

## 확장 루엔버거 관측기를 이용한 저속영역에서의 전동기 관성 추정

이교범, 강호진, 송중호\*, 최익\*, 유지윤  
고려대학교 전기공학과, \*한국과학기술연구원 지능제어연구센터

### Inertia Identification of Electric Machine Using Extended Luenberger Observer at Low Speed Region

Kyo-Beum Lee, Ho-Jin Kang, Joong-Ho Song\*, Ick Choy\*, and Ji-Yoon Yoo  
KOREA Univ., \*KIST

#### ABSTRACT

A new scheme to estimate machine inertia in low speed is proposed in this paper. It is necessary to consider the machine parameter of low speed instantaneous observer to precise control in servo system, which has frequent load variation and speed change. To estimate machine parameter, especially the moment of inertia, Reduced-Order Extended Luenberger Observer (ROELO) is applied. The effectiveness of the proposed ROELO is showed by simulation.

#### 1. 서 론

대부분의 서보 전동기 구동 시스템에서는 증분 엔코더로부터 발생하는 펄스의 개수를 계산하여 M/T 방식으로 속도를 추정한다. 이 방식으로 추정한 속도는 순시값이 아니라 평균값이므로 펄스의 개수를 계산하는 과정에서 측정 지연의 현상이 나타나게 된다. 특히 저속영역에서는 엔코더로부터 발생하는 펄스의 시간간격이 제어주기에 비해 많이 커지므로 측정과정에서 발생하는 지연현상이 속도 제어기에 더 많은 영향을 미치게 된다<sup>[1]</sup>. 이러한 문제점을 해결하기 위해서는 고정밀도를 가지는 엔코더를 사용하는 것이 가장 근본적인 응답 향상 방법이나 가격이 매우 비쌌 뿐 아니라 사용하는데 있어서도 많은 주의가 요구된다. 따라서 저정밀도의 엔코더를 사용하면서 저속영역에서의 속도 제어기의 응답특성을 향상시키기 위한 많은 연구가 진행되어 왔다<sup>[1],[2]</sup>. 본 논문에서는 비교적 간단한 형태의 전차원 관측기를 이용하여 응답특성을 향상시킨다<sup>[3]</sup>.

전동기의 운동방정식으로부터 유도된 전차원 관측기의 응답은 전동기 관성계수의 변화에 민감하게 반응한다. 서보시스템에서 관성계수는 부하에 따라

크게 가변하므로 정밀한 서보 응답 특성을 얻기 위해서는 관성계수의 변화에 강인한 관측기를 설계해 주어야 한다. 칼만필터, RELS(Recursive Extended Least Square) 파라미터 추정방식을 이용한 전동기 관성 추정 방식이 제안되었으나 다소 계산과정이 복잡한 단점이 있다<sup>[1],[2]</sup>.

본 논문에서는 축소차원 확장 루엔버거 관측기를 적용한 관성계수 추정기를 제안하고, 제안한 방법의 타당성을 시뮬레이션을 통해 검증한다<sup>[4]</sup>.

#### 2. 기계계 시스템의 모델링

엔코더가 부착된 전동기 기계계 시스템의 그림1과 같이 나타낼 수 있고, 엔코더 부분을 고려하지 않은 전동기 부분은 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

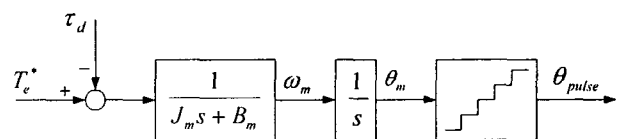


그림 1 기계계 시스템의 모델링

Fig. 1 Dynamic model of mechanical system

$$T_e = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + B_m \omega_m + \tau_d \quad (1)$$

여기서  $T_e$ 는 토크 지령값,  $J_m$ 은 관성계수,  $B_m$ 은 마찰계수,  $\omega_m$ 은 회전자의 기계 각속도,  $\tau_d$ 는 부하 외란을 나타낸다.

증분형 엔코더로부터 검출한 실제 위치로부터 회전자의 속도는 다음과 같은 수식으로 표현된다.

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \quad (2)$$

여기서  $\theta_m$ 은 각위치

외란의 변화는 제어기의 샘플링 주기에 비해 매우 늦다고 보면 외란을 다음과 같이 상태 변수로 도입할 수 있다.

$$\frac{d\tau_d}{dt} = 0 \quad (3)$$

식(1),(2),(3)으로부터 상태방정식은 다음과 같게 된다.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,

$$x = \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \\ \tau_d \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_m} & -\frac{1}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0], \quad y = \theta_m, \quad u = T_e$$

### 3. 저속영역 전차원 관측기

식 (4)를 이용하여 관측기를 구성하면 다음과 같다. 여기서 K는 이득행렬이다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \widehat{\theta}_m \\ \widehat{\omega}_m \\ \widehat{\tau}_d \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_m} & -\frac{1}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\theta}_m \\ \widehat{\omega}_m \\ \widehat{\tau}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} T_e \\ &+ \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \left( \theta_m - [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \widehat{\theta}_m \\ \widehat{\omega}_m \\ \widehat{\tau}_d \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

### 4. 관성 추정

#### 4.1 확장 루엔버거 관측기

비선형 시스템은 다음과 같은 상태 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $x$ 는 상태변수이고  $u$ 는 입력,  $y$ 는 측정 가능한 출력을 나타낸다.  $f(x)$ 는 시스템의 비선형 모델을 포함하며  $B$ 는 입력행렬,  $C$ 는 출력 행렬이다.

식 (6)은 아래의 식 (7)와 같이 Jacobian 근사화를 통해 선형화 할 수 있다. 이 때,  $\bar{x}$ 는  $\Delta x$ 시간 전의 상태값,  $x(t - \Delta t)$ 를 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + Bu \\ &\approx f(\bar{x}) + \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} (x - \bar{x}) + Bu \\ &= \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} x + Bu + f(\bar{x}) - \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \bar{x} \\ &= A(\bar{x})x + Bu + h(\bar{x}) \end{aligned} \quad (7)$$

이러한 방식으로 선형화된 비선형 시스템 모델로부터 전차원 확장 루엔버거 관측기를 다음과 같이 구성할 수 있다. 여기서 G는 이득 행렬이다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A(\bar{x})\hat{x} + Bu + h(\bar{x}) + G[y - C\hat{x}] \\ &= [A(\bar{x}) - GC]\hat{x} + Bu + Gy + h(\bar{x}) \end{aligned} \quad (8)$$

위 (8)에서 구한 관측기를 식 (9)와 같이 표현하고, 추정하고자 하는 관성 계수만은 표현하는 축소 차원 루엔버거 관측기를 구성하면 식 (10), (11)과 같이 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{x}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ x_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$y = [I \ 0] \begin{bmatrix} x_n \\ x_p \end{bmatrix} = x_n$$

$$z = \widehat{x}_p - Gy \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{z} &= (A_{22} - GA_{12})(z + Gy) \\ &+ (A_{21} - GA_{11})y - G(B_1 u + h_1) + B_2 u + h_2 \\ &= (A_{22} - GA_{12})z \\ &+ [(A_{22} - GA_{12})G + (A_{21} - GA_{11})]y \\ &- G(B_1 u + h_1) + B_2 u + h_2 \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)의  $z$ 로부터 식 (10)의 역변환을 통하여 얻고자 하는 상태변수를 구한다.

#### 4.2 관성 추정 모델과 적용

식 (1)에서 보면 모델링의 오차가 부하외란으로 나타나기 때문에 관성계수와 부하외란을 동시에 추정하게 되면 추정된 부하외란에 관성계수의 오차가 함께 포함되게 되어 실제 부하 외란 및 관성계수의 정확한 추정이 불가능하게 된다. 따라서 그림2의 블록도와 같이 관성을 알고 있다는 가정 하에 전차

원 관측기로부터 속도, 부하외란을 추정하고, 축소차원 확장 루엔버거 관측기는 속도 및 부하외란을 이미 알고 있는 입력으로 생각하고 관성을 추정하도록 구성하여 주어야 한다.

부하외란을 상태로 도입하는 과정과 마찬가지로 관측기의 샘플링 주기에 비해 관성계수가 느리게 변화한다고 가정하면 다음의 관성계수 상태변수를 도입할 수 있다.

$$\frac{dJ_m}{dt} = 0 \quad (12)$$

전차원 속도 관측기로부터 구한 속도, 부하외란의 정보를 입력으로 하고, 속도와 관성계수를 상태로 하는 확장 루엔버거 관측기를 구성하면 식 (13)과 같다. 식 (9)에서 전동기의 속도를 실제 측정값을 얻은 수 있는 상태  $x_n$ 로 놓고, 관성계수를 표현하고자 하는 상태  $x_p$ 로 놓으면, 식 (13)으로부터 축소차원 확장 루엔버거 관측기는 식 (14), (15)와 같이 구성된다.

$$\hat{J}_m(t) = z(t) + G \hat{\omega}_m(t) \quad (15)$$

식 (14)와 (15)는 제안한 관성계수 추정방법을 이용하면 관성계수를 전차원 관측기로부터 구한 상태들을 입력으로 하는 간단한 산술적인 계산을 통해 구할 수 있음을 보여준다.

### 5. 시뮬레이션 결과

제안한 알고리즘을 검증하기 위해 다음 표 1과 같은 정격의 IPMSM을 사용하였다. 입력 전류에 따른 출력 토크가 최대가 되게 하는 MTPA

$$\begin{bmatrix} \hat{\omega}_m(t) \\ \hat{J}_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} & \frac{1}{\hat{J}_m(t-\Delta t)^2} \{B_m \hat{\omega}_m(t-\Delta t) + \hat{\tau}_d(t-\Delta t)\} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_m(t) \\ \hat{J}_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} \\ 0 \end{bmatrix} T_e(t) \\ + G(\omega_m(t) - \hat{\omega}_m(t-\Delta t)) + \left[ \frac{2}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} T_e(t-\Delta t) - \frac{B_m}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} \hat{\omega}_m(t-\Delta t) - \frac{2}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} \hat{\tau}_d(t-\Delta t) \right] \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) = & -G \frac{1}{\hat{J}_m(t-\Delta t)^2} \{B_m \hat{\omega}_m(t-\Delta t) + \hat{\tau}_d(t-\Delta t)\} z(t) \\ & + \left[ -G \frac{1}{\hat{J}_m(t-\Delta t)^2} \{B_m \hat{\omega}_m(t-\Delta t) + \hat{\tau}_d(t-\Delta t)\} G + G \frac{B_m}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} \right] \hat{\omega}_m(t) \\ & - G \left[ -\frac{1}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} T_e(t) + \frac{2}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} T_e(t-\Delta t) - \frac{B_m}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} \hat{\omega}_m(t-\Delta t) - \frac{2}{\hat{J}_m(t-\Delta t)} \hat{\tau}_d(t-\Delta t) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

표 1 전동기 파라미터

Table 1 Motor parameters

정격	900[W], 220[V], 4[pole], 1700[rpm]
관성계수	0.000179[kgm <sup>2</sup> ]
엔코더 해상도	1024[pulse/rev]

(Maximum Torque Per Ampere) 방식으로 전류제어를 구성하여 전동기의 운전 효율을 고려하였다 [5].

그림 3, 5는 제안한 관측기를 적용하기 전의 관성계수 변화에 따른 속도 응답 파형이고, 그림 4, 6은 축소차원 확장 루엔버거 관측기를 적용한 후의 관성계수 변화에 따른 속도 응답 파형이다. 제안한 관측기의 적용을 통해 관성계수 변화에 따른 속도 응답 특성이 향상됐음을 볼 수 있다.

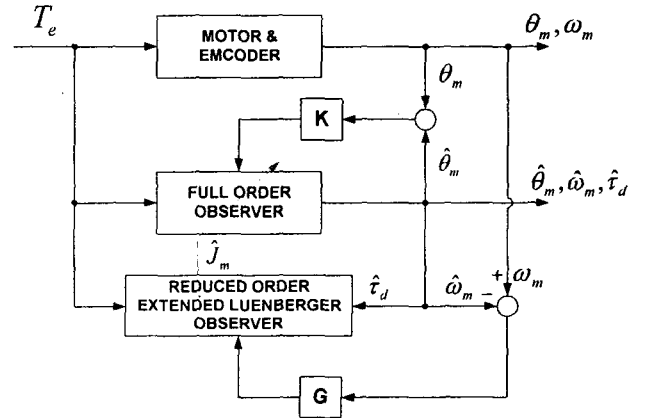


그림 2 전체 제어 시스템의 블록선도

Fig. 2 Block diagram of total control system

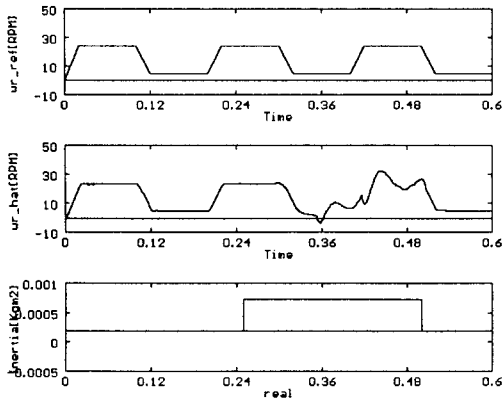


그림 3 보상전 관성계수에 따른 속도 응답( $J_n = 4J_m$ )  
 Fig. 3 Speed response according to moment of inertia without compensation( $J_n = 4J_m$ )

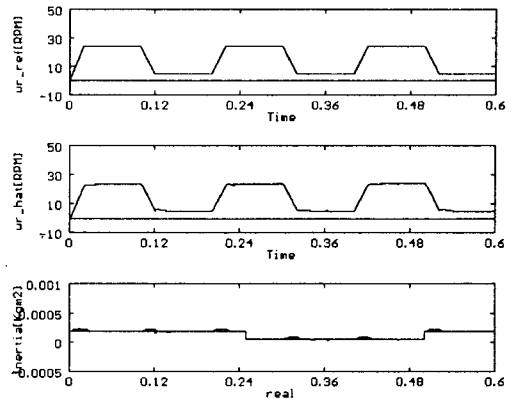


그림 6 보상후 관성계수에 따른 속도 응답( $J_n = 1/4J_m$ )  
 Fig. 6 Speed response according to moment of inertia with compensation( $J_n = 1/4J_m$ )

## 6. 결 론

본 논문에서는 전차원 관측기를 사용하여 서보전동기 구동 시스템에서 저정밀도를 가지는 엔코더를 사용할 때 발생하는 저속영역에서의 속도제어의 불안정성을 보완했다. 관성계수 변화에 따른 강인한 제어를 구성하기 위해 축소차원 확장 루엔버거 관측기를 이용한 관성계수의 추정방법을 제안하였다. 제안한 관측기의 성능향상을 시뮬레이션을 통하여 검증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] Taeg-Joon Kweon, and Dong-Seok Hyun, "High-Performance Speed Control of Electric Machine Using Low-Precision Shaft Encoder," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 14, no. 5, pp. 838-849, Sep., 1999.
- [2] Seok-Joon Hong, Heui-Wook Kim, and Seung-Ki Sul, "A Novel Inertia Identification Method for Speed Control of Electric Machine," IECON96, pp. 1234-1239, 1996.
- [3] Charles L. Phillips, and Royce D. Harbor, "Feedback Control Systems," Prentice-Hall, Inc., pp.491-545, 2000.
- [4] Jooho Song, Kyo-Beum Lee, Joong-Ho Song, Ick Choy, and Kwang-Bae Kim, "Sensorless Vector Control of Induction Motor Using A Novel Reduced-Order Extended Luenberger Observer," IAS2000, CD format, 2000.
- [5] M Zordan, P Vas, M Rashed, S Bolognani, and M Zigliotto, "Field-weakening in high-performance PMSM drives: a comparative analysis," IAS2000, CD format, 2000.

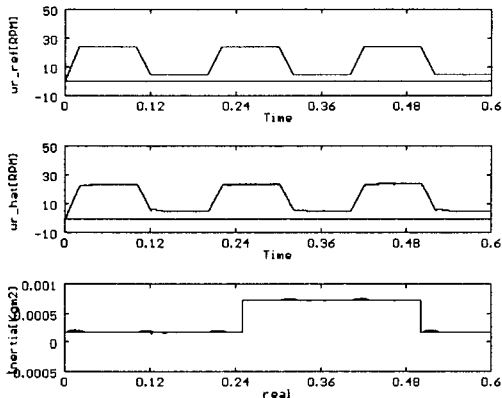


그림 4 보상후 관성계수에 따른 속도 응답( $J_n = 4J_m$ )  
 Fig. 4 Speed response according to moment of inertia with compensation( $J_n = 4J_m$ )

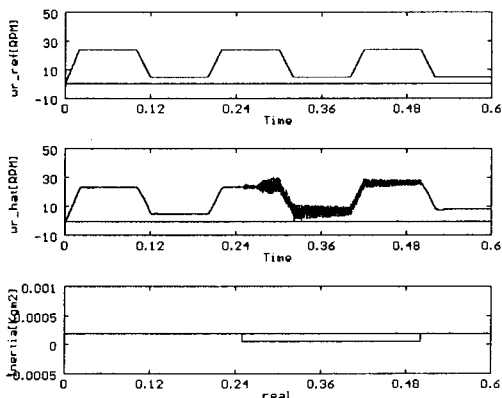


그림 5 보상전 관성계수에 따른 속도 응답( $J_n = 1/4J_m$ )  
 Fig. 5 Speed response according to moment of inertia without compensation( $J_n = 1/4J_m$ )