2002년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2002.7.10-12

전력거래에서의 내쉬균형점 해석을 위한 Bimatrix 게임 기법 연구

이 광 호
단국대학교

Bimatrix Game Approach to Power System Market Analysis

Kwang-Ho Lee
Dankook University

Abstract - An important aspect of the study of power system markets involves the assessment of strategic behavior of participants for maximizing their profits. In models of imperfect competition of a deregulated electricity system, the key task is to find the Nash equilibrium. In this paper, the bimatrix approach for finding Nash equilibria in electricity markets is investigated. This approach determines pure and mixed equilibria using the complementarity pivot algorithim. The mixed equilibrium in the matrix approach has the equal number of non-zero property. This property makes it difficult to reproduce a smooth continuous distribution for the mixed equilibrium. This paper proposes an algorithm for adjusting the quantization value of discretization to reconstruct a continuous distribution from a discrete one.

1. 서 론

전력거래에서의 입찰 전략을 해석하기 위해서 게임이론을 적용한 많은 연구가 발표되고 있다.[1-6] 전력거래 참여자의 이득 극대화를 위한 전략은 최적화 문제로 표현된다. 하지만 경쟁 개방형 전력시장 구조에서는 수직통합형의 고전적 최적화 문제와는 다른 형태를 갖는다. 개별적인 전략의 목적이 상호 의존적 특성을 갖게 되어 균형점 조건을 만족하는 전략을 찾는 문제가 된다.

전력시장에서의 불완전 경쟁을 해석하기 위해 여러 가지의 모형(Cournot, Stackelberg, Bertrand, 공급함수기법)들이 사용되고 있지만 가장 중요한 부분은 내쉬균형점을 찾는 것이다.[7] 내쉬 균형점을 찾기 위한 현재 시도되고 있는 방법은 크게 4가지로 대별된다. 수리계획법을 이용한 해석적 기법[2], 광역 최적점을 구하기 위해 진화 알고리즘을 사용하는 Co-evolutionary 기법[8], 최적대응함수(best response function)들의 공간 전체를 탐색하는 소모적(Exhaustive) 탐색법[9], 그리고 각 참여자의 이득(Payoff) 행렬을 이용해서 균형점을 찾는 기법[5]이 그것이다.

균형점이 단순전략(Pure Strategy)으로 나타나는 문제에서는 연속적인 전략변수에 대해서 적용이 가능한 것으로 평가받는다. 이론적으로는 2인 이상이 참여하는 게임에서도 단순전략을 구하기 위해서 적용이 가능하지만 계산상의 어려운 점이 있다. 전력거래를 해석할 때는 송전선로 허용전력 등의 제약조건이 고려되며 이 경우에 전력거래 모형에는 단순전략의 균형점이 나타나지 않고 복합전략(Mixed Strategy)이 존재할 수가 있다. 복합전략만이 나타나는 경우는 이득함수가 볼록(Convex)함수 성질을 잃게 되어 수리계획법은 지역적(local) 탐색을 할 수 밖에 없으며 확률적 분포를 갖는 복합전략은 구할 수가 없다.

진화 알고리즘을 사용하는 방법은 비볼록(non-convex) 함수에서의 광역 극대점을 찾기 위해 많이 사용되고는 있지만 복합전략의 확률분포를 계산할 수는 없다. 또한 소모적 탐색법에서도 복합전략을 구하는 것은 기대할 수가 없다.

이득행렬을 이용하는 방법에서는 전력거래에서의 연속적인 전략변수를 이산화(discretize)하여 각 전략변수들로 이루어지는 조합에 대해 이산적인 이득 값을 구하여 이로부터 내쉬균형 조건을 해석한다. 따라서 2인이 참여하는 게임에서는 2차원의 이득 값들이 행렬로 표현되며 2개의 이득행렬이 나타나므로 'Bimatrix Game'이라고 불린다. 2인-행렬 게임(Bimatrix Game) 기법은 광역해를 구할 수 있고 이산화된 전략변수로서 전략의 확률분포가 표현되기 때문에 복합전략의 해를 구할 수가 있다.[10]

2인-행렬 게임 기법을 적용하여 복합전략의 확률분포가 계산되면 이를 해석하기 위해 초기의 연속적인 전략변수로 환원해야 한다. 하지만 이 과정에서 2인-행렬 게임 기법의 특성을 주의 깊게 고려해야 하는 요인이 발생한다. 본 연구에서는 이러한 문제를 분석하고 해결방안을 제시한다.

2. 본 론

2.1 2인 행렬게임

2.1.1 균형 전략(Equilibrium Strategy)

일반적인 2인 행렬 게임은 비영합(nonzero-sum) 게임이며 균형점 해석은 Lemke 알고리즘[11]으로 구해진다. 3인 이상이 참여하는 게임에서는 행렬로 표현되지 못할 뿐 아니라 Lemke 알고리즘과 같은 일반적인 해법이 아직 알려져 있지 않다.

2인 행렬 게임의 표현과 균형전략에 대해 살펴본다. 게임 참여자 N1과 N2가 각각 m개와 n개의 전략을 갖는다. 전력거래 해석을 Cournot 모형으로 해석하는 경우 참여자들은 전력의 거래량에 대한 선택을 하게 되며 이를 각각 m개와 n개로 이산화한 것으로 해석할 수 있다. Bertrand 모형으로 해석한다면 전략변수는 이산화된 입찰 가격이 된다.

각 참여자가 얻는 이득은 $(m\times n)$ 차원의 행렬, $A=[a_{ij}]$, $B=[b_{ij}]$로 표현된다. 여기서 a_{ij}는 N1이 i를 선택하고 N2가 j를 선택할 때 N1에게 주어지는 이득을 나타낸다. 따라서 N1이 선택 i에 대해 x_i의 확률을 갖는 복합전략을 열벡터 x라 하고, N2의 복합전략을 열벡터 y라 할 때, N1과 N2의 이득은 각각 x^tAy, x^tBy이 된다. 이러한 전략 (x^*, y^*)가 균형을 이루기 위한 조건은 다음식과 같다.

$$x^{*t}Ay^* \ge x^tAy^*, \quad \forall x\in R^m, \ s.t.\ x^te_m=1, x\ge 0 \qquad (1)$$

$$x^{*t}By^* \ge x^{*t}By, \quad \forall y\in R^n, \ s.t.\ y^te_n=1, y\ge 0 \qquad (2)$$

여기서 e_m과 e_n은 모든 원소가 1의 값을 갖는 각각 m과 n차원의 열벡터이다.

2.1.2 상보(Complementarity) 문제로의 변환

균형조건식 (1)과 (2)는 모든 x 혹은 y에 대한 부등식이기 때문에 직접 균형점을 구할 수는 없다. 따라서 다음의 과정을 통해서 계산이 가능한 선형상보(Linear Complementarity)문제로 변환하여 계산한다. 모든 원소의 값이 1인 행렬 E를 $E=e_m e_n^t \in R^{m\times n}$로 정의하면 kE-B>0, kE-A>0의 조건을 만족하는 상수 k가 존재한다. 상수 k의 값은 균형점의 값에는 영향을 주지 않는다.
행렬 A'와 B'를 각각 A'=kE-A, B'=kE-B로 정의하면 식(1)과 (2)는 다음 식(3),(4)로 표현된다.

$$B'^t x^* - e_n \ge 0,\ x^* \ge 0,\ y^{*t}(B'^t x^* - e_n) = 0 \qquad (3)$$

$$A'^t y^* - e_m \ge 0,\ y^* \ge 0,\ x^{*t}(A'^t y^* - e_m) = 0 \qquad (4)$$

식(3),(4)에서의 부등식에 슬랙변수 w와 u를 도입하면 다음 식(5)와 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} 0 & B'^t \\ A' & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y^* \\ x^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} w^* \\ u^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_n \\ e_m \end{pmatrix}, \qquad (5)$$
$$\begin{pmatrix} y^* \\ x^* \end{pmatrix} \ge 0,\ \begin{pmatrix} w^* \\ u^* \end{pmatrix} \ge 0,\ \begin{pmatrix} y^* \\ x^* \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w^* \\ u^* \end{pmatrix} = 0$$

이와 같이 변수 (x,y)와 (u,w)가 상보(Complementarity)의 성질을 갖는 선형상보문제로 변환된다. 모든 x와 y에 대한 부등식의 표현에서 음수가 아닌 조건과 상보의 조건을 갖는 등식조건으로 바뀜으로서 해를 구할 수가 있다. 식(5)의 계산은 Lemke 알고리즘에 의해 이루어지며 선형문제의 심플렉스(Simplex) 기법에서 사용하는 피봇 방식과 유사한 상보 피봇 (Complementary Pivot) 방식이 사용된다. 계산시간은 해의 개수와 문제의 특성에 따라 차이가 많지만 100×100의 이득행렬에 대해 2~3초 정도로 신속히 이루어진다.

2.2 복합전략 (Mixed Strategy)

2.2.1 핵심전략(Kernel Strategy)의 정의

N1과 N2가 각각 m개와 n개의 전략을 갖지만 확률분포로 나타나는 복합전략에서 일부의 전략만이 영이 아닌 확률을 갖는다. 즉 일부의 전략만이 확률적으로 선택되는 것이다. 이렇게 내쉬균형에서 영이 아닌 확률값으로 선택되는 전략을 핵심전략(Kernel Strategy)이라고 한다.
핵심전략은 복합전략을 구하는데 있어 중요한 역할을 한다. N1의 m개 전략 중에서 어느 전략이 핵심전략이 되는지를 상보문제의 계산을 하기전에 알 수는 없다. 만약 핵심전략을 사전에 알 수 있다면 복합전략의 확률분포를 계산하는 것은 역행렬의 계산과 같이 간단한 문제가 된다. 즉 상보문제를 계산한다는 것은 핵심전략을 찾는 과정이라고 할 수 있다. 이는 선형문제의 심플렉스 기법에서 기본해(Basic Solution)을 찾는 것과 비슷한 의미를 갖는다.

2.2.2 핵심전략의 특성

2인 행렬 게임에서의 핵심전략은 이득행렬의 부분정방행렬(square sub-matrix)에 해당한다.[12][13] 따라서 2인 게임에서의 핵심전략의 개수는 동일하다. 이러한 특성은 이산화된 전략변수에 대해 구해진 복합전략을 연속변수로 환원할 때 주의깊게 고려되어야 한다.
Lemke 알고리즘에서는 식(5)를 심플렉스법과 유사하게 테이블로 표현하여 계산한다. 심플렉스법과의 차이점은 목적함수가 존재하지 않는 점과 2개의 변수 그룹인 (x,y)와 (w,u) 사이에 상보(Complementarity) 조건이 존재한다는 것이다. 식(5)를 확장변수 z=[w,u,y,x]에 대한 형태로 나타내면 다음과 같이 (m+n)×2(m+n) 차원으로 표현된다.

$$\begin{pmatrix} I_n & 0 & \vdots & 0 & -B'^t \\ 0 & I_m & \vdots & -A' & 0 \end{pmatrix}$$

확장변수에 대한 해를 기본해와 z_B와 비기본해(non-basic solution) z_D 로 구분할 수 있다. 행렬 M_B를 확장행렬 중에서 기본해에 해당하는 열벡터로 이루어진 기본 행렬이라 하면 행렬 M_B는 정방행렬이고 비특이(non-singular) 행렬이다. 행렬 M_B를 재정렬하여 블록 대각화하면 다음과 같다.

$$M_B' = \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix}$$

행렬 M_1에서의 열벡터는 변수 w와 x 중에서의 기본해에 해당되고 행렬 M_2에서의 열벡터는 변수 u와 y 중에서의 기본해에 해당된다. 즉 행렬 M_1은 부분행렬 $[I_n, -B'^t]$에서 추출된 것이고 M_2는 부분행렬 $[I_m, -A']$에서 추출된 것이다.
N1의 핵심전략 개수가 p이고 N2의 핵심전략 개수가 q 이라면 변수 w, u, y, x에서 기본해로 선택되는 변수의 개수는 각각 n-q, m-p, q, p 이다. 이는 w와 y가 서로 상보관계이고 u와 x가 서로 상보관계이기 때문이다. 따라서 행렬 M_1의 차원은 n×(n-q+p)이고 행렬 M_2의 차원은 m×(m-p+q)이다.
행렬 M_B가 비특이(non-singular) 행렬이므로 부분행렬 M_1과 M_2도 비특이 행렬이다. 또한 M_B가 정방행렬이므로 M_1과 M_2의 차원은 각각 n×n, m×m 이어야 한다. 따라서 핵심전략의 개수 p와 q는 같다.

2.3 이산화 튜닝(Tuning of Discretization)

2.3.1 연속변수의 이산화

2인 행렬 게임에서의 복합전략 계산과 핵심전략 개수의 동일성 특성을 분석하기 위해 다음과 같은 사례계통에 적용한다.[5]

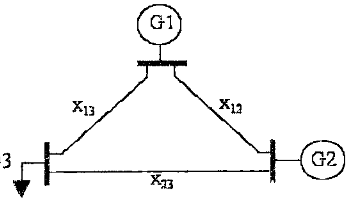
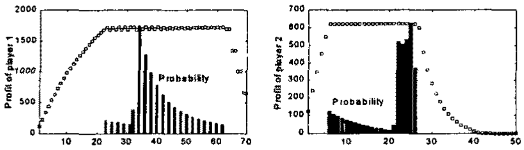


그림1 2인행렬게임의 3모선 계통도
Fig. 1 Diagram of Three Node Sample System

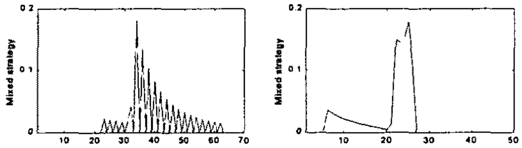
발전회사 G1과 G2에서의 한계비용은 각각 일정한 값 $20/MWh, $40/MWh이고, 수용가 D3에서의 효용함수는 $B(d_3)=-0.25d_3^2+100d_3$이다. 선로의 특성은 $X_{12}=X_{13}=X_{23}/2$ 이고 선로23의 최대허용 전력은 5MW라고 가정한다.
G1과 G2의 최대공급전력을 70MW와 50MW라 하고 연속적인 공급전력의 전략변수를 1MW 단위로 이산화하면 70×50 차원의 이득행렬 2개가 생성된다. 이렇게 구성된 이득행렬에 대해 Lemke 알고리즘으로 내쉬균형을 계산하면 다음 그림2와 같은 확률분포가 구해진다. 그림은 복합전략의 확률분포와 상대방이 계산된 균형전략을 선택할 때의 기대이득(Expected Payoff)을 동시에 나타내고 있다. 핵심전략에서의 기대이득이 모두 동일하고 최대값을 나타내기 때문에 상호간에 현재의 전략을 수정할 유인(Incentive)이 존재하지 않음을 알 수

있다. 이는 내쉬균형의 정의에 해당한다.[7][10]



G1의 입찰전력과 이득　　G2의 입찰전력과 이득

그림2 사례계통에서의 복합전략
Fig. 2 Mixed Equilibrium of Sample System



G1의 입찰전력과 확률　　G2의 입찰전력과 확률

그림3 복합전략의 내삽적용
Fig. 3 Interpolated Distribution of Mixed Equilibrium

핵심전략을 살펴보면 G2에서는 6MW~26MW 사이에 연속적으로 분포하며 개수는 21개이다. 반면 G1에서는 23MW~63MW 사이에 불연속적으로 분포하며 개수는 21개이다. 핵심전략의 개수가 동일하다는 특성이 확인된다. 그림3은 계산된 복합전략에 대해 내삽을 적용하여 연속변수로 변환한 것이다. G1에서의 연속확률변수가 톱니 모양으로 나타나 연속변수에 해당되는 복합전략이라고 보기 어렵다.

2.3.2 튜닝 알고리즘

G1의 복합전략에서 연속확률변수가 완만하게 나타나지 않은 이유는 핵심전략이 분포한 구간의 너비가 G1과 G2가 서로 상이하기 때문이다. 이는 복합전략의 서포트 너비(Support Width)로 표현된다. G1과 G2의 서포트 너비는 각각 40(=63-23)과 20(=26-6)이다.

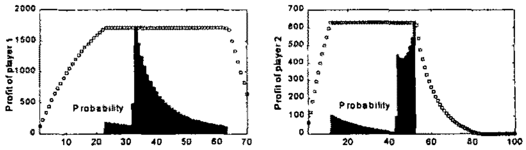
본 연구에서는 복합전략의 분포가 완만하게 나타나도록 하기 위해서 각각의 서포트 너비가 같아지도록 이산화의 구간을 조정하였다. 그림2와 3은 1MW 단위로 이산화했을 때의 결과이다. 서포트 너비가 다르게 나타나는 경우 이산화의 단위를 서포트 너비에 반비례하게 조정함으로서 정상적인 연속확률분포를 얻을 수 있게 된다. 사례에서 G1의 서포트 너비가 2배 크므로 G2의 이산화 단위는 고정하고 G1의 이산화 단위를 0.5배로 줄여 이득행렬을 다시 구성하고 Lemke 알고리즘으로 복합전략을 계산하면 그림 4와 같은 결과가 얻어진다.

내쉬균형에서의 핵심전략은 G1과 G2 모두 40개가 나타나며 연속적으로 분포함을 알 수 있다. 이를 내삽을 적용하여 연속분포로 나타내면 그림5와 같이 정상적인 연속변수에서의 확률분포로 표시되어 실제 문제에서의 적용이 가능해 진다.

3. 결　론

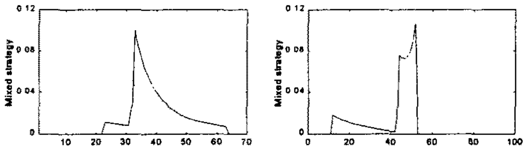
구조개편 이후의 전력거래 해석을 위해서는 내쉬균형의 계산이 필수적이다. 내쉬균형을 구하기 위해 수리해석법, 이득행렬법 등 여러 가지 기법들이 사용되고 있지만 복합전략을 구하기 위해서는 이득행렬법이 사용된다. 2인 게임에 이득행렬법을 적용할 때 내쉬균형 계산은 상보피봇 연산을 수행하는 Lemke 알고리즘이 사용된다.

전력거래에서 기업이 전략적으로 선택하게 되는 변수는 전력거래량, 거래가격 등 거래의 모형에 따라 달라지지만 실제 연속변수에 해당한다. 이득행렬법을 적용하기 위해서는 이러한 연속변수를 이산화해야 하며 복합전략을 계산한 후 이를 연속화 할 때에 주의가 필요하다.



G1의 입찰전력과 이득　　G2의 입찰전력과 이득

그림 4 이산화 튜닝 이후의 복합전략
Fig. 4 Mixed Equilibrium with adjusted discretizatiuon



G1의 입찰전력과 확률　　G2의 입찰전력과 확률

그림5 튜닝 이후 복합전략의 내삽적용
Fig. 5 Interpolated Distribution of Tuned Equilibrium

핵심전략의 개수가 항상 같게 나타나기 때문에 이산화 구간의 설정이 맞지 않으면 계산된 이산화된 복합전략을 연속변수로 환원할 때 실제의 경우와는 상이한 결과를 나타내게 된다. 본 연구에서는 이러한 현상을 해소하기 위해 핵심전략의 서포트 너비에 따라서 이산화 구간을 조정하는 알고리즘을 제안하였다.

[참 고 문 헌]

[1] 이광호, "전력거래에서 제약조건이 고려된 내쉬균형점의 복합전략 연구," 전기학회논문지 51A권 4호 pp. 196-201, April 2002.

[2] J.D. Weber and T.J. Overbye, "A Two-Level Optimization Problem for Analysis of Market Bidding Strategies," IEEE PES Summer Meeting, Vol.2, pp.682-687, *1999*.

[3] B.F. Hobbs, "Linear Complementarity Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Market," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.16, No.2, pp.194-202, May 2001.

[4] R.W. Ferrero, S.M. Shahidehpour, and V.C. Ramesh, "Transaction Analysis in Deregulated Power Systems Using Game Theory," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.12, No.3, pp.1340-1347, August 1997.

[5] S. Stoft, "Using Game Theory to Study Market Power in Simple Networks," *IEEE Tutorial on Game Theory in Electric Power Markets*, IEEE Press TP-136-0, pp.33-40, 1999.

[6] X. Guan, Y.C. Ho, D.L. Pepyne, "Gaming and Price Spikes in Electric Power Markets," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.16, No.3, pp.402-408, August 2001.

[7] D.W. Carlton, J.M. Perloff, *Modern Industrial Organization*, Addison-Wesley, 2000.

[8] T. Curzon Price, "Using Co-evolutionary Programming to Simulate Strategic Behavior in Markets," *Journal of Evolutionary Economics*, Vol.7, pp.219-254, 1997.

[9] L.B. Cunningham, R. Baldick, and M.L. Baughman, "An Empirical Study of Applied Game Theory: Transmission Constrained Cournot Behavior," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.17, No.1, pp.166-172, February 2002.

[10] D. Fudenberg and J. Tirole, *Game Theory*, The MIT Press, 1991.

[11] C.E. Lemke and J.T. Howson, "Equilibrium Points of Bimatrix Games," *SIAM Journal of Applied Mathematics*12, pp.413-423, 1964.

[12] L.S. Shapley, R.N. Snow, "Basic Solutions of Discrete Games," *Contributions to the Theory of Games*, Vol.I, Princeton, pp.27-35, 1950.

[13] N.N. Vorobev, "Equilibrium Points in Bimatrix Games," *Theory of Probability and its Applications*, Vol.III, pp.297-309, 1958.