

## 액체로켓용 터보펌프 인듀서/임펠러 상호작용에 대한 연구

최창호\* · 차봉준\* · 양수석\*

### Numerical Studies on the Inducer/Impeller Interaction of a Liquid Rocket Engine Turbopump System

Chang-Ho Choi\*, Bong Jun Cha\*, Soo Seok Yang\*

**Key Words:** *Turbopump(터보펌프), Inducer(인듀서), Impeller(임펠러), interaction(상호작용)*

#### ABSTRACT

The hydraulic performance analysis of a pump system composed of an inducer and impeller for the application on turbopumps has been performed using three-dimensional Navier-Stokes equations. A simple mixing-plane method and a full interaction method are used to simulate inducer/impeller interactions.

The computations adopting two methods show almost similar results due to the weak interaction between the inducer and impeller since the inducer outlet blade angle is rather small. But, because the inducer and the impeller are closely spaced near the shroud region at the interface, flow angles at the impeller inlet show different results between two methods. Thus, the full interaction method predicted about 2% higher pump performance than the mixing-plane method. And the effects of prewhirl at the impeller inlet are also investigated. As the inlet flow angle is increased, the head rise and the efficiency are decreased.

The computational results are compared with experimental ones. The computational results at the design point show good agreements with experimental data. But the computation was found to under-predict the head rise at high mass flow rates compared to the experiment, further study must be followed in terms of the computation and experiment.

#### 1. 서 론

액체로켓은 액체 연료와 산화제를 연소시켜 분사시킴으로써 추진력을 얻는다. 고추력 및 고효율을 얻기 위해서는 액체연료와 산화제가 가압되어 연소실에 공급되어야 하며 이에는 크게 두 가지 방식이 있다. 즉, 고압의 연료를 탱크에 직접 저장하는 가압식과 탱크내에 저장된 연료를 터보펌프로 가압시키는 터보펌프방식이 있다. 가압식은 구조가 간단한 장점이 있지만, 고

압을 지탱하기 위하여 탱크의 벽 두께가 두꺼워 져야 하므로 로켓의 비추력이 낮아지는 단점이 있다. 반면, 터보펌프 방식은 고속으로 회전하는 터보펌프와 관련한 진동 및 캐비테이션 제어 등의 고도의 기술을 필요로 하지만 궁금탱크의 경량화가 가능하여 비추력을 크게 할 수 있는 장점이 있다.<sup>(1,2)</sup>

Fig. 1은 인듀서, 임펠러, 벌류트, 누설유로를 포함한 터보펌프의 대표적인 예이다. 인듀서는 고속으로 회전하는 임펠러 앞에 장착되어 최소 유효흡입수두(NPSH)를 낮춰주어 임펠러/벌류트로 구성된 원심펌프가 캐비테이션으로 인한 성능저하 없이 연료를 가압시켜 연소

\* 한국항공우주연구원 터보기계연구그룹

실에 공급하게 한다.

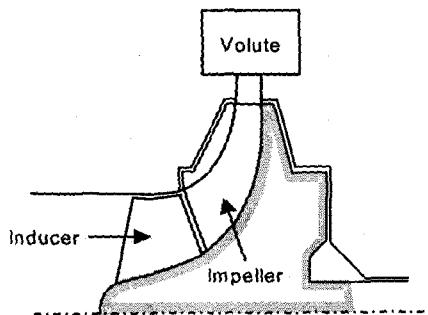


Fig. 1 Schematic sketch of a turbopump unit

캐비테이션을 고려한 터보펌프의 시험 및 수치해석을 통한 성능예측에 대한 연구는 많은 어려움을 지니고 있기 때문에 캐비테이션을 배제한 수력성능에 대하여 주로 수행되었으며, 캐비테이션을 고려할 경우에는 대부분 인듀서에 국한하여 수행되었다. Kamiijo 등<sup>(3)</sup>은 LE-7 산화제 펌프 인듀서에 대한 흡입성능, 캐비테이션 및 진동 등에 대한 시험적 연구를 수행하였으며, 최근 들어 국내에서도 터보펌프 개발에 대한 노력의 일환으로 터보펌프용 인듀서에 대한 성능시험 및 수치해석적 연구가 진행되고 있다<sup>(4-7)</sup>.

터보펌프에서 인듀서와 임펠러의 상호작용을 고려하는 것은 매우 중요하다. 인듀서를 임펠러 앞에 장착함으로써 흡입성능은 개선되지만, 인듀서의 효율이 낮으므로 전체 펌프의 효율은 떨어지게 된다. 또한 인듀서 출구 블레이드각에 의하여 임펠러 입구에 예선회가 존재하므로, 효율 최적화를 위해서 임펠러의 입구각을 적절히 설계하여야 한다. 따라서 인듀서/임펠러의 상호작용을 이해하고 해석하는 것은 매우 중요하다. 그러나 최근까지도 압축기의 동의/정의 상호작용<sup>(8,9)</sup>이나, 임펠러/밸류트의 상호작용에 대한 해석적연구<sup>(10)</sup>는 많이 시도되었지만, 인듀서/임펠러의 경우에는 형상이 매우 복잡하고 계산격자가 많이 소요되므로 활발히 시도되지 않고 있다<sup>(11)</sup>. 따라서 본 연구에서는 인듀서/임펠러 상호작용에 대한 수치해석을 수행하였다.

## 2. 본론

### 2.1 수치해석 기법

본 연구에서는 터보펌프 수치해석에 Numeca사에서

개발된 3차원 유동해석 코드인 Fine/Turbo를 사용하였다<sup>(12)</sup>. Fine/Turbo는 공간차분법으로 가점성을 첨가한 중심차분법과 시간차분법으로는 Runge-Kutta 시간전진법을 사용한다. 또한 비압축성 유동을 해석하기 위하여 예조전화 기법을 채택하였다. 수렴률을 가속시키기 위하여 다중격자법, 국부시간간격, 전류항 평균법(residual smoothing) 등을 사용하였다. 난류모델로는 계산시간을 줄이기 위해 표준  $k-\epsilon$  모델을 사용하였다.

상호작용 유동해석법은 크게 2가지로 나눌 수 있다. 즉, (1)인듀서와 임펠러의 접합면에 혼합면(mixing plane)을 사용하여 계산격자를 크게 줄일 수 있는 혼합면기법(mixing-plane method)과 (2)모든 인듀서와 임펠러를 동시에 해석하는 완전해석기법(full interaction method)이 있다<sup>(13,14)</sup>. 본 연구에서는 2가지 방법을 모두 사용하여 수치해석을 수행하여 계산결과를 비교해 보았으며, 설계검증을 수행하였다.

경계조건으로 인듀서 입구는 축방향으로 균일유동을 주었으며, 임펠러 출구에는 정압을 주었다.

### 2.2 터보펌프 형상 및 격자계

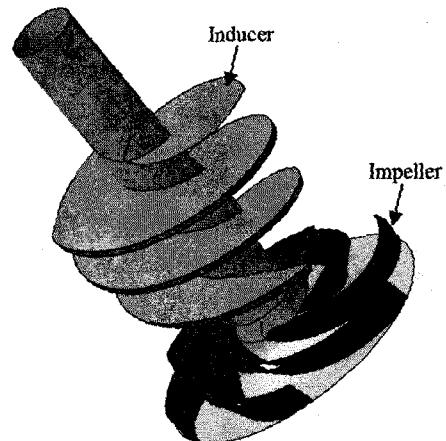


Fig. 2 Solid model of the inducer and impeller

원심형과 사류형의 중간정도인 비속도( $N_s$ )가 340인 터보펌프의 3차원 형상, 설계조건 그리고 개략적인 사양을 Fig. 2와 Table 1에 나타내었다. 이전의 연구에서 펌프의 경우 실험과 계산에서 상사법칙이 잘 적용되는 것으로 알려져 있으므로<sup>(4,5)</sup>, 본 연구에서 시험은 운용상의 편의를 위해 회전수 8,000RPM에서 수행하였으며, 수치해석은 계산시간을 절약하기 위해, 5,000RPM

에서 수행하였다. 본 연구에서 비속도( $N_s$ )는 다음과 같이 정의하였다.

$$N_s = \frac{Q n^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (1)$$

여기서 유량  $Q$ 의 단위는  $m^3/min$ , 회전속도  $n$ 의 단위는 RPM, 수두  $H$ 의 단위는 m를 사용하였다.

Table 1 Basic specifications of the turbopump

Parameter		Value
Design flow coefficient( $\phi_d$ )		0.073
Design head coefficient( $\Psi_d$ )		0.35
Balde Number	Inducer	2
	Impeller	6
Rotational speed(RPM)		50,000
Blade angle at L.E. midspan( $\beta_{1m}$ )	Inducer	12°
	Impeller	24°
Blade angle at T.E. midspan( $\beta_{2m}$ )	Inducer	20°
	Impeller	18°

Table 1에서 유량계수( $\phi$ , flow coefficient) 및 수두계수( $\Psi$ , head coefficient)는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi = \frac{Q}{A_0 U_{T0}}, \quad \Psi = \frac{\Delta p_t}{\rho U^2 T_2} \quad (2)$$

여기서  $Q$ 는 유량( $m^3/s$ ),  $A_0$ 는 인듀서 입구면적,  $U_{T0}$ 와  $U_{T2}$ 는 각각 인듀서 앞전과 임펠러 뒷전의 텁 속도를 나타낸다.

계산에 사용된 전체 격자점 수는 혼합면 기법의 경우, 약 202,000개이며, 완전해석의 경우 596,000개이다. 인듀서 154,000개, 임펠러 48,000개로 구성되며, 벽면에서의 첫 번째 격자점의 거리는  $y^+$ 가 50이하가 되도록 격자를 분포시켰다. 계산은 컴팩 DS20E 워크스테이션에서 수행되었으며 혼합면기법을 사용한 계산의 경우, 연속방정식 잔류량의 RMS(root mean square)값이  $10^{-4}$  이하로 떨어지는데 약 300번의 반복계산이 필요하였으며, 이 때 계산시간은 약  $5.56 \times 10^{-5}$  s/node/iteration 이 소요되었다. 완전해석의 경우, 격자가 3배 많으므로 같은 수렴조건에서 약 3배의 계산시간이 소요되었다. 수렴했을 때, 유량의 수렴정도를 보면 혼합면기법의

경우, 약 1~1.5%의 입/출구 유량차이를 보였지만, 완전해석의 경우, 0.5%이하의 유량차이를 보였다. 이것은 혼합면기법의 경우, 연결면에서의 가정으로 인하여 연속방정식이 정확하게 만족되지 않기 때문으로 판단된다.

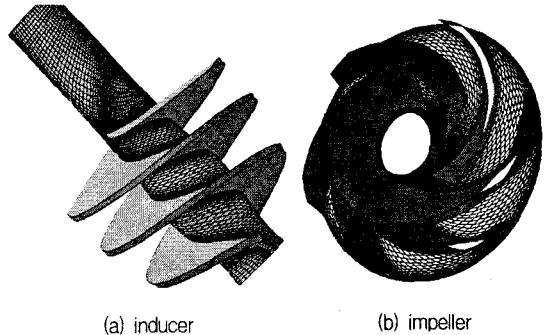


Fig. 3 Computational grids for the inducer and impeller

Fig. 3은 인듀서와 임펠러의 허브면 계산격자를 나타낸다. 격자가 부드럽게 분포되어있는 것을 확인할 수 있다.

## 2.3 계산결과 및 토의

임펠러의 흡입성능이 인듀서의 흡입성능보다 좋기 때문에, 인듀서의 수두를 충분히 높게 설계하여 임펠러에서 기포에 의한 수두손실을 막는 것이 바람직하지만, 인듀서 효율(50~60%)이 임펠러 효율(85~90%) 보다 낮으므로, 전체효율을 증가시키기 위해서 인듀서의 수두를 적절히 설계해야한다<sup>(1)</sup>. 인듀서의 입구에서 축방향의 균일유동이 들어온다면 터보펌프의 이론수두는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H_{th} = H_{ind} + H_{imp} = c_{2u} u_2 \quad (3)$$

여기서 2는 임펠러 출구를 나타내며,  $c$ 는 절대속도,  $u$ 는 회전방향속도를 나타낸다. 또한,  $H_{ind}$  및  $H_{imp}$ 는 인듀서와 임펠러에서의 이론수두를 나타내는데, 정의는 다음과 같다.

$$H_{ind} = c_{1u} u_1 - c_{0u} u_0 = c_{1u} u_1$$

$$H_{imp} = c_{2u} u_2 - c_{1u} u_1 \quad (4)$$

여기서 1은 인듀서와 임펠러의 연결면을, 0은 인듀서

입구를 나타낸다.

위의 식으로부터 임펠러의 수두는 인류서의 수두와 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다. 따라서 임펠러의 설계에서 인류서의 출구조건, 즉 임펠러의 입구조건을 정확하게 주는 것은 매우 중요하다. 따라서 인류서와 임펠러를 동시에 해석하는 것이 가장 적절한 방법이라 할 수 있다. 그러나 동시에 해석하는 것은 계산시간이 많이 요구되므로 근사하여, 즉, 혼합면 기법을 사용하여 계산을 수행하게 된다.

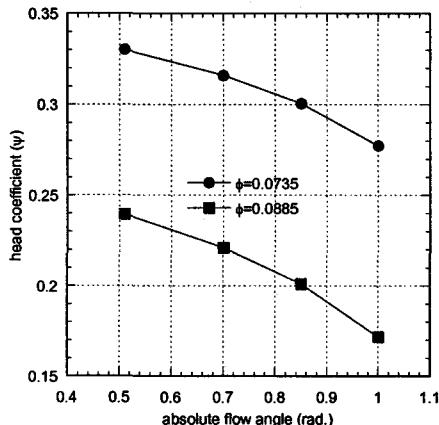


Fig. 4 The effect of prewhirl at the impeller inlet

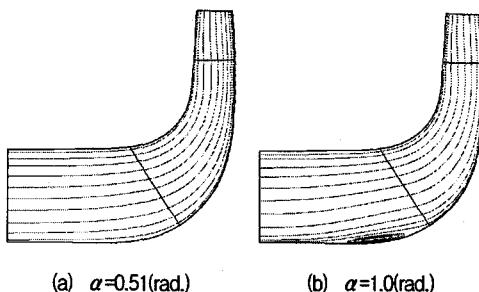


Fig. 5 Streamline distributions

Fig. 4는 임펠러 단독계산에서 입구 절대유동각( $\alpha$ )이 임펠러의 수두에 미치는 영향을 나타내었다. 입구 유동각이 커질수록 수두가 떨어지는 것을 관찰할 수 있다. 이것은  $c_{1u}$  성분이 커지기 때문이다. 또한 일반적으로 입구유동각이 최적값 이상으로 커지면 반음각이 커지므로 Fig. 5와 같이 역류가 생겨서 효율이 나빠진다. 본 연구에서 입구유동각은 축방향을 기준으로 정의되었다.

Fig. 6은 2가지 방법을 사용하여 인류서/임펠러 상

호작용을 계산했을 때의 성능곡선을 비교하여 나타내었는데, 완전해석법이 혼합면기법보다 효율과 수두를 크게 예측하는 것을 관찰할 수 있다. 설계점에서 완전해석법이 혼합면기법과 비교하여 효율과 수두를 약 2%정도 높게 예측한다. 따라서 완전해석법이 입구유동각, 즉,  $c_{1u}$ 를 적게 예측한다는 것을 알 수 있다. 효율은 계산에서 다음과 같이 정의하였다.

$$\eta = \frac{Q\Delta p_t}{\omega T} \quad (5)$$

여기서  $\Delta p_t$ 는 전압력 상승,  $\omega$ 는 회전속도,  $T$ 는 토크를 나타낸다. Fig. 6에서 효율은 완전해석법의 최고효율을 100%로 했을 때의 상대효율을 나타낸다.

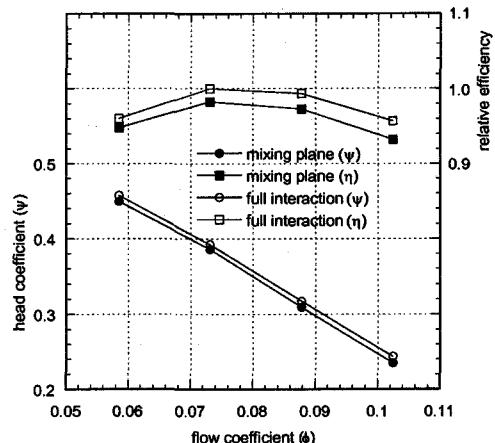


Fig. 6 Performance comparisons between the mixing plane method and the full interaction method

Fig. 7에는 임펠러 입구에서 상대유동각( $\beta$ ) 분포를 나타내었는데, 완전해석법이 유동각을 상대적으로 크게 예측하는 것을 볼 수 있다. 상대유동각이 커지면 절대유동각이 커지므로,  $c_{1u}$  성분이 적어지게 된다. 또한 상대유동각이 쉬라우드 부근에서 많은 차이가 나는 것을 관찰할 수 있다. 이것은 Fig. 8의 인류서/임펠러 자오면형상에서 볼 수 있듯이, 허브에 비해서 쉬라우드 부근에서 인류서와 임펠러가 매우 근접하고 있어서 상호작용 효과가 크기 때문에 판단된다. 따라서 혼합면기법을 사용하는 경우보다 계산시간이 더 소요되지만(3배), 정확한 임펠러의 설계를 위해서는 완전해석법을 사용한 계산이 수행되어야함을 알 수 있다. Fig.

7에서  $r$ 은 반경을,  $r_h$ 는 허브반경을 나타낸다.

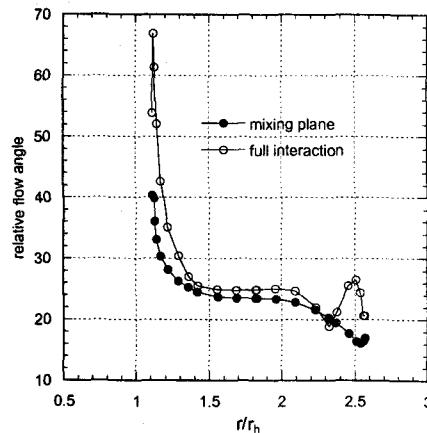


Fig. 7 Relative flow angle distributions at the impeller inlet

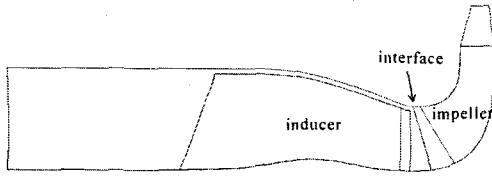


Fig. 8 Meridional view of the inducer and impeller

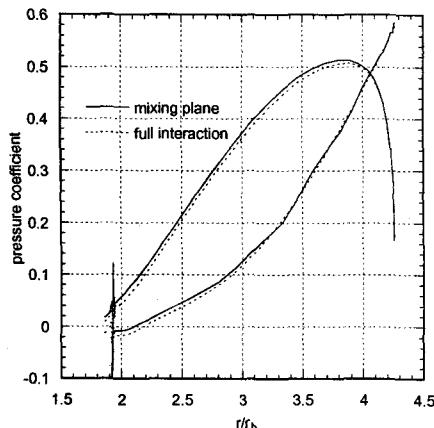


Fig. 9 Pressure coefficient distributions at impeller blades

Fig. 9에는 임펠러 중간면에서 압력계수분포를 비교하여 나타내었는데, 혼합면기법을 사용한 결과가 다소 압력을 높게 예측하는 것을 보여준다. 이는, Fig. 7에서 혼합면기법을 사용한 경우에 유동각이 작기 때문에 임펠러 입구에서 받음각이 커지기 때문으로 판단된다.

Fig. 11에서 압력계수( $C_p$ )는 다음과 같이 정의하였다.

$$C_p = \frac{p - p_1}{\frac{1}{2} \rho U^2_{T2}} \quad (6)$$

Table 2 Performance comparison at design point

	$\phi_t$	$\phi_{ind}$	$\phi_{imp}$	impeller efficiency
mixing plane	0.386	0.050	0.336	98%
full interaction	0.393	0.050	0.343	100%
impeller only	-	-	0.350	99%
decouple	0.404	0.047	0.357	100%

Table 2는 설계점에서 4가지 계산방법에 따른 수두상승을 비교하여 보았는데, 약간의 차이가 존재함을 알 수 있다. 즉, 인듀서의 경우 상호작용의 영향이 적으므로 큰 차이는 없지만, 임펠러의 경우 인듀서/임펠러 연결부의 계산방법에 따라, 임펠러의 입구 유동조건이 달라지므로, 수력성능의 차이를 보인다. Table 2에서 impeller only는 임펠러만을 계산하였을 때의 결과를 나타낸다. 이때, 임펠러 입구조건으로 완전해석기법의 계산결과에서 인듀서 출구유동조건을 평균하여 주었다. 또한 decouple은 인듀서와 임펠러를 따로 계산하고, 임펠러의 입구조건으로 인듀서 단독계산에서 구한 출구 평균유동각을 주어서 계산한 결과를 나타낸다. Table 2에서  $\phi_t$ 는 총수두계수,  $\phi_{ind}$ 는 인듀서 수두계수,  $\phi_{imp}$ 는 임펠러 수두계수를 나타내며, 임펠러 효율은 임펠러만의 수두상승을 고려한 효율로써, 완전해석법의 효율을 100%로 보았을 때의 상대적인 효율을 나타낸다.



(a) mixing-plane method



(b) full interaction method

Fig. 10 Streamline distributions of the inducer and impeller

Fig. 10은 설계유량에서 2가지 방법을 수행하였을 때의 원주방향 평균된 유선분포를 보여주고 있다. 인

듀서 출구와 임펠러 입구에서 유동이 부드럽게 연결되기 때문에 2가지 방법은 거의 동일한 결과를 보여준다.

Fig. 11은 임펠러 입구에서의 속도벡터 분포를 보여준다. 유량이 증가할수록 받음각이 적어지는 것을 확인할 수 있다. 또한 설계유량에서 적절한 받음각을 가짐을 알 수 있다. 큰 받음각을 가지는 것은 흡입성능/진동 측면에서 좋지 않기 때문에 설계시 피해야한다.

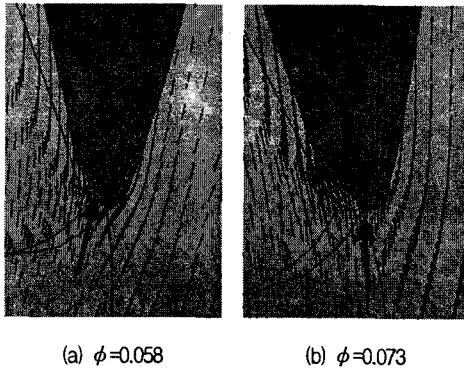


Fig. 11 Velocity vector distributions at impeller inlet

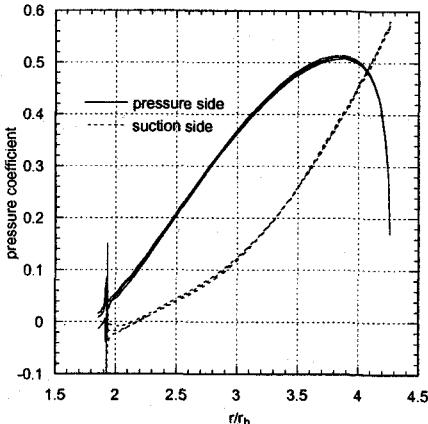


Fig. 12 Pressure coefficient distributions at impeller blade surfaces

Fig. 12는 완전해석법으로 계산한 임펠러의 6개의 블레이드 중간에서 압력계수 분포를 보여주는데, 각각의 블레이드에 대하여 거의 차이가 없음을 보여준다. 즉, 인듀서와 임펠러의 상대적인 위치에 따라서 수력적으로 큰 차이가 없음을 보여준다. 따라서 완전해석법을 적용한 계산의 경우, 인듀서의 임펠러에 대한 상대적인 위치를 변화시키면서 수행한 계산에서 국부적으로 유선이 약간의 차이는 있었지만, 수력성능에서는

거의 차이가 없었다. 이는, 인듀서의 블레이드 출구각도가 적고( $20^\circ$ ), 흡입성능을 증가시키기 위해서 임펠러의 앞전 두께를 매우 작기 설계하였기 때문으로 판단된다. 혼합면기법의 경우 인듀서의 출구 유동 평균값을 임펠러의 입구경계조건으로 사용하기 때문에 상대적인 인듀서와 임펠러의 블레이드 위치에 대한 계산은 수행할 수 없었다.

Fig. 13에 인듀서와 임펠러의 상대적인 위치에 따른 수력성능을 관찰하기 위하여 인듀서의 위치를 변화시킨 것을 간단히 나타내었다. 인듀서가 2개 임펠러가 6개이므로 인듀서를 회전방향으로  $15^\circ$ 만큼 회전시키면서 계산을 수행하였다.

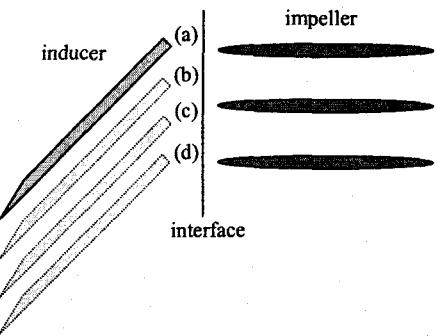


Fig. 13 The relative position of the inducer blade to the impeller blades : (a) initial (b)  $15^\circ$  rotation (c)  $30^\circ$  rotation (d)  $45^\circ$  rotation

Table 3에 Fig. 13의 4가지 인듀서 위치에서 성능값을 비교하였다. 앞에서 언급한 바와 같이, 최대 0.3%로, 계산결과의 차이가 거의 없는 것을 알 수 있다.

Table 3 The effect of inducer positions on the hydraulic performance of the pump system

	(a)	(b)	(c)	(d)
$\Psi$	0.3923	0.3914	0.3913	0.3915
$\eta/\eta_{(a)}$	1.0	0.9975	0.9975	0.9988

Fig. 14에 계산결과와 실험결과와의 성능곡선을 비교하여 나타내었다. 전체적으로 많은 차이가 있는 것을 관찰할 수 있다. 실험에서는 임펠러 후류에 디퓨저와 컬렉터를 장착한 다음, 컬렉터 출구에서 정압을 측정하여 수두를 계산하였고, 또한 임펠러 앞쪽으로 누설이 되게 설계를 하였기 때문에 계산과 비교하여 곡선의 기울기가 다소 틀리게 되었다. 이러한 실험조건과의 차이 때문에, 정성적으로는 계산수두가 실험수두

보다 다소 크게 예측되어야 하지만, 고유량에서 계산 수두가 실험값보다 적게 예측되는 것을 판찰할 수 있다. 그러나 설계유량 부근에서는 계산수두가 실험수두 보다 약 10%정도 크게 예측되어, 적절히 계산이 수행되었음을 알 수 있다. 고유량에서의 계산값이 실험값 보다 수두를 적게 예측하는 문제는 추가 연구를 통하여 개선되어야 할 것으로 판단된다. 또한 Fig. 14의 실험 성능곡선 기울기가 계산 성능곡선 기울기보다 적은 것으로부터, 디퓨저 및 컬렉터가 다소 크게 설계되어 저유량에서 손실이 커지는 것을 알 수 있다.

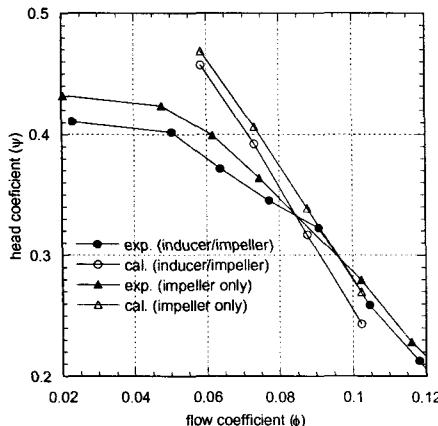


Fig. 14 Performance comparison with experimental data

### 3. 결론

본 논문에서는 액체로켓용 터보펌프 인듀서/임펠러의 상호작용에 대한 수치해석적 연구가 수행되었다. 혼합면기법 및 완전해석기법의 2가지 상호작용해석 기법을 이용한 유동해석을 통해 상호작용을 이해하였고, 입구 유량변화에 따른 전체 성능변화를 살펴보았다. 연구의 결과를 간략하게 정리하면 다음과 같다.

(1) 혼합면기법과 완전해석기법의 해석결과는 큰 차이를 보이지 않았지만, 혼합면기법과 비교하여 완전해석 기법의 결과가 2%정도의 수두 및 효율을 높게 예측하였다. 이것은 인듀서와 임펠러가 근접해있을 경우 상호작용의 영향이 커져서 혼합면기법이 부정확해지기 때문인 것으로 판단된다.

(2) 인듀서의 출구 블레이드각이 작기 때문에, 인듀서의 임펠러 블레이드에 대한 상대적인 위치가 펌프의 수력성능에 미치는 영향이 미미하였다. 따라서 인듀서와 임펠러의 상대위치는 진동측면에서만 고려되어야

할 것으로 판단된다.

(3) 계산결과와 시험결과의 비교에서 고유량에서 계산결과가 수두를 낮게 예측하였다. 이에 대한 추가 연구가 진행되어야 할 것으로 판단된다.

### 참고 문헌

- Brennen, C. E., 1994, Hydrodynamics of Pumps, Concepts ETI, Inc. and Oxford University Press.
- Huzel, D. K. and Huang, D. H., 1992, Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines, AIAA Press.
- Kamijo, K., Yoshida, M. and Tsujimoto, Y., 1993, "Hydraulic and Mechanical Performance of LE-7 LOX Pump Inducer," Journal of Propulsion and Power, Vol. 9, No. 6, pp. 819-826.
- 최창호, 홍순삼, 차봉준, 양수석, 2002, "인듀서 성능예측에 대한 수치해석적 연구," 한국항공우주학회 2002년도 추계학술대회 논문집.
- 홍순삼, 구현철, 최창호, 차봉준, 양수석, 2002, "터보펌프 인듀서의 형상변화가 성능에 미치는 영향," 대한기계학회 2002년도 추계학술대회 강연 및 논문초록집.
- 손동기, 구현철, 차봉준, 양수석, 이대성, 2002, "터보펌프 인듀서의 흡입성능에 대한 직경과 회전속도의 영향," 유체기계저널, 제5권, 제1호, pp. 27-32.
- 손동기, 김춘택, 윤민수, 차봉준, 김진한, 양수석, 2001, "터보펌프 Cavitation 성능시험기 개발 및 성능시험에 관한 연구," 대한기계학회 2001년도 춘계학술대회 논문집 E, pp. 619-624.
- Chima, R. V., 1998, "Calculation of Multistage Turbomachinery Using Steady Characteristic Boundary Condition," AIAA 98-0968.
- 최창호, 김진한, 양수석, 2002, "2단 축류압축기 성능예측에 대한 수치해석적 연구," 한국항공우주학회지, 제30권, 제4호, pp. 77-83.
- 최창호, 이기수, 김진한, 양수석, 이대성, 2002, "액체로켓용 터보펌프 성능예측에 대한 수치해석적 연구," 유체기계저널, 제5권, 제2호, pp. 15-21.
- 최범석, 윤의수, 박무룡, 2001, "터보펌프용 연료펌프의 내부 유동 해석," 유체기계 연구개발 발표회 논문집, pp. 258-263.

- (12) Numeca Inc., 2002, Fine/Turbo Manual for Version 5.14.
- (13) Choi, C. H. and Yoo, J. Y., 2000, "Unsteady Blade-Row Flows Calculations Using a Low-Reynolds Number Turbulence Model," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 16, No. 5, pp. 768-776.
- (14) Hah, C., Puterbaugh, S. L. and Copenhaver, W. W., 1997, "Unsteady Aerodynamic Flow Phenomena in a Transonic Compressor Stage," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 13, No. 3, pp. 329-333.