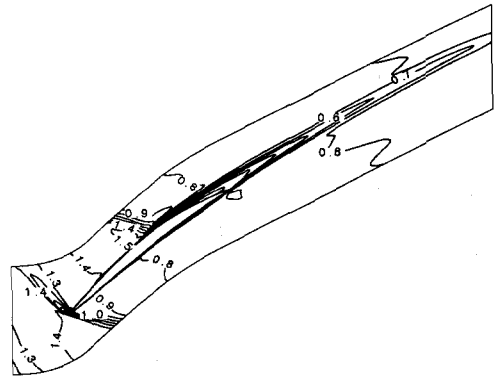


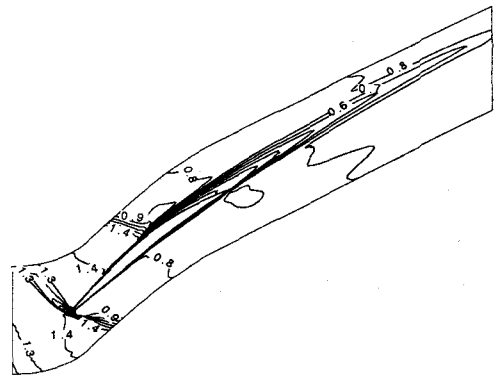
Fig. 7 Blade-to-blade relative Mach number at 50% span and station3

도가 큰 폭으로 감소함을 볼 수 있었다.

위의 사실을 살펴보면 B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델은 거의 유사한 유동장을 예측함을 알 수 있다. 실험 결과와 비



(a)



(b)

Fig. 8 Relative Mach number contours at 50% span (a) B-L model (b) k- ω model

교하면 앞전에서는 실험 결과와 유사한 속도장을 보이나 끝단을 지나서 후류 부근에서는 실험 결과보다 좀더 좁고 낮은 속도 분포를 보인다. Suder 등⁽⁶⁾의 NASA rotor 37의 실험 결과를 살펴보면, 앞전에서 충격파가 발생하면 속도가 큰 폭으로 감소하나, Fig. 8보다 속도 감소폭이 적다. 또한 끝단으로 갈수록 속도가 감소하면서 압력면까지 경계층이 넓게 분포하는 경향을 보이거나 Fig. 8에서는 일정하게 유지되어 경계층이 좁게 분포하고 있다. 따라서 B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델이 충격파에 따른 유동장의 변화를 정확히 예상하지 못함을 알 수 있다.

Fig. 9와 Fig. 10은 블레이드 표면의 정압분포를 나타낸 것으로, B-L 난류 모델과 k- ω 난류 모델이 거의 유사하게 예측함을 알 수 있다. Fig. 9의 흡입면의 압력 분포를 살펴보면 충격파의 영향에 따라 블레이드 표면의 큰 압력 구배를 확인할 수 있다. 또한 허브에서 팁으로 갈수록 압력 구배가 좁아지고 끝단에 좀더 치우쳐지는 것을 볼 수 있다. Fig. 10의 압력면의 압력 분포는 k- ω 난류 모델이 B-L 난류 모델보다 약간 넓은 압력 분포를 보였다.

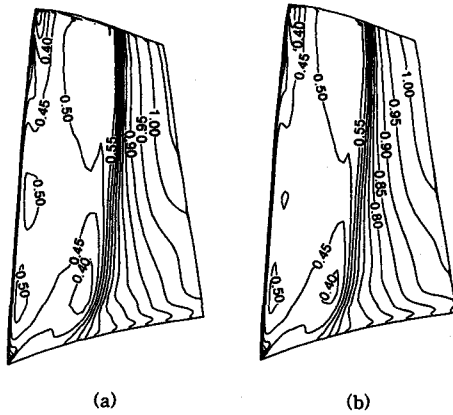


Fig. 9 Static pressure contours on suction surface
(a) B-L model (b) $k-\omega$ model

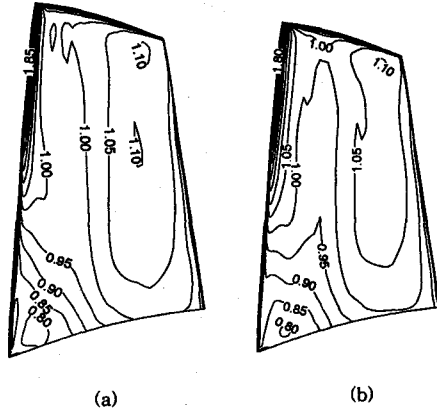


Fig. 10 Static pressure contours on pressure surface
(a) B-L model (b) $k-\omega$ model

4. 결론

본 연구에서는 thin-layer Navier-Stokes 방정식을 이용하여 NASA rotor 37을 수치해석하고, B-L 난류 모델과 $k-\omega$ 난류 모델의 수치해석 결과를 실험 결과와 비교하여 두 난류 모델의 성능을 평가하였다.

B-L 난류 모델과 $k-\omega$ 난류 모델의 수치해석결과와 실험결과에 의한 출구에서의 전압 및 단열효율, 블레이드의 유동장, 블레이드 표면의 압력 등을 각각 비교하였다. 출구에서의 전압은 B-L 난류 모델의 좀더 좋은 결과를 예상했으나, 그 외의 해석결과는 두 난류 모델의 유사한 경향을 보였다. 또한 두 난류 모델은 충격파에 따른 유동장의 변화를 정확히 예상하지 못하였다.

따라서 축류 압축기의 유동장 해석에 있어서 B-L 난류 모델과 $k-\omega$ 난류 모델은 유사한 성능을 보임을 알 수 있으며 충격파에 따른 영향에 관한 연구가 좀더 필요할 것이라 사료된다.

후기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2001-00366)지원으로 수행되었습니다.

참고 문헌

- [1] Chima, R. V., 1996, "Calculation of Tip Clearance Effects in a Transonic Compressor Rotor", ASME Paper 96-GT-114.
- [2] Arima, T., Sonoda, T., Shirotori, M., Tamura, A., and KiKuchi, K., 1999, "A Numerical Investigation of Transonic Axial Compressor Rotor Flow Using a Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Turbulence Model", *ASME J. Turbomachinery*, Vol. 121, No. 1, pp. 45~58.
- [3] Hah, C., and Reid, L., 1992, "A Viscous Flow Study of Shock-Boundary Layer Interaction, Radial Transport, and Wake Development in a Transonic Compressor", *ASME J. Turbomachinery*, Vol. 114, pp. 538~547.
- [4] Jixian, Y., and Xinhai, Z., 1998, "Computation of Flow in a Compressor Blade Row by Third-Order Accurate Scheme", AIAA Paper 98-3561.
- [5] Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E., 1981, "Numerical Solutions of the Euler Equation by Finite Volume Methods Using Runge-kutta Time Stepping Schemes", AIAA 81-1259.
- [6] Menter, F. R., 1992, "Improved Two-Equation $k-\omega$ Turbulence Model for Aerodynamic Flows", NASA TM-103975.
- [7] Giles, M. B., 1990, "Nonreflecting Boundary Conditions for Euler Equation Calculations", *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 12, pp. 2050~2058.
- [8] Suder, K. L., Chima, R. V., Strazisar, A. J., and Roberts, W. B., 1995, "The Effect of Adding roughness and Thickness to a Transonic Axial Compressor Rotor", *ASME J. Turbomachinery*, Vol. 117, pp. 491~505.
- [9] Cebeci, T., and Chang, K. C., 1978, "Calculation of Incompressible Rough-Wall Boundary Layer Flows", *AIAA Journal*, Vol. 115, pp. 614~620.